image
not
available

8
47 M E
1

847. E. 1

IO. ANNIS REGIO-MONTANI MATHEMATICI PRAE-STANTISSIMI DE TRIANGVLIS PLANIS ET SPHAERI-cis libri quinque, unà cum tabulis ſinuum, in quibus tota ipſorum triangulorum ſcientia ex primis fundamentis Geometricarum ἀποδείξεων abſolutiſsimè extructa continetur.

QVAM MVLTIPLICEM VSVM HAEC TRIANGVlorum doctrina omnibus legitimè philoſophantibus adferat non ſolùm ad expeditè abſoluendas, quæcunque in locis terreſtribus ac maritimis occurrãt, dimenſiones, ſed etiam ad intelligendos fontes eius diſciplinæ, quæ extructa eſt à Ptolemæo & Copernico de Reuolutionibus orbium cæleſtium, qui ſana rerum intelligentia ſunt inſtructi, in ſequenti opere, quod complectitur ordinatã Aſtronomicorum & Geometricorum problematum deſcriptionem, tanquam in clara luce intueri & experientia infallibili duce deprehendere poterunt.

Omnia nunc ſimul in lucem edita in gratiam Matheſeos ſtudioſorum per DANIELEM SANTBECH *Nouiomagum.*

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Cum Caeſ. Maieſtatis gratia & priuilegio.

BASILEAE.

DE TRIANGVLIS
LIBER PRIMVS.

DIFFINITIONES.

COGNITA vocabitur quantitas, quam menſura famoſa, aut pro libito ſumpta, ſecundum numerum metitur notum.

Quantitas menſurare dicetur aliam quantitatem, quæ in alia continetur ſecundum numerum notum, aut quæ in alia quantitate, quoties vnitas in numero noto reperitur.

Numerus autem notus habebitur, dum inter eius vnitates diſcretionem ponit intellectus.

Proportionem datam appellabimus, quando aut denominatio ſua data eſt, aut ipſa vel ſibi æqualis proportio, terminos habet cognitos.

Proportiones æquales ſunt, quibus vna communis eſt denominatio.

Quantitatum altera ad alteram data dicitur, dum menſura per quam altera earum nota eſt, & reliquam notam efficit.

Quantitates quotlibet inter ſe datas appellabo, quas vna communis menſura notas reddit.

Differentia quantitatum inæqualium vocatur portio maioris, qua minorem ſuperat.

Coſta quadrati eſt linea recta, ex cuius in ſe ductione, quadratum ipſum naſcitur.

Secundum quantitatem lineæ circulus quilibet deſcribitur, dum ſemidiameter eius, ipſi lineæ æqualis ſtatuitur.

Arcus eſt pars circumferentiæ circuli.

Linea verò recta ei conterminalis corda ſua vocari ſolet.

Arcu & corda ſua dimidiatis, medietatem cordæ dimidij arcus ſinum rectum nuncupabimus.

Complementum arcus cuiuslibet dicitur, quæ ſibi & quadranti intereſt differentia.

Complementum aũt anguli differentia ipſius ad angulum rectũ diffinitur.

Si quamlibet terminalem trianguli lineam baſim intellexeris, duas reliquas vſitato nomine latera vocari licebit.

In triangulo tamen æquicrurio latera dicimus duas æquales lineas, & tertiam reliquam baſim.

Sed & in omni triangulo linea, quæ perpendicularem ſuſtentat, baſis vulgo geometrarum nuncupari ſolet.

Triangulus æquilaterus dicitur, quem tres æquales claudunt lineæ.

Aequicrurius, cuius duntaxat duæ æquales ſunt lineæ terminales.

Varius autem triangulus, qui tres inæquales habet lineas.

Caſus perpendicularis vocatur portio baſis, perpendiculari & alterutro laterum intercepta.

Multiplicatio numeri per numerum eſt cuiuſdam numeri, in quo multiplicatus continetur, quoties vnitas in multiplicante procreatio.

Diuiſio autem numeri per numerum fit, quando numerus elicitur, in quo vnitas quoties diuiſor in ipſo diuiſo reperitur.

Communes animi conceptiones.

AEquales quantitates æqualiter menſurare.

In duabus quoq; aut quotlibet æquis quantitatibus menſurã candem æqualiter contineri.

Vnitatis ad quemlibet numerũ, & èeontra, datã eſſe proportionẽ.

Omnis numeri partem eſſe vnitatem ab ipſo denominatam.

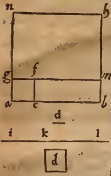
Si à duabus quantitatibus inæqualibus æqualia, aut idem cõmune abſtuleris, relictis inter ſe atq; totis eandem haberi differentiam.

Et ſi ex æqualibus quantitatibus inæquales portiones ſecueris, relictas & deſectas alternatim æquales ſortiri exceſſus.

Omnem proportionem datam in numeris reperiri.

THEOREMA I.

Omnis datæ lineæ quadratum erit cognitum.



Ex data linea a b quadratũ deſcribatur a h, quod dico cognitum iri. Menſura enim, per quam ipſa a b nota habetur ſit linea d, cui ex duabus coſtis quadrati a h, quæ ſint a b & a n, abſcindantur duæ æquales lineæ a e & a g, producaturq; g m quidem æquediſtans lineę a b & e f æquediſtans ipſi a n, erit itaq; ſuperficies a f quadrata per 29 & 34 primi elementorum Euclidis. cumq; a b ſit nota per menſuram linealem d aut a e ſibi æqualem, ſit k numerus ſecundum quem d menſura vel a e menſurat lineam a b. & l numerus alius ad quem ſe habeat k, ſicut vnitas ad ipſum numerum, eritq; numerus l quadratus per octauam noni, cuius radix quadrata per vigeſimam ſeptimi numerus k declarabitur. Quoniam verò a b nota ponitur per menſuram d, aut a e ſibi æqualem ſecundum numerum k, erit a e in a b quoties vnitas in k numero per diffinitionem: quare proportio a e ad a b eſt, ſicut vnitatis ad k numerum. vt autem a e ad a b, ita per primam ſexti quadratum a f ad parallelogrammum a m. quadrati ergo a f ad parallelogrammum a m, & vnitatis ad k numerum eadem eſt proportio. item per 34 primi b m æqualis eſt a g, quæ æquatur vtriq; linearum a e & d. Proportio igitur b m ad b h coſtam quadrati a h eſt vt a e ad a b, vel a f ad a m, per primam autem ſexti b m ad b h eſt vt parallelogrammum a m ad quadratum a h. quare parallelogrammum a m ad quadratum a h proportionẽ habebit eam quam quadratum a f ad ipſum parallelogrammum a m. Erat autem a f ad a m ſicut vnitatis ad k numerum: quare & a m ad a h erit vt vnitatis ad k numerum, & ideo vt k numeri ad l numerum. Per æquam igitur proportionalitatem a f ad a h vt vnitatis ad l numerum. Ex diffinitione itaq; a f quadratum æquale quadrato menſuræ famoſæ d menſurabit quadratum a h lineæ a b ſecundum numerum l. & ideo notum habebitur quadratum a h, quod erat demonſtrandum.

Opus breuiſsimum. Numerus ſecundum quem nota eſt linea, in ſe multiplicetur, & productus erit numerus ſecundum quem quadratum eius notum habebitur. Vt ſi a e ſiue d menſura fuerit in a b ſecundum numerum 5 multiplicatis 5 in ſe, producuntur 25. quadratellum igitur a f in quadrato a h ſecundum numerum 25 reperitur, & ſimiliter in reliquis.

II.

Quadrati noti coſta non ignorabitur.

In figuratione ſuperiori quadratum a h ſtatuatur notũ per menſuram quadratam d, dico quòd coſta eius a b nota veniet. Inter vnitatem enim & numerum l, ſecundum quem menſura quadrata d eſt in quadrato a h, medius proportionalis ſit k numerus, quem conſtat eſſe radicem quadratam numeri l, proceſſus autem præmiſſæ docuit parallelogrammum a m eſſe medium proportionale inter quadratum inter duo quadrata: a f quidem menſurans, & a h menſuratum. Cùmq; ſit proportio a f ad a h, ſicut vnitatis ad l numerum, id enim ex hypotheſi pendet: erit proportio a f quadrati ad a m parallelogrammum, tanquam vnitatis ad k numerum, quoniam vtraq; harum proportionũ medietas eſt ſuæ totius, ſed quadrati a f ad parallelogrammum a m proportio eſt, vt lineæ a e ad lineam a b per primã ſexti: quare proportio a e, & ideo lineæ d ad a b, ſicut vnitatis ad k numerum. Vnitas igitur in k numero quoties d linealis menſura in coſta a b reperitur, vnitas autem in k eſt ſecundum ipſummet k numerum. Omnis enim numeri pars eſt vnitas ab ipſo denominata, quare & menſura linealis d continebitur in coſta a b ſecundum numerum k. ex diffinitione igitur coſtam a b notam effecimus, quod expectabatur oſtendendum. Tenent autem hæc omnia, dum l numerus ſecundũ quem menſuramus quadratum propoſitum, quadratus occurret. tunc enim reperibilis eſt medius proportionalis inter eum & vnitatem: quòd ſi numerus l non quadratus fuerit, nullus erit medius proportionalis inter eum & vnitatem, neq; vnquam coſta quadrati nota habebitur, ſtando in terminis, quemadmodum diffiniti ſunt. Cum autem ſæpenumero accidat numeros, ſecundum quos quadrata noſtra metimur, eſſe non quadratos, ne prorſus ignoremus propinquum veritati (vt ſunt ſcibilia humana) laxius poſthac vtemur vocabulo quantitatis notæ, quàm initio diffinierimus.

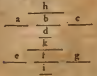
Quantitatem igitur omnem, quæ aut nota præciſè fuerit, aut notæ quantitati fermè æqualis, vniuocè notam appellabimus. pulchrius equidem arbitror ſcire propinquum veritati, quàm veritatem ipſam penitus negligere: non modò enim contingere metam, verumetiam propinquè accedere virtuti dabitur. Non libuit autem hoc pacto ſuperius diffinire quãtitatem notam per præciſum & propinquũ, ne ſuſpecta lectori diffinitio noſtra redderetur, fluctuante vocabulo propinqui id agente: nam etſi præciſum pro vero ponere ſoleamus, propinquum tamen veritati vix diffinitionem lectori ſatisfacturam accipiet. Ad rem ipſam demum redeundo, quoties numerus occurret non quadratus, ſiue integer, ſiue fractus fuerit, accipiemus loco eius numerum quadratum ipſi vt libet quàm propinquiſsimũ, ſiue integer, ſiue fractus fuerit, inter quem & vnitatem medium proportionalem eliciemus, & procedendo vt ſupra notã concludemus coſtam quadrati, quod menſuratur ſecundum numerũ quadratum pro libiro acceptũ. Quemadmodum aũt numerus non quadratus noſter, numero quadrato aſſumpto propinquus eſt, ita & coſta quadrati noſtri coſtæ alterius quadrati præciſè cognitæ propinqua, & ideo nota habebitur.

Operatio facillima. Extrahe radicem numeri ſecundum quem menſuratur quadratum propoſitum: ſi quadratus fuerit numerus huiuſmodi, aut radicem numeri quadrati ſibi propinqui, ſi non quadratus occurret: ipſa enim radix elicita quadrati tui coſtam notificabit.

III.

Si quotlibet quantitates inter ſe datæ fuerint, aggregatum ex eis notum habebitur.

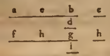
Tres quantitates a b c, aut quotlibet inter ſe datæ ſint, quarum aggregatum ſit h, dico quòd ipſum h aggregatum fiet notum. Quoniam enim inter ſe datæ ſunt quantitates illæ, menſurabit eas cōmuniter vna quantitas quæ ſit d, menſuret igitur quātitatem a quidem ſecundū numerum e, & b ſecundum numerum f: quantitatem autem c ſecundū numerū g, ex his tribus numeris coacervatis reſultet numerus k. Cum igitur ſit d in a, quoties vnitas in e numero per diffinitionē quantitatis notæ, erit proportio a ad d menſurā, ſicut e numerum ad vnitatem, ſimiliter erit proportio b ad d tanquam numeri f ad vnitatem, & c ad d vt g ad vnitatem: quare per 24. quinti bis aſſumptam proportio aggregati ex tribus quantitatibus a b c, quod eſt h ad d menſuram, erit vt aggregati ex tribus numeris e f g, qui eſt k ad vnitatem, vnitas ergo in k numero quoties d menſura in aggregato h continebunt, diffinitio itaque quantitatis notæ concludet propoſitum.



IIII.

Duarum inæqualium inter ſe datarum quantitatum, differentiam cognitum iri.

Sint duæ quantitates inter ſe datæ, a b quidem maior, & c minor, quarum differentia ſit a e, quam prædico futuram notam. Communis enim menſura ambas metiens datas quantitates ſit d, quæ menſuret quantitatem a b quidem ſecundum numerum f g, & quantitatem c ſecundum numerum h, erit, itaque proportio a b ad d ſicut numeri f g ad vnitatem, d autem ad b c ſicut vnitatis ad h, per æquam igitur a b ad c ſicut f g ad h. Quemadmodum ergo a b maior eſt c quantitate, ita f g maior eſt h numero, ſeparatóque numero k g æquali ipſi h, ex f g differentia eorum habebitur f k, & erit diuiſim proportio a e ad e b, ſiue ad c ſicut f k ad k g ſiue ad h. Quantitas autem c ad d menſuram, vt h ad vnitatem. per æquam igitur a e ad d ſicut f k ad vnitatem, & ideo d menſura in a e differentia, quoties vnitas in f k numero continebitur: quare per diffinitionem a e differentia nota redditur, quod erat deducendum.



Operaberis autem hoc pacto. Duorum numerorum ſecundum quos menſurantur quantitates datæ, minorem ex maiore demas, relictus enim numerus cum menſura communi notam efficiet differentiam inter ſe datarum quantitatum. Quod ſi huiuſmodi duo numeri in vnitate ſola differant, differentia ipſarum quantitatum menſuræ communi reperietur æqualis, modus autem id demonſtrandi à priſtino non diſcrepabit.

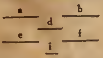
V.

Omnes duæ inter ſe datæ quantitates proportionem habent eam, quam duo numeri ſecundum quos ipſæ menſurantur.

Vnde manifeſtum proclamabimus, omnem proportionem datam in numeris reperiri.

Sint duæ quantitates a & b inter ſe datæ, quas ex diffinitione communis quantitas c menſuret a quidem ſecundum e numerum, b vero ſecundum f, dico

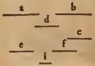
dico quòd proportio a ad b eſt ſicut proportio numeri e ad numerum f, quoniam enim d menſurat a ſecundum e numerum, erit per diffinitionem d in a quoties vnitas in e numero, & ideo a ad d proportio tanquam e ad vnitatem. Itẽ d in b quoties vnitas in f numero reperitur, d menſurante b ſecundum f numerum, quare proportio d ad b ſicut vnitatis ad f numerum. per æquam igitur a quantitatis ad b quantitatem, tanquam numerum e ad numerum f erit proportio, quod libuit concludere.



VI.

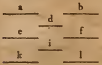
Proportio duarum quantitatum data, ex altera earum præſcita, reliquam ſuſcitabit cognitam.

Altera duarum quantitatum a & b notam ad inuicem proportionem habentium, ſit cognita: dico, quòd & reliqua nota dabitur. Aut enim proportio illa data eſt per denominationem, aut per ſibi æqualem proportionem. Sit primo data per denominationem, ponatúrque numerus c denominator huiuſmodi proportionis, cúmque altera duarum quantitatum nota ſubijciatur, ſit antecedens a nota per menſuram d ſecundum numerum e, quo diuiſo per numerum c denominatorem proportionis, exeat numerus f, erit itaque per diffinitionem diuiſionis c in e, quoties vnitas in f numero, & ideo proportio c ad e ſicut vnitatis ad f, permutatímq; c ad vnitatem ſicut e ad f. Proportionem autem c ad vnitatem denominat ipſemet numerus c. denominabit igitur & proportionem e ad f. cúmque denominet etiam proportionem a ad b, erit per diffinitionem æqualium proportionum a ad b ſicut e ad f, & conuerſim b ad a ſicut f ad e, ſed a ad d menſuram ſicut e numerus ad vnitatem. per æquam igitur b quantitas ad d menſuram ſicut f ad vnitatem: quare d menſura in b quantitate, quoties vnitas in f numero continebitur, ex diffinitione ergo b quantitas reliqua nota redditur. Quod ſi b conſequentem attuleris datam, ſit hoc per d menſuram ſecundum numerum f, qui multiplicatus per numerum c denominatorem proportionis, producat numerum e, ſecundum quem oportebit eſſe notam quantitatem antecedentem a, erit enim per diffinitionem multiplicationis f in e, quoties vnitas in c: quare proportio e ad f ſicut c ad vnitatem. Proportionis autem c ad vnitatem denominator eſt ipſemet numerus c. omnis enim numeri pars eſt vnitas ab ipſo denominata, quare per conuerſionem diffinitionis c numerus denominabit proportionem e ad f, denominabat autem & proportionem a ad b, æquales igitur ex diffinitione ſunt proportiones a ad b & e ad f, ſed b conſequentis ad d menſuram ſicut numeri f ad vnitatem, quòd b nota ſupponatur per d menſuram ſecundum numerum f, per æquam ergo fiet proportio a ad d menſuram ſicut numeri e ad vnitatem. a itaq; continebit d menſuram, quoties e numerus vnitatem, & ideo per diffinitionem notæ quantitatis concludemus propoſitum.



Si autem data ſit proportio quantitatum per ſibi æqualem, illa ſcilicet ſibi æqualis terminos habebit cognitos, qui aut erunt numeri, aut ex pręmiſſa proportionem habebunt ad inuicem, ſicut numeri, qui ſint k & l, ita quòd a ad b proportio ſit tanquam k numeri antecedentis ad l numerum conſequentem. Poſitaq; primum quantitate antecedente a nota per menſuram d ſecundum

numerum e,multiplicetur e per l,& productus ſcilicet m numerus diuidatur per k numerum antecedentem,vt exeat numerus f.erit itaq; per ſecundam partem vigeſimæ ſeptimi proportio e ad f ſicut k ad l, & conuerſim f ad e ſicut l ad k,& ideo ſicut b ad a,ſed e ad vnitatem ſicut a ad d menſuram ex diffinitione notæ quãtitatis. per æquam igitur f ad vnitatem ſicut b quantitas ad d menſuram: quare b quantitas continebit d menſuram quoties f numerus vnitatem. per diffinitionem ergo quantitatis notæ inferemus propoſitum.



Si demum b quantitas conſequens ponatur nota,ſit hoc per menſuram d ſecundum numerum f, ductoq; f in k numerum,productoq; diuiſo per l.exeat numerus e,eritq; per ſecundam partem vigeſimæ quinti vt ſupra:proportio l ad k ſicut f ad e,& conuerſim k ad l ſicut e ad f, ſed erat k ad l ſicut a ad b:quare e ad f ſicut a ad b, f autem ad vnitatem ſicut b ad d menſuram, quoniam d menſurat b ſecundum numerum f, per æquam igitur a ad d menſuram ſicut numerus e notus ad vnitatem,erit itaq; d in a, quoties vnitas in e numero noto,diffinitio ergo quantitatis notæ quod reliquum eſt concludet.

Opus habeto bimembre.Si proportio data offeratur per denominationem & antecedens quãtitas fuerit nota, diuide numerum quantitatis antecedentis per numerum denominatorem proportionis, & exibit numerus quantitatis conſequentis.Si autem conſequentem habeas quantitatem notam, multiplica nũmerum eius per numerum denominatorem proportionis, & producetur numerus quantitatis antecedẽtis.In exemplo:Si fuerit a. 24. proportio autem eius ad b quantitatem tripla, ecce denominatorem proportionis 3.per quem diuido 24. & exibunt 8.pro quantitate conſequente b. Si autem b ſit 8. proportio verò a ad b quintupla,multiplicabo 8.per 5.denominatorem proportionis,& producentur 40.pro a quantitate.Quod ſi proportio data fuerit per ſibi ęqualem proportionem,& antecedens quantitas fuerit data,multiplicabis numerum quantitatis antecedentis per numerum conſequentem, & productum inde diuides per numerum antecedentem, exibit enim numerus ſecundum quem quantitas conſequens nota habebitur. Si verò quantitas conſequens data fuerit, numerum eius per numerum antecedentem multiplica, & productum per numerum conſequentem partiaris, qui enim exibit numerus, quantitatem antecedentem notificabit. Vt ſi a fuerit 8.& proportio eius ad b ſicut 4.ad 5.multiplicabo 8.per 5.producuntur 40.quæ diuidam per 4. exibũt 10. pro quantitate b.Sed proportio a ad b ſit,vt 3. ad 7. ſitq; quantitas b 28. multiplicabo 28.per 3.producendo 84.quæ diuido per 7. exeunt 12.erit igitur a quantitas 12.Ita in cæteris.

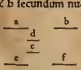
VII.

Si fuerint duæ quantitates inter ſe datæ, quarũ altera per menſuram nouam ſit cognita,& reliqua per eandẽ nouam menſurã nota ueniet.

Vt ſermo tam breuior quàm lucidior appareat, veterem diffiniuimus menſuram eam,per quam ambę quantitates cõmuniter notę ſunt,nouam verò,per quam altera earũ tantùm. Hęc autem à præmiſſa in hoc diſcrepat,quòd illa alteram duntaxat quantitatum ſupponit datã,hęc verò ambas quantitates ſubijcit notas per vnam menſuram communẽ, & inſuper alteram earum per mẽſuram aliam.Sint igitur duæ quantitates a & b datæ per menſuram communem d, quam dicemus veterem,altera inſuper earũ(verbi gratia) a data ſit per menſuram nouam c:dico,quòd & b quantitas per eandem c menſurã nota proſiliet.

Metiat

Metiatur enim d menſura duas quantitates ſubiectas a & b ſecundum numeros e & f, erit itaque per quintam huius proportio duarũ quãtitatum a & b, tanquã duorũ numerorũ notorum e & f, quæ cum ſit nota, erit etiã proportio quantitatum a & b nota. Eſt aũt a quantitas data per menſuram c, quare per præmiſſam & b quantitas per eandem notificabitur menſuram, quod volebamus inferre.

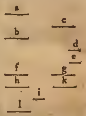


Operatio huius habita proportione duarum quantitatum propoſitarum in terminis notis, ab opere præcedentis non diſſonabit.

VIII.

Si utraq; duarum quantitatum ad tertiam data fuerit, ipſæ inter ſe datæ habebuntur.

Duarum quantitatum a & b vtraq; ad tertiam quantitatem c data intelligatur: Dico, quòd ipſæ inter ſe reddentur notæ. Quoniam enim vtraq; quantitatum a & b ad quantitatem c data eſt, menſurabit eas communiter vna menſura, quæ ſit d, ſimiliter duæ quãtitates b & c, menſuram habebunt vnam communem, quæ ſit e. Si itaq; d & e menſuræ æquales fuerint, eas tãquam vnam non iniuria reputabimus, ſicq; duas quantitates a & b, quantitas vna communis metietur: vnamquamq; ſecundum numerum ſuum, per diffinitionem ergo inter ſe datæ comprobantur. Si verò duæ menſuræ d & e diuerſas ſe obtulerint, duæ quantitates dictæ, etſi datæ habeantur ſeorſum, inter ſe tamen nondum datæ ſunt. Menſuret igitur d quantitates a & c ſecundum numeros f & g, menſura autem e duas quantitates b & c ſecundum numeros h & k. Placeat itaq; duas quantitates a & b inter ſe notas efficere per menſuram d, quam pro libito primam, e verò ſecundam nuncupabimus: ſimiliter quoq; a quantitatem primam vocare licebit, b autem ſecundam, quòd hanc cum c quantitate prima menſura, illam verò ſecunda metiatur, hoc enim pacto ſermonis vitabitur confuſio. Reperiatur itaq; numerus l, ad quem ſe habeat g numerus ſicut k ad h, quod facilè fiet, ſi ad vigeſimam ſeptimi recurres. Cumq; ſit proportio h ad k, ſicut quantitatis b ſecundæ ad quantitatem c tertiam, ex quinta huius erit & l ad g tanquam b ad c, ſed g numerus ad vnitatem, ſicut quantitas c ad menſuram d primam, cum c quantitas nota ſit per menſuram d ſecundum numerum g. Per æquam igitur l numerus ad vnitatẽ, ſicut b quantitas ad d menſuram: quare b continebit d menſuram, quoties l numerus vnitatem, & ideo per diffinitionem quantitatis notæ b, quantitas nota habetur per menſuram d, quam continet ſecundum numerum l. erat autem & quantitas a per eandem menſuram nota. ex diffinitione igitur inter ſe datarum quantitatum conſtabit a & b inter ſe datas eſſe. Quòd ſi idem per menſuram e conſequi libeat, ſicut ipſam e menſuram primam, ita & b quantitatem primam dicemus, ad numerum autem l ſe habeat k numerus, tanquam g ad f, reliqua vt antehac procedent. Vniuerſaliter enim menſura, per quam duas quantitates ad tertiam datas inter ſe notas efficere conamur, prima vocabitur, reliqua verò ſecunda. Similem deniq; ordinem duabus quantitatibus dictis deputabimus eam notando primam, cui & quantitati tertiæ prima reſpondet menſura, reliquam verò ſecundam. Ad numerum autem reperiendum, qui videlicet notificaturus eſt quantitatem ſecundam ſe habeat numerus quantitatis tertiæ primus, ſicut numerus eiuſdem quantitatis tertiæ, ſecundus ad numerum quantitatis ſecundæ, primum autem numerum quantitatis

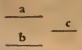


tertiæ duos habentis numeros, voco eum ſecundum quem prima menſura in ipſo continetur numero, reliquum autem ſecundum.

Operationem ſic habebis. Numerum quãtitatis ſecundæ duc in numerum primum quãtitatis tertiæ, productum verò per numerum ſecundum eiuſdem quantitatis tertiæ partiaris, exibit enim numerus quantitatis ſecundæ quæſitus, ſecundum quem videlicet menſura prima in ipſa ſecunda quantitate continetur, vt in exemplo. Sit quantitas a 5. cubitorum, dum c eſt 9. cubitorum, item b 7. pedum, dum c eſt 26. erit itaqꝫ d cubitus vnus, & e pes vnus. Volo ſcire quot cubitos habeat quantitas b, multiplico 7 per 9, producuntur 63, quæ diuido in 26, exeunt $2\frac{11}{26}$ Quantitas igitur b duos cõplectetur cubitos, & vndecim vigeſimas ſextas vnius cubiti, ſicqꝫ duas quantitates a & b inter ſe notas reddidimus, vtendo menſura d cubitali. Non aliter operabimur, ſi per menſuram e pedalem ipſas nouiſſe libeat quantitates. Conſtat igitur ex hoc, quòd 7 pedes $2\frac{11}{26}$ cubitis æquipollent, diuiſoqꝫ numero 7 pedum in numerum cubitorũ ſibi æquipollentium, exibit numerus pedum correſpondentium vni cubito, qui numerus erit $2\frac{8}{9}$. hoc quoniam multis in locis vtile eſt, prætereundi non erat conſilium. Poſſumus autem & breuius theorema præſens ſtabilire, ſi ad præmiſſam confugerimus. Libeat enim duas quantitates a & b inter ſe notas efficere per menſuram d, quoniam itaqꝫ duæ quantitates b & c datæ ſunt per menſuram e veterem, quarum altera videlicet c data eſt per menſuram nouam d, erit & b quantitas ex præmiſſa per eandem nouam menſuram d cognita, ſed hypotheſis ſubiecit a quantitatem notam per d menſuram. Duæ igitur quantitates a & b, quas vna communis menſura d metitur ſecundum numeros notos, cognitæ per diffinitionem declarantur, quod pollicebamur oſtendendum.

IX.

Si duarum quantitatum utraqꝫ ad tertiam data fuerit, ſummam earum atqꝫ differentiam, ſi inæquales fuerint, cognoſcemus.



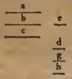
Duarum quantitatum a & b vtraqꝫ ſit data ad c quantitatem: Dico, quòd ſumma ex eis conflata cognoſcetur cum differentia earum, ſi inæquales fuerint. Si enim inter ſe datæ fuerint, tertiam & quartam huius conſulemus. ſi verò non inter ſe, ſed ad tertiam duntaxat, quemadmodum ſupponitur, datę ſint, per præmiſſam reddemus eas inter ſe datas, quo facto, per tertiam & quartam prællegatas, quod reliquum eſt abſoluemus.

Operationem autem huius ab operationibus dictarum propoſitionũ pendere nemo dubitabit.

X.

Quotlibet quantitates ad aliam datæ, inter ſe non erunt ignotæ.

Tres quantitates a b c, aut quotlibet datæ ponantur ſingulatim ad quantitatem e: Dico, quòd ipſæ inter ſe notæ venient. Quoniam enim a & e inter ſe datę ſunt, menſurabit eas communiter menſura vna, quæ ſit d, ſimiliter b & e, communem habebunt menſuram, quæ ſit d, ſed & duæ quantitates c & e per menſuram h notæ intelligantur. Si igitur tres menſuræ d g h æquales



fuerint, tres quantitates propoſitas inter ſe datas ex diffinitione conuincemus: ſi verò inæquales occurrant, non erunt dictæ quantitates inter ſe datæ. Volenti ergo tres quantitates propoſitas inter ſe notas efficere, eligenda eſt vna trium menſurarum, per quam id facere placet, ſitque d talis menſura, quam, vt circa

octauam diffiniuimus, primam dicemus, quantitatem quoq; a primam trium quantitatum ſtatuemus. Cum itaq; duæ quantitates a & b ad tertiam c quantitatem datæ ſint, erunt ipſæ inter ſe notæ, quemadmodum octaua huius docuit per menſuram d communem. Item duabus quantitatibus a & c datis, exiſtentibus ad quantitatem c tertiam, eas inter ſe notas, efficiet octaua huius per menſuram d communem. Tres itaque quantitates a b c, menſura vna communis notas reddidit: quare per diffinitionem inter ſe notarum quantitatum veritas conſtabit propoſitionis. Non aliter procedendum erit, ſi plures quàm tres huiuſmodi occurrent quantitates, neq; refert quancunq; communium eligeris. Ad ſummam igitur huius theorematis proceſſus totus non eſt, niſi octauæ huius tenor repetitus.

Opus quoque huius ab operatione illius octauæ, quoties oportuerit reſumpta non differet.

XI.

Aggregatum ex quotlibet quantitatibus ad aliam datis, cum differentia duarum quarumlibet ſi qua fuerit, non ignorabit Geometra.

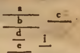
Si enim quantitates illæ inter ſe notæ fuerint, tertiam & quartam huius repetemus, quòd ſi non inter ſe, ſed ad aliam tantùm, quemadmodum ſupponitur, datæ extiterint, poſteaquàm ex præcedenti theoremate inter ſe notas reddiderimus eas, ad tertiam huius & quartam confugiemus.

Opus autem, cum & facile ſit, & ab opere dictarum propoſitionum pendeat, prætereundum cenſeo.

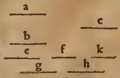
XII.

Si utriuſq; duarum quantitatum ad tertiam data fuerit proportio, earum inter ſe proportionem patefieri.

Sint duæ quantitates a & b, quarum vtraque ad quantitatem c proportionem habeat cognitam: Dico, quòd proportio a ad b nota veniet. Oportet enim notas eſſe proportiones a & b quantitatum ad c quantitatem, aut per denominationes, aut ſibi æquales proportiones. Sit hoc primò per denominationes. cum itaq; proportio a ad c nota ſit, erit denominatio eius nota. ſit ergo denominator huius proportionis numerus d, ſimiliter denominator proportionis b ad c notæ ſit numerus e, erit autem proportio a ad c, ſicut d ad vnitatem, nam vtriuſque harum proportionum denominator eſt ipſe numerus d, denominat enim proportionem a ad c quemadmodum poſuimus, ſed & proportionem ſui ad vnitatem per communem animi conceptionem, omnis enim numeri pars eſt vnitas ab ipſo denominata. per eadem quoq; media erit proportio b ad c tanquam e ad vnitatem, & conuerſim c ad b ſicut vnitas ad e, erat autem c a ad c, vt d ad vnitatem. per æquam igitur proportio a ad b ſicut d ad e, ſed proportio d ad e nota eſt per diffinitionem: quare & proportio a ad b nota redditur. Liquet itaque ex dictis proportionem primæ quantitatis ad ſecundam æqualem eſſe proportioni denominatoris primi ad denominatorem ſecundum, quod pro corollario non inutili reputabimus. Quòd ſi a & b quantitatum ad c proportiones datæ offerantur per ſibi æquales proportiones, oportebit eas in numeris reperiri per diffinitionem proportionis datæ & quintam huius. Sit itaque proportio a ad c ſicut numeri e ad numerum f, quantitatis verò b ad c ſicut numeri g ad numerum h, multiplicatóque f per g, & producto diuiſo per numerum h, exeat numerus k, eritque per ſecundam partem vige-



ſimæ ſeptimi proportio h ad g, ſicut f ad k. Cum igitur e numerus ad f ſe



habeat, ſicut a quantitas ad c quantitatem, f autem ad k ſicut h ad g, & ideo conuerſim argumentando, ſicut c quantitas ad b quantitatem, erit per æquam proportio e numeri ad k numerum, ſicut a quantitatis ad b quantitatem, proportio autem e numeri noti ad k numerum notũ data eſt. quare & proportio a quantitatis ad b quantitatem cognita elicitur, quod libuit explanare.

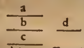
Opus primum. Denominatorem primę proportionis per denominatorem proportionis ſecũdæ partiaris, exibit enim denominator proportionis, quam habent dicti denominatores, primus videlicet ad ſecundum, quæ etiã proportioni primæ quãtitatis ad ſecundã cõmunis exiſtit. Aut denominatores ipſos ſerua pro noticia proportionis: ſatis enim nouiſti primæ quantitatis ad ſecundam, ſi eam in numeris notis reperiſti. Vt ſi proportio a ad b fuerit quintupla, b verò ad eandem c quantitatem ſeptupla: cum primæ proportionis denominator ſit 5, ſecundæ verò 7, erit proportio a ad b ſicut 5 ad 7.

Opus aliud. Numerum conſequentem primæ proportionis duc in numerum antecedentem ſecundæ proportionis, & productum diuide per numerũ conſequentem ſecundæ proportionis: exibit enim numerus ad quem ſe habet numerus antecedens primæ proportionis, ſicut prima quantitas ad ſecũdam. Vt ſi a ad c fuerit proportio, ſicut 5 ad 7. b autem ad c ſicut 3 ad 8. multiplicabo 7 per 3. producentur 21. quæ diuido per 8, exeunt $2\frac{5}{8}$. a igitur habebit ſe ad b ſicut 5 ad $2\frac{5}{8}$

XIII.

Si quotlibet quantitatum ad aliam datæ fuerint proportiones, omnium duarum ex eis proportio manifeſtabitur.

Tres quantitates a b c, aut quotlibet plures ad quantitatẽ aliam d proportiones habeant cognitas. Dico, quòd quælibet duæ ipſarum proportiones ſortientur datas. Placeat enim primum proportionem a ad b reddere notã. Cum



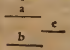
itaq; vtriuſq; quantitatum a & b ad quantitatem d proportio ſit nota, earum inter ſe proportio non ignorabitur ex præmiſſa. Similiter de omnibus duabus reliquis prædicabimus. Nihil enim alieni præſens addit præmiſſæ, niſi quòd proceſſum eius ingeminat.

Opus quoq; huius opus illius eſt, quoties oportuerit repetitum.

XIIII.

Si utriuſq; duarum quantitatum ad tertiam data fuerit proportio, fueritq; altera earum nota, reliqua quoq; notam ſe offeret.

Vtriuſq; duarum quantitatum a & b ad quantitatem c data ſit proportio, ſitq; a quantitas nota. Dico, quòd & b quãtitatem notam fieri oportet. Cum enim vtraq; earum ad c datam habeat proportionem, proportio ipſarum inter ſe per 12. huius, nota veniet. quare per ſextam huius c quantitate nota exiſtente, & b quantitas nota emerget, quod expectabatur declarandum.



Operatio autem huius ex operibus duodecimæ & ſextæ huius commiſcetur, Nam poſtquàm ex duodecima huius

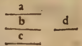
propor

proportionem huiuſmodi quantitatū reperies per ſextam tandem, quæ prius ignota erat, notam efficies quantitatem.

XV.

Si quotlibet quātitates ad aliam quandam proportiones habuerint datas, quarum una quælibet ſit nota, reliquæ omnes notæ proſilient.

Sint tres aut quotlibet quantitates a b c, quarum vnaquæq; ad c quantitatem proportionem habeat datam: ſitq; vna earū quæcunq; (verbi gratia) a data. Dico, quòd reliquæ omnes notę occurrent. Erit enim per 13. huius proportio a quantitatis ad ſingulas alias data, quare per ſextam huius a quantitate nota exiſtente, ſingulæ reliquæ innoteſcent, quod erat concludendum.

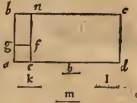


Operationem ex tredecima & ſexta huius facilè comparabis.

XVI.

Quod ſub duabus inter ſe datis rectis lineis continetur parallelogrammum rectangulum latere non poterit.

Sit parallelogrammum rectangulum a b c d, duabus inter ſe datis contentum lineis a b & a d. Dico, quòd ipſum prodibit cognitum. Quoniam enim duæ lineæ a b & a d inter ſe notæ ſunt, menſurabit eas cōmuniter vna quantitas quæ ſit h. menſuret itaq; lineam a b ſecundum numerum k, & lineam a d ſecundum numerum l, & abſcindantur ex duobus lateribus parallelogrāmi propoſiti: duæ lineæ a g & a e, quarum vtraq; menſuræ communi h æqualis exiſtat, productis lineis e n quidem æquediſtante ipſi a b & g f, ęquediſtante lateri a d, eritq; per 29.34. primi & diffinitionem quadrati ſuperficies a f quadrata. cumq; h ſiue a g ſibi æqualis menſuret latus a b ſecūdum numerum k, erit a g in a b, quoties vnitas in k, & ideo proportio a g ad a b, ſicut vnitatis ad k numerū, quare per primam ſexti proportio quadratelli a f ad parallelogrammū a n, ſicut vnitatis ad k numerum. Vnitatis autem ad k numerum proportio data eſt per animi cōceptionem:



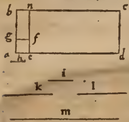
quare & proportio quadratelli a f àd parallelogrammum a n nota perhibebitur. Item quoniam a e æqualis ipſi h menſurat latus a d ſecundum numerum l, erit a e in a d, quoties vnitas in l numero. quare proportio a d ad a e eſt vt numeri l ad vnitatem. proportio autem a d ad a e per primam ſexti eſt tanquam parallelogrammi a c ad parallelogrammum a n. parallelogrāmum ergo a c ad parallelogrammum a n ſicut numerus ad vnitatem. ſed numerus l ad vnitatem proportionem habet datam ex communi animi conceptione, vnde & proportio a c ad a n ſcita veniet. Iam igitur duarum quantitatum ſuperficialium a f & a c, vtraq; ad parallelogrammū a n proportionem habet datam, quare per 12. huius earum inter ſe conſtabit proportio. & quoniam quantitas a f nota eſt: in omnibus nanq; menſurationibus notam ſupponi oportet menſurā, per ſextam huius parallelogrammū a c notum enunciabitur, quod erat peragendum. Conſtat autem hoc in propoſito quadratellum a f eſſe menſuram ſuperficialem, quòd coſtam eius a e menſuræ lineali h ęqualem initio ſtatuerimus.

\+ Idem alio tramite conſequemur. Prolongetur vtraq; linearum c b & d a verſus ſiniſtrā, donec duæ lineæ b p & a q ſibi, & lineæ a b æquales venient,



continuatiſq́ terminis earum p & q, per lineam p q claudetur quadratum q b per 29.33. primi, & diffinitionem quadrati, cuius cum hypotheſis notam dederit coſtã a b, ipſum quoq; per primam huius notum habebitur. eſt autem ex prima ſexti proportio quadrati q p ad parallelogramum a c, tanquam q a ſiue a b ad a d, proportio autem a b lineæ notæ per hypotheſim ad a d notam per diffinitionem data, vnde & proportio quadrati q b ad parallelogramũ a c data erit. per ſextam igitur huius (quadrato q b noto exiſtente) veritatem theorematis inferemus.

Adhuc aliter & ad operationem aptius. Reſumpta figuratione prima, numerus k in numerum l ductus, efficiat numerum l m. Cum itaq;, vt ſupra memoratum eſt, proportio quadratelli a f ad parallelogramum a n eſt, ſicut vnitatis ad k numerum. a n autem ad a c ſicut vnitatis ad l numerum. ſuperius enim erat a c ad a n tanquam numeri l ad vnitatem, vnitatis demum ad l numerum ſicut numeri k ad numerum m. eſt enim k in m, quoties vnitas in l ex diffinitione multiplicationis. per æquã igitur proportionalitatem erit a f quadratelli ad a c parallelogramum, ſicut vnitatis ad m numerum. quare a f in a c, quoties vnitas in m numero reperitur. per diffinitionem itaq; notæ quantitatis parallelogramum a c notum effecimus, in eo enim menſura ſuperficialis a f continetur ſecundum numerum notum, qui eſt m quod libuit abſoluere.

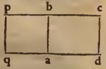


Opus autem docebimus vnicum, tametſi demonſtratione freti ſimus varia. Duos numeros duorum laterum parallelogrami notorum in ſe multiplicabis, alterum videlicet in alterum: producetur enim numerus parallelogrami ſecundum quem menſura ſuperficialis, quadratum ſcilicet menſuræ linealis in ipſo continebitur parallelogramo. Vt ſi latus a b 5, & latus a d 7, pedes complectatur lineales, ductis 5 in 7, creabuntur 35. tot igitur pedes quadrati parallelogramum a c conſtituent. Ita in cæteris operabere.

XVII.

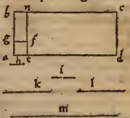
Ex dato latere quolibet parallelogrami rectanguli cogniti, reliquum latus emerget notum.

Sit parallelogramum rectangulum a b c d cognitum, cuius etiam latus vnumquodcunq; fuerit notum habeatur, ſitq; (verbi gratia) a b. Dico, quòd reliquũ latus eius a d ſcitum erit. Eductis nanq; lineis d a & c b ad puncta q & p, donec vtraq; linearum a q & b p æquabitur lineæ a b datæ, compleatur quadratum q b protracta linea p q, erit itaq; per primam ſexti proportio q b quadrati ad a c parallelogramum, ſicut lineæ q a ad lineam a d. eſt autem proportio quadrati q b ad ipſum parallelogramum a c data per diffinitionem, quòd vtraq; ſuperficierum q b & a c data ſit. q b quidem per primam huius. eſt enim quadratum lineæ a b datæ, parallelogramum autem a c notum ſubiecit hypotheſis. Proportio igitur & lineæ q a ad lineam a d nota redditur, ſed q a & a b ſunt coſtæ quadrati q b æquales, vnde & proportionem a b ad a d notam eſſe oportet, cunq; altera illarum, ſcilicet a b nota ſuppon



ta ſupponatur, erit per ſextam huius reliqua linea ſcilicet a d nota, ſicq́ꝫ reliquũ parallelogrammi latus a d notum exegimus, quod libuit attingere.

Idem aliter & ad operationem accommodatius. Quoniam latus a b notum ſupponitur, menſuret ipſum h famoſa quantitas ſecundum numerum k, ſitq́ꝫ vtraqꝫ linearum a g & a e ex parallelogrammi noſtri lateribus abſumptarum æqualis menſuræ h, & ducatur e n quidem æquediſtans lateri a b, g f verò lateri a d æquediſtans, eritq́ꝫ ſuperficies a f quadrata per 29, & 34 primi, & diffinitionem quadrati, quæ quidem ſuperficies menſurabit parallelogrammum a c ſecundum numerum notum, qui ſit m. quoniam parallelogrammum ſupponitur cognitũ, hunc numerũ in poſtremo per numerum k partiamur, vt exeat l numerus. Quia itaqꝫ proportio a b ad h, ſiue ad a g eſt, vt numeri k ad vnitatem, h menſurante lineã a b ſecundum k numerum: erit per primam ſexti parallelogrammi a n ad quadratellum a f, ſicut numeri k ad vnitatem. quadratelli autem a f ad parallelogrammum a c, ſicut vnitatis ad numerum m, quod parallelogrammum ipſum quadratello menſuretur ſecũdum numerum m. quare per æquam proportio parallelogrammi a n ad parallelogrammum a c eſt, vt numeri k ad numerum m. eſt autem a n ad a c, tanquam a e, ſiue h ſibi ęqualis ad lineam a d per primam ſexti. Vnde & h ad a d eſt vt k numeri ad numerum m, ſed k ad m, ſicut vnitatis ad l numerum per diffinitionem diuiſionis. quare proportio h ad lineam a d eſt, ſicut vnitatis ad l numerum. menſura igitur h in linea a d, quoties vnitas in numero l continetur: quare linea a d nota concluditur, quoniam menſura h famoſa continetur in ea ſecundum numerum l notum. reliquum ergo parallelogrammi latus effecimus cognitũ, quod intendebamus.

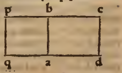


Opus breue. Numerum parallelogrammi noti in numerum lateris noti partiaris, & exibit numerus lateris reliqui quæſitus. Vt ſi parallelogrammum a c offeratur 36. pedum ſuperficialium, habens latus a b 4 pedum linealium, diuidam numerum 36 in numerum 4. & exibunt 9. Latus igitur reliquum a d, nouem pedes complectetur lineales.

XVIII.

Ex data proportione laterum parallelogrammi rectanguli cogniti, utriuſqꝫ lateris pendebit noticia.

Sit parallelogrammum rectangulum a b c d cognitum, cuius latera a b & a d proportionem habeant adinuicem notam. Dico, quòd vtrunqꝫ ipſorum notum habebitur. Reſumpta enim prima figuratione præcedentis, erit per primam ſexti proportio a c parallelogrammi ad a p quadratum, ſicut lineæ d a ad lineam a q. eſt autẽ proportio lineæ d a ad lineam a q data, quòd a q æqualis habeatur lineæ a b. quare & proportio parallelogrammi a c ad quadratum a p nota redditur. cumq́ꝫ notum ſubiecerimus parallelogrammum a c, erit per ſextam huius & quadratum a p cognitum. inde quoqꝫ per ſecundam huius coſta ſua a b non ignorabitur: quæ quidem eſt alterum ex lateribus parallelogrammi propoſiti. datam autem tradidit hypotheſis proportionem laterum dicti parallelogrammi. ex latere igitur a b iam cognito ſexta huius, reliquum latus a d ſuſcitabit notum, vtrunqꝫ ergo paralle-



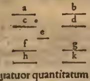
logrammi latus effecimus menſuratum, quod pollicebatur pręſens theorema.

Opus ita comparabis. Si proportio laterum data eſt per denominationem, diuide numerum parallelogrammi per denominatorem proportionis, & exibit numerus quadrati lateris conſequentis, cuius radix quadrata latus ipſum conſequens notificabit, poſtea ad operationem ſextæ huius aut præcedentis confugias, quæ reliquum latus eliciet cognitum. Vt ſi parallelogrammum a c contineat 48 quadratos pedes, latus autem a d lateri a b triplum fuerit, ecce denominatorem proportionis 3. per quem diuido numerum parallelogrammi 48, & exeunt 16. numerus qui debetur. quadrato lateris a b conſequentis, cuius radix quadrata 4, latus a b notum faciet. 4 autem triplicans, quoniam proportionem triplam elegimus: aut 48 diuiſis per 4, exurget latus a d reliquum 12. Quòd ſi proportio lateris ad latus data fuerit, non per denominationem, ſed per ſibi æqualem proportionem, vt ſi diceretur, proportio lateris a d antecedentis ad latus a b conſequentis eſt, vt 5 ad 3: multiplicabis numerum parallelogrāmi dati per terminum conſequentem, & productum partieris in numerum antecedentem, exibit enim numerus aſſignandus quadrato lateris conſequentis: cum quo vt antehac procedendum erit. Vt ſi parallelogrāmum a c fuerit 60. latus autem a d ad latus a b ſe habeat, vt 5 ad 3 multiplicabo 60 per 3 producuntur 180. quæ diuiſa per 5, eliciunt 36, quadratum ſcilicet lateris a b, cuius radix quadrata 6, ipſum latus a b notificabit. reliqua autem per operationem præcedentis abſoluentur.

XIX.

Si quatuor quantitatum proportionalium tres quælibet datæ fuerint, & quarta reliqua innoteſcet.

Sint quatuor quantitates a b c d proportionales, quarum tres notæ ſint quæcunque: dico, quòd quarta reliqua nota veniet. Quanuis autem ipſa ignota quantitas nunc primum, nunc ſecundum, interdum verò reliqua ſoleat occupare loca, tamen ne operis varietas, quæ neceſſariò hanc mutationem conſequitur, lectorem perturbet: placuit ſemper ignotæ quantitati poſtremū deputare locum. Præſens igitur theorema facilè confirmabimus, ſi prius quo pacto quantitas ignota, quocunque nobis offeratur loco, poſtrema fiat docebimus. Conſtat autem huiuſmodi quatuor quantitatū proportionalitas ex duabus proportionibus, quarum vnius ambo termini ſunt cogniti, & illam faciemus primam. ſecundę autem proportionis vnus duntaxat notus eſt terminus,



qui ſi fuerit antecedens, iam ordinatæ ſunt quatuor illæ quantitates, vt volumus, habebit enim ignota quartum locum. Si verò conſequens ſecundæ proportionis notum fuerit, conuertemus ambas proportiones, & transferetur ignota quantitas ad poſtremum locū. Nunc ad confirmationē proportionis deſcendamus. Quatuor quantitatum proportionalium a b c d, tres primæ ſunt notæ ſecundum tres numeros f g & h, ſimili ordine poſitos, ita quòd quantitas tertia c, ſcilicet nota ſit per menſuram e ſecundum numerum h. reperiaturque numerus k, ad quem ſe habeat h, ſicut f ad g. quod fiet, ſi productum ex h in g, per numerum f partiemur, quemadmodum ex vigeſima ſeptimi elementorum trahitur. erit autem numerus k, ſecundum quem nota habebitur, poſtrema quantitatum per menſuram quidem e. Nam ex quinta huius proportio a quantitatis ad b erit, ſicut numeri f ad numerum g. ſed a ad b ſicut c ad d ex hypotheſi, & f ad g ſicut h ad k, quare c ad d ſicut h ad k, & cōuerſim d ad c tanquam k ad h, & c ad menſuram e, ſicut h numerū ad vnitatem, quòd e menſuret

ſuret

ſuret c ſecundum numerum h. per æquam igitur proportio d quantitatis poſtremæ ad e menſuram, tanquam numerum k ad vnitatem. eſt itaq; e menſura in d, quoties vnitas in k numero. d ergo quantitas nota redditur per menſuram e ſecundum numerum k, quod libuit explanare.

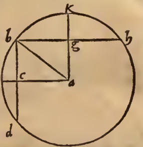
Opus, multiplica numerum ſecundæ quantitatis per numerum tertiæ, & productum in numerum primæ quantitatis diuide, exibit enim numerus poſtremæ quantitatis quæſitus. Vt ſi a fuerit 4. & b 9. c verò 12. multiplico 12 per 9, producuntur 108, quę diuiſa per 4, eliciunt 27 numerum videlicet quantitatis poſtremæ.

XX.

In omni triangulo rectangulo, ſi ſuper uertice acuti anguli, ſecundum quantitatem lateris maximi circulum deſcripſeris, erit latus ipſum acutum, ſubtendens angulum ſinus rectus conterminalis ſibi arcus dictum angulum reſpicientis:

Lateri aūt tertio ſinus complementi arcus dicti ęqualis habebitur.

Sit triangulus rectangulus a b c, angulum c rectum habens, & a acutum, ſuper cuius vertice a ſecundum quantitatem lateris maximi a b, maximo ſcilicet angulo oppoſiti deſcribatur circulus b e d, cuius circumferentiæ occurrat latus a c quoad ſatis eſt prolongatum in e puncto. Dico quòd latus b c angulo b a c oppoſitum eſt ſinus arcus b e dictum angulum ſubtendentis. Latus autem tertium, ſcilicet a c, æquale eſt ſinui recto complementi arcus b e. Extendatur enim latus b c occurrendo circumferentiæ circuli in puncto d. à punctis autem a quidem centro circuli exeat ſemediameter a k æquediſtans lateri b c. & à puncto b chorda b h æquediſtans lateri a c. ſecabunt autem ſe neceſſariò duæ lineæ b h & a k, angulis a b h & b a k acutis exiſtentibus, quod fiat in puncto g. Quia itaq; ſemidiameter a e chordam b d ſecat orthogonaliter propter angulum a c b rectum, ſecabit & ipſam per æqualia ex tertia tertij elementorum. & arcum b d per ęqualia ex 29. eiuſdem. quemadmodum igitur tota linea b d per diffinitionem chorda eſt arcus b d, ita medietas eius, linea ſcilicet b c eſt ſinus dimidij arcus b e reſpicientis angulum b a e ſiue b a c, quod aſſeruit prima pars theorematis noſtri. Secundam deinceps partem veram confiteberis, ſi prius per 34. primi angulum a g b rectum eſſe didiceris. ſemidiameter enim a k, & chordam b h, & arcum eius ex ſupra memoratis medijs per æqua ſcindet: quare per diffinitionem linea recta b g ſinus erit arcus b k. Eſt autem linea b g æqualis lateri trianguli a b c. per 34. primi, quòd ſuperficies a g b c æquediſtantibus contincatur lineis. angulus verò c a g, ſiue e a k rectus eſt per 29 primi, propter æquediſtantiam linearum b c ad a g: quare per vltimam ſexti arcus e k circumferentiæ ſuæ quadrans probabitur. arcus itaq; b k cōplementum ipſius arcus b e diffinietur, cuius ſinus b g lateri a c æqualis nuperrime concludebatur. vtranq; igitur proportionis partem ſatis oſtendiſſe videmur.



XXI.

Omnem angulum rectum notum eſſe oportet.

Vnus enim rectus angulus ad quatuor rectos notam habet proportionem, ſumma autem quatuor rectorum nota eſt, cum gradus vnus ſcilicet 360. pars quatuor rectorum: qua tanquam menſura famoſa vtuntur vniuerſi Geometræ: ſecundum numerum notum 360. contineatur in quatuor rectis. quare per ſextam huius & vnus angulus rectus notus habebitur, quod erat lucubrandum. Quarta autem pars ex 360 eſt 90. Iuſto igitur computo 90 gradus angulo recto vendicabimus. Miraberis forſitan, quo pacto diuerſi generis quantitates menſura gradualis metiatur.

Dicimus enim circumferentiam circuli, vel arcum tot vel tot complecti gradus: item quatuor rectos angulos, vel alium angulum quemcunq; aliquot continere gradus. Quid igitur vocabulo gradus ſignificare velimus, paucis habeto. Menſura famoſa arcuum eſt gradus circumferentialis, ſcilicet 360. pars circumferentiæ circuli, menſura autem famoſa angulorum eſt gradus angularis, videlicet 360, pars quatuor rectorum angulorum, id eſt, ſpacij plani, quod circa punctum quodlibet exiſtit. Imaginando enim duas ſemidiametros circuli ſuper puncto quocunque tanquam cento deſcripti: gradum circumferentiæ circuli dicti intercipientes, angulus, quem ipſe ſemidiametri ambiunt, gradus vocabitur angularis, quoniam angulus ille 360. in quatuor rectis, ſiue toto ſpacio centrum circuli ambiente continetur: ſicut & gradus circumferentialis in tota circumferentia. huius enim anguli ad quatuor rectos, & illius arcus ad totam circumferentiam, eandem eſſe proportionem, ex vltima ſexti facilè comprobabitur.

Trahimus poſtremò ex iam recitatis, quòd cuilibet angulo & arcui ſe reſpicienti de circumferentia circuli ſuper vertice ipſius anguli deſcripti, vnus & idem ſeruit numerus. verbi gratia, ſi angulum quemlibet 36 graduum ſtatuimus, erit & arcus ſe reſpiciens 36 graduum, & econtra. quod quidem ex identitate numeri totius circumferentiæ circuli & quatuor rectorum, vltima ſexti ratiocinante pendere dignoſcitur.

XXII.

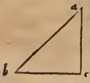
Altero duorum acutorum, quos habet triangulus rectangulus, dato, reliquus non latebit.

Duo enim acuti anguli, quos habet triangulus rectangulus, per 32. primi, valent vnum rectum, quòd tertius angulus ſit rectus, aggregatum itaque ex duobus dictis acutis angulis notum eſt: quoniam ex præmiſſa rectus angulus notus eſt, ſed & alter acutorum ex hypotheſi datus eſt, quare per quartam huius, reliquum cognoſcemus.

Opus, numeri anguli acuti dati, ex numero vnius recti minuas, & relinquetur quantitas alterius. Vt ſi angulus b fuerit 20, minuo 20 ex 90, relinquuntur 70. tantum igitur habebo angulum c reliquum.

XXIII.

Si duo latera trianguli, rectum cõtinentia angulum, fuerint æqualia, duo acuti anguli eis oppoſiti reddentur noti.

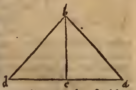


Duo latera a c, c b trianguli a b c rectanguli, rectum angulum c ambientia, ſint æqualia. Dico, quòd vterque angulorum b c notus prodibit. Erunt enim per hypotheſim & quintam primi duo anguli a & b æquales, cumq; per 32. primi ipſi valeant vnum rectum, angulo c recto exiſtente, erit vterq; eorum medietas per 21 huius cogniti, quare per 6. huius vterq; eorum notus habebitur, quod libuit

libuit explanare. Opus. Quantitatem anguli recti dimidiabis, & apparebit vtriuſq; angulorum acutorum quantitas. Verbi gratia. Recto angulo habente 90 gradus, dimidiabo 90 & habebo 45 pro medietate recti, tãtusq; pronunciabitur uterq; angulorum a & b.

XXIIII.

Si latus trianguli rectum ſubtendens angulum, alteri duorum recto ſubiacentium fuerit duplum, angulus acutus ab eis contentus, reliquo angulo acuto duplus enunciabitur. Vnde etiam utrunq; eorum agnoſcet Geometra.



Sit triangulus a b c, rectum angulum c habens quem ſubtendat latus a b duplum lateri a c. Dico, quòd angulus b a c duplus erit angulo a b c. Extẽdatur enim a c uſq; ad punctũ d, donec c d habeatur æqualis lateri a c, ducta linea b d erit itaq; a b linea æqualis ipſi a d, quòd utriuſq; medietas ſit a c. ſed per quartã primi duæ baſes a b, b d triangulorum a b c, & b c d ſunt æquales, anguli quoq; a b c & d b c æquales. totus igitur angulus a b d duplus eſt ad angulum a b c. eſt autẽ totus angulus a b d æqualis angulo b a d, ſiue b a c per quintam primi triangulo a b d ęquilatero exiſtente. vnde & angulus b a c duplus erit ad angulum a b c, quod oportuit demonſtrare.

Ex hoc patebit corollarium. Quoniam enim in triangulo noſtro angulus a duplus iam declaratus habeatur ad angulũ b, id eſt, ſicut 2 ad 1, erit coniunctim aggregatum ex duobus angulis a & b ad angulum b, ſicut 3 ad 1. Illud autem aggregatum æquipollet angulo recto, hypotheſi & 32. primi docentibus. proportio igitur anguli recti ad angulum b nota eſt, uidelicet ſicut 3 ad 1. quare per ſextam huius angulus b notus erit, recto per 21 huius noto exiſtente. poſtremò etiam reſiduus ex recto angulus, ſcilicet a per 4 huius notus declarabitur.

XXV.

Duobus trianguli cuiuſcunq; cognitis ãngulis, tertium reliquum datum iri.

Trianguli a b c, duo anguli a & b ſint cogniti. Dico, quòd & angulus c notus emerget. Tres enim anguli a b c, duobus rectis æquantur 32. primi id confirmante. duo autem recti ſunt noti per 21 & 3 huius, quare & aggregatum ex tribus angulis trianguli propoſiti notum habebitur. cumq; duos eorum datos ſubiecerit hypotheſis, per 4. huius, tertius reliquus non ignorabitur, quod libuit inferre.



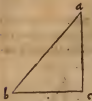
Opus. Summam duorum angulorum, qui dati ſunt ex quantitate duorum rectorum minuas, & relinquetur tertij anguli quantitas deſiderata. Vt ſi angulus a fuerit 20 & angulus b 35 graduum, collectos 20 & 35 gradus, qui reddunt 55. ex 180 minuo, relicti enim 125 gradus, angulo c adnumerabuntur.

XXVI.

Omnis trianguli rectanguli duobus lateribus cognitis, tertium extemplò manifeſtari.

Triangulus a b c angulum c rectum habeat, cuius duo latera quęlibet ſint

nota. Dico, quòd reliquum eius latus notum habebitur. Si enim duo latera rectum continentia angulum offerantur nota, erunt per primam huius quadrata eorum nota, aggregatum quoq; ex eis per tertiam huius notum, quod æquipollet quadrato a b per penultimam primi, vnde ipſum notum, & ideo per ſecundam huius, coſta ſua, latus ſcilicet a b non ignorabitur. Si verò alterum eorum ſit datum cum latere rectum ſubtendente angulum, quadratum minoris demptum ex quadrato maioris, per penultimam primi & quartam huius, relinquet quadratum reliqui lateris notum, & ideo per ſecundam huius, coſta eius cognita orietur, quæ fuêre lucubranda.

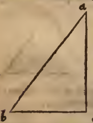


Opus vulgare. Si latera rectum ambientia angulum fuerint data, quadrabis ea, quadrataq́; congregabis, & collecti ex eis radix quadrata quantitatem lateris quæſiti manifeſtabit. Si verò alterum eorum ſit datum, cum latere rectum ſubtendente angulum quadratum minoris ex quadrato maioris demas, & relicti quadrata radix tertium latus notificabit. Vt ſi latus a c fuerit 12, & b c 5, quadrabo 12, exurgunt 144. item quadrabo 5 veniunt 25. colligo 144 & 25, fiunt 169. quorum radicem quadratam inuenio 13. tantumq́; fore didici latus a b. Sed ponatur latus a b 29, & latus a c 20 duco 29 in ſe, veniunt 841. ſimiliter 20 in ſe, faciunt 400. aufero 400. ex 841. relinquuntur 441, quorum radicem quadratam 21 lateri b c deputabo. Ita in cæteris.

XXVII.

Trianguli rectanguli duobus lateribus cognitis, omnes angulos datum iri.

Si alterum datorum laterum recto opponatur angulo, ſatis eſt. ſi verò non, per præcedentem ipſum addiſcemus: nam abſq; eo propoſitum attingendi non erit poteſtas. Sit itaq; triangulus a b c, angulum c rectum habens, cuius duo latera a b & a c ſint data. Dico, quòd omnes anguli ipſius noti erunt. Super vertice enim anguli acuti b, quem videlicet latus ſubtendit datum tãquam centro, ſecundum quantitatem lateris b a circulo deſcripto, erit per 20 huius a c ſinus arcus ſibi conterminalis, qui reſpondet angulo a b c quem inquirimus. cumq́; duæ lineæ a b & a c inter ſe datæ ſint ex hypotheſi per menſuram veterem, a b autem ſemidiameter circuli deſcripti data ſit per menſuram nouam, quæ quidem eſt vna partium ſinus totius, erit & a c nota per eandem menſuram docente ſeptima huius. dum igitur a b eſt ſinus totus vel ſinus quadrantis, erit a c ſinus notus, & per tabulam ſinus, qua neglecta, hoc in propoſito nihil efficere poſſumus, arcum eius addiſcemus. cognito autem arcu dicti ſinus, datur & angulus quem reſpicit arcus ille, nam arcus ipſe & angulus ſecundum eundem numerũ menſurantur, quemadmodum tota circumferentia & quatuor recti anguli ſecundum eundem numerum communiter menſurantur, quod in 21 huius commemorauimus. per 22 itaq; huius reliquum acutum angulum b a c cognoſcemus. Rectum autem angulum a c b, 21 huius notum demonſtrabat. Vniuerſos igitur trianguli noſtri angulos reddidimus notos, quod decuit explanare.



Opus. Numerum lateris rectum ſubtendentis angulum cõſtitue primum, & numerum lateris reſpicientis angulum quæſitum pro ſecundo ponas, nu-

merum

merum verò ſinus totius tertium. Multiplica igitur ſecundum per tertium, & productum diuide per primum, exibit enim ſinus arcus reſpicientis angulum quæſitum, cui per tabulam ſinus arcum ſuum elicias, cuius etiam numerus angulum quæſitum manifeſtabit. hunc ſi ex anguli recti quantitate dempſeris relictum numerabis ſecundum angulum acutum. Vt ſi a b fuerit 20 a c 12, & b c 16, ſinus autem totus quemadmodum in tabula noſtra ſuppoſuimus 60000, multiplicabo 12 per 60000, producũtur 720000, quæ diuido per 20, exeũt 36000, huius ſinus arcũ tabula præbet gradus 36, & minuta 52 ferè. tantum igitur pronunciabimus angulum a b c, qui tandem ſublatus ex 90, relinquet 53 gradus & 8 minuta ferè, & tantus habebitur angulus reliquus acutus.

XXVIII.

Data proportione duorum laterum trianguli rectanguli, angulos eius percontari.

Aut enim alterum duorum laterum opponitur recto angulo, aut non. Si primum, ſit latus a b recto angulo a c b oppoſitum, cuius proportio a 1 latus a c ſit nota. Dico, quòd anguli huius trianguli innoteſcent. Eſt enim a c ſinus arcus anguli a b c per huius, dum a b eſt ſemidiameter circuli ſcilicet ſinus totus, proportio ergo ſinus totius ad ſinum anguli a b c nota eſt, hinc ſinus ille notificabitur, & tandem angulus a b c non latebit. Si verò proportio duorum laterum b c & a c data fuerit, erit proportio quadratorum notum data, & cõiunctim proportio aggregati ex quadrato b c cum quadrato a c, hoc eſt quadrati a b propter angulum c rectum ad quadratum a c nota erit: vnde & linearum proportio non ignorabitur, reliqua vt ante.

Operatio. Si alterum duorum laterum recto angulo opponatur, multiplica terminum minorem proportionis datæ per ſinum totum, & productum diuide per terminũ maiorem: exibit enim ſinus anguli, cuius latus breuius opponitur. Si verò duorum laterum recto circumſtantium data fuerit proportio, duc vtrunque terminorum in ſe, & collecti ex productis radicem accipe quadratam: ipſa enim erit terminus lateri, quod rectum ſubtendit angulum accommodandus, perduceris ergo ad iter priſtinum. Vt ſi proportio a b ad a c fuerit ſicut 9 ad 7. multiplico 7 in ſinum rectum totum 60000, fiunt 420000. quæ diuido per 9, exeunt 46667 ferè. arcus autem reſpondens huic ſinui recto eſt, gradus 51. minuta 3 ferè, & tantus habebitur angulus a b c. Sed ponatur proportio a c ad c b, ſicut 12 ad 5. duco 12 in ſe, fiũt 144. item 5 in ſe, reddunt 25. hæc coniungo, faciunt 169. horum radix eſt 13. attribuenda lateri a b, ſic proportio a b ad a c erit, vt 13 ad 12. vnde vt prius angulo a b c cognoſcendo via parata eſt.

XXIX.

Altero duorum acutorum angulorum, quos habet triangulus rectangulus, cognito, cum uno eius latere & angulos cunctos & latera metiemur.



Trianguli a b c angulum c rectum habentis, angulus b ſit cognitus cum latere vno quocunque (verbi gratia) a c. Dico, quòd omnes eius anguli cum lateribus omnibus innoteſcent. Anguli profectò cognoſcentur ex 21 & 22 huius. reſtat igitur inuenire latera. Per 20 autem huius & tabulam ſinus hypotheſi iuuante, erit vtrunque laterum a c & b c cognitum, vt a b eſt ſinus totus, duo

itaq; latera qualibet trianguli propoſiti datam inuicem habebunt proportionem, cumq; ex hypotheſi vnum eorum datum ſit per menſuram nouam, erunt per 6 aut 7 huius reliqua data, quod libuit attingere.

Opus pulchrum & perutile. Sinum arcus anguli dati, & eius complementi addiſcas, habebiſq; tria latera nota per menſuram veterem, quæ eſt pars vna ſinus totius: nam latus rectum ſubtendens angulum eſt ſinus totus. Si igitur latus, quod rectum ſubtendit angulum, fuerit datum per menſuram nouam, pone ſinum totum pro primo, & ſinum arcus anguli, cui opponitur latus quæſitum, pro ſecundo, numerum autem nouæ dationis tertium. multiplicatoq; ſecundo per tertium productum diuide per primum, &. exibit numerus lateris quæſiti. Si verò alterum duorum laterum recto ſubiacentium detur, volendo menſurare latus rectum ſubtendens angulum, pone ſinum arcus anguli, cui opponitur ipſum latus datum pro primo, & ſinum totum pro ſecundo, numerum autem dationis nouæ tertium, abſolutoq; opere vulgari quatuor numerorum proportionalium ad metam perduceris cupitam. Quòd ſi reliquum latus recto ſubſtratum angulo inueſtigaueris, pone ſinum arcus anguli, cui opponitur latus datum pro primo, & ſinum complementi eius pro ſecundo, numerum verò dationis nouæ tertium, reliqua vt antehac executurus. In exemplo. Detur angulus a b c 36 graduum, & latus a b 20 pedum, ſubtraho 36 à 90, manebunt 54 gradus, qui determinant quantitatem anguli b a c. inuenio autem lineam a c 35267 ex tabula ſinus, b c verò 48541, dum a b eſt ſinus totus 60000. Multiplico igitur 35267 per 20, producuntur 705340, quę diuiſa per 60000, eliciunt 11 45 ferè. latus itaque a c habebit pedes 11 & $\frac{45}{60}$ id eſt tres quartas pedis vnius 60 Similiter multiplico 48541 per 20, producuntur 970820, quæ diuido per 60000, exeunt 16 & 11 minuta ferè, tantumq; latus b c pronunciabitur. Quòd ſi ponatur latus a c 20, reliquis vt antea manentibus, erit iterum a c latus 35267, & b c 48541, dum a b, eſt ſinus quadrantis 60000. Ad inueniendum igitur latus a b, multiplico 60000 per 20, producuntur 1200000, quæ diuido per 35267, exeunt 34 & 2 minuta ferè, habebit itaque latus a b pedes 34 & 2 minuta ferè. Sed libeat menſurare latus b c, multiplicabo 48541 per 20, producuntur 970820, quæ diuiſa per 35267. eliciunt 27 & 32 minuta ferè. latus igitur b c 27 & 32 minuta ferè pedis vnius complectitur.

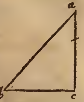
Hîc parumper auſculta, quandoquidem opus noſtrum Triangulorum Aſtronomiæ ſeruit plurimum, quæ fractionibus non tam vulgaribus, quàm Phyſicis vtitur, quo pacto fractiones vulgares in phyſicas commutentur, non erit ſilentio prætereundum. Omni nanq; integrorum abſoluta diuiſione, ſi aliquid de numero diuiſo, quod neceſſario minus inuenietur diuiſore, relictum fuerit: diuiſor autem numerus alius quàm 60 fuerit, fractio vulgaris habebitur, cuius numerator quidem eſt ipſe numerus relictus, denominator autem numerus diuiſor. volendo igitur eam minutiam reddere phyſicam, cum phyſicas minutias ſexagenarius numerus denominare ſoleat: multiplicabimus numeratorem minutiæ vulgaris per 60, productum verò per denominatorem minutiæ vulgaris partiendo, exibit numerator minutiæ phyſicæ æquipollentis dictæ fractioni vulgari. Quòd ſi iterum fuerit reſiduum facta diuiſione iam dicta, ipſum per 60 extendemus, & productum per diuiſorem priſtinum partiemur, exibit enim fractio phyſica ſecundi ordinis. huiuſmodi demum ſi repetieris opus, minutia phyſica tertij ordinis emerget. Primas autem minutias, quæ ſtatim poſt diuiſionem integrorum eliciuntur, minuta prima vulgus appellat Aſtronomorum, ſecundas verò ſecunda, tertias tertia, & ita de cæteris ex ordine ſuo. Huic autem præcepto, ne iuſto amplius digreſſi videamur,

maiorum

maiorum exempla non ſubiecimus, cum & inuentu facilia, & in pleriſq; locis alijs ſatis aperta dignoſcantur.

XXX.

Si trianguli rectanguli datus fuerit alter acutorum angulorum, proportiones laterum inter ſe, quanuis latera ipſa non dentur, notas habebimus.



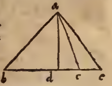
Sit triangulus rectangulus a b c, angulum c rectum habens, cuius angulus b acutus ſit datus. Dico, quòd proportiones quorumlibet duorum laterum notæ depromentur. Erit enim per 22 huius & angulus a cognitus, quare per tabulam ſinus vigeſima huius dirigente vtrunque laterum a c & b c notum dabitur, vt a b eſt ſinus totus, tribus itaque lateribus tres notos aſsignabimus numeros, per diffinitionem igitur notæ proportionis theorema verum enunciaſſe confiteberis.

Opus facile. Quære ſinum arcus anguli dati, & ſinum eius complementi, habebisq; duos numeros duobus lateribus rectum ambientibus deputandos, pro latere autem tertio ſinum quadrantis conſtitues, quo facto, ſcies proportionem quorumlibet duorum laterum eſſe, vt proportionem numerorum ſibi reſpondentium. Vt ſi angulus b fuerit 36, quæro ſinum 36 graduum, qui eſt 35267. ſinumq; complementi eius, ſcilicet 54. graduum, qui eſt 48541. pro latere autem a b pono 60000. ſcio itaque proportionem a b ad a c eſſe, vt 60000 ad 35267. & ita de cæteris.

XXXI.

Si ſupra baſim trianguli, cui perpendicularis à uertice anguli cuiuſcunq; ducenda inſidebit, alter duorum angulorum obtuſus fuerit, extra triangulum ipſa cadet. ſi uerò rectus coincidet cum latere ſibi conterminali, quod recto ſubſternitur angulo, uterq; autem acutus eam intra triangulum conſiſtere iubebit.

Supra baſim b c trianguli a b c alter duorum angulorum b & c, verbi gratia angulus b ſit obtuſus. Dico, quòd perpẽdicularis à vertice anguli a demittenda ad baſim b c cadet extra triangulum a b c. & ſi angulus b rectus fuerit, coincidet cum latere a b. ſi verò vterq; angulorum b & c acutum ſe oſſerat, ipſa perpendicularis triangulum non egredietur, verùm in eo cõſiſtere cogetur. Aduerſario enim contrarium primæ partis affirmanti concludemus impoſsibile hoc pacto. Perpendicularis non cadens extra triangulum neceſſariò intra triangulum manebit, aut cum altero laterum ſibi conterminalium coincidet. Cadat primo ſententia quidem aduerſarij intra triangulum, ſitq; a d, erit itaque angulus a d c rectus per diffinitionem, & per 16 primi: cum ſit extrinſecus ad triangulum a d b: maior angulo a b d intrinſeco ſibi oppoſito, quem obtuſum ſtatuimus. rectum igitur



maiorem obtuſo confitebitur falſigraphus, quod eſt impoſsibile. Quòd ſi dixerit eam coincidere alteri duorum laterum a b & a c, coincidat prius lateri a b, erit itaque angulus a b c rectus, quem hypotheſis aſſentiente etiam aduerſario obtuſum præbuit, quod eſt inconueniens. ſi verò coincidat lateri a c,

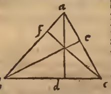
BIBLIOTECA NAZ. ROMA

erit angulus a c b rectus, angulo itaq; b obtuſo exiſtente per hypotheſim, nõ erunt duo dicti anguli minores duobus rectis, quod cum repugnet decimæ ſeptimæ primi, impoſsibile perhibebitur, deſtructis autem impoſsibilibus illis, inferemus aperte primæ partis veritatem. Similiter ratam faciemus ſecundam partem. Nam ſiue proteruiendo dicatur eam cadere intra triangulum, vt eſt a d, ſiue extra, qualis eſt a e, ſequitur ex diffinitione perpendicularis angulum extrinſecum æqualem eſſe intrinſeco ſibi oppoſito, quod cum eſſe nequeat 16 primi prohibente, conſtat ipſam intra triangulum non cadere, neq; extra eum, & ideo coincidere lateri apud quod rectus eſt angulus, reliquo enim ſibi conterminali lateri non poteſt coincidere, ſic enim acutus angulus rectus haberetur, quod acuti anguli diffinitio non permittit. Tertiæ tandem parti certitudinem comparabimus aut difficilius. Si enim dixeris eam coincidere cum altero duorum laterum, erit idem angulus & rectus per diffinitionem, & acutus per hypotheſim, quod eſt impoſsibile. ſi verò extra triangulum cadere putabis eam, ſit ipſa a e. erit igitur per 16 primi angulus a c b extrinſecus ad triangulum a e b, quem acutum prębuit, hypotheſis maior angulo a e c recto per diffinitionẽ, quod eſt impoſsibile. quo interempto, relinquetur veritas tertię partis, ſicq; totum theorema noſtrum veritatem enunciaſſe monſtrauimus.

XXXII.

In omni triangulo ex notis tribus conſtante lateribus, ſi una trium perpendicularium data fuerit, reliquæ duæ non latebunt.

Perpendiculares intelligo ductas à verticibus angulorum verſus latera ipſis angulis oppoſita. Sit triangulus a b c, cuius tria latera ſint data, producanturq; tres perpendiculares a d, b e, & c g, verſus latera ſubtendentia angulos, à quorum verticibus ducuntur. non refert autem, ſiue omnes ipſe intra triangulum cadant, ſiue aliqua earũ extra, niſi quòd latus verſus quam ducitur perpendicularis extra triangulum cadens prolongetur, donec ſuæ occurrat perpendiculari. Tres autem perpendiculares illæ in eodem puncto ſe interſecabunt, quod alio in loco demonſtratum tradidimus.



Sit itaque data perpendicularis a d, dico, quòd reliquæ duæ dabuntur notæ. Tendamus primum ad inquiſitionem perpendicularis b e. Cum igitur duo trianguli a d c & b e c ſint æquianguli, quòd angulum c communem habeant, & vtrunq; angulorum apud puncta d & e rectum per diffinitionem anguli recti, & ideo per 32 primi reliquos duos angulos æquales, erit per quartam ſexti proportio a c lateris ad latus c b, ſicut a d perpendicularis ad perpendicularẽ b e. tres autem primas harum quatuor quantitatum proportionalium notas obtulit hypotheſis, quare pér 19. huius quarta videlicet perpendicularis b e ſcita cõcludetur. Non aliter ad reliquam perpendicularem menſurandam perducemur, quod expectabas oſtendendũ. Vniuerſaliter autem ex hoc trahimus, quòd eandem proportionem habeant quælibet duę perpendiculares, quam ſibi conterminalia latera còntinentia angulum, cui ipſæ perpendiculares opponuntur.

Opus huius ab opere, quod 19 huius tradidit generale, non diſcrepabit.

XXXIII.

Omnis trianguli æquilateri tres angulos conuincemus eſſe notos, unde quemlibet eorum acutum eſſe conſtabit.

Habet nanq; omnis triangulus æquilaterus tres æquales angulos per quintam primi,

tam primi, qui per 32 eiuſdem duobus rectis æquipollent, vnde quilibet eorum tertia pars duorum rectorum angulorum habebitur. Summam aūt duorum rectorum ex 21. & 3. huius notam addiſcemus: quare per ſextam huius quilibet eorum datus exurget, quod cupiebas explanādum. Cum autem ſumma duorum rectorum tripla ſit ad vnumquenqꝫ eorum, dupla verò ad rectum vnum, erit per 10. quinti vnuſquiſqꝫ eorum minor recto, & ideo per diffinitionem acutus, quod pollicebatur corollarium.

XXXIIII.

Omnis trianguli æquilateri latus perpendiculari ſuę potentialiter ſeſquitertium eſſe. Vnde ex latere noto perpendicularis & ècontra noticiam conſequemur.



Ab angulo a trianguli ęquilateri a b c deſcendat perpendicularis a d ad baſim b c cadens per corollarium pręmiſſę & 30. huius intra triangulum a b c. Dico, quòd latus trianguli a b c potentialiter ſeſquitertium ſit perpendiculari a d. Ipſa enim perpendicularis baſim in æquas partitur ſectiones, penultima primi & communibus animi conceptionibus id concludentibus. b c igitur aut a c ſibi æqualis, dupla eſt ad lineam d c: quare per quartam ſecundi, aut 18 ſexti quadratum a c quadruplum erit quadrato d c. penultima autem primi quadratum a c duobus quadratis linearum a d & d c ęquiualere docuit. Duo igitur huiuſmodi quadrata coniuncta quadruplum efficiunt quadrato d c, habent itaqꝫ proportionem ad quadratum d c ſicut 4 ad 1: quare diuiſim proportio quadrati a d ad quadratum d c erit, ſicut 3 ad 1, tripla videlicet. erat autem quadratum a c ad quadratum d c quadrupla. maioris itaqꝫ harum proportionum denominator eſt 4, minoris verò 3, quare per corollarium 12 huius quadrati a c ad quadratum a d, ſicut 4 ad 3 ſeſquitertia ſcilicet concludetur. potentia igitur lateris a c, quam vocant quadratum eius potentiæ perpendicularis a d ſeſquitertia conuincitur, quod intendebat propoſitio. Quod autem corollarium huius pollicebatur, ſexta & prima huius enitentur. Nam ſexta huius ex proportione iam data quadrati a c, per primam huius noti ad quadratum a d, ipſum quadratum a d ſuſcitabit notum, cuius demum coſta perpendicularis ſcilicet a d, per ſecundam huius emerget cognita, ſimiliter ex a d perpendiculari data latus a c notum explicabimus. Poteris etiam, ſi libeat, ex latere a c noto per hypoteſim corollarij præſentis, & angulo a c b per præcedentem cognito 28 huius dirigente perpendicularē a d menſurare, & viceuerſa ex perpendiculari data latus reddere cognitum.

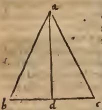
Operatio. Dimidium latus notum in ſe ductum triplabis, triplatiqꝫ radicem extrahes quadratam, vt libet quàm propinquiſsimè, quam aſſcribes perpendiculari a d. Aut ex quadrato lateris cogniti quartam ſui partem demas, & relicti radicem elicias quadratam propinquam, vt placet, quæ perpendicularem a d notificabit. In exemplo. Sit latus a c 12. & medietas eius 6. quæ ducta in ſe reddunt 36. hæc triplata faciunt 108. quorum radix quadrata propinqua eſt 10 $\frac{391}{1000}$ tantam igitur ferè perpendicularem a d prædicabis. Aut multiplicatis 12. in ſe fiunt 144. quorum quarta pars 36. dempta ex ipſis 144. relinquet 108. quadratum, videlicet perpendicularis a d, cum quo vt antehac operabimur. Quòd ſi ex perpendiculari data libeat elicere latus, perpendicularem in ſe multiplica, productóque tertiam ſui partem adijcias, & reſultabit numerus quadrato lateris deputandus, cuius radix propinqua latus ipſum manifeſtabit. Vt ſi perpendicularis fuerit 6, multiplico 6 in ſe, fiunt 36.

quorum tertia pars eſt 12. hæc adiecta, congregabit 48. quorum radix quadrata ad propinquum eſt 6 $\frac{116}{125}$ & tantum habebitur ad propinquum latus a c. Iuberis autem quærere radicem quadratam ad propinquum: nam ſi latus ipſum poſueris notum ſecundum numerum quemcunq;, impoſsibile eſt perpendicularem præciſè notam fieri, latus enim & perpendicularis potentia tantùm communicantes ſunt: quoniam quadrata ſua ſunt in proportione numerorum non quadratorum, quemadmodum in præſenti didicimus theoremate. ſimiliter ſi perpendicularis ſupponatur nota, non erit vnquam latus trianguli æquilàteri cognitum præciſè. Nunc ad triangulos æquicrures deſcendamus.

XXXV.

Quocunq; angulorum trianguli æquicruris cognito, reliquos datum iri. Cum quo declarabitur, utrunq; angulorum, quos baſis ſuſtentat, acutum eſſe.

Trianguli a b c, duo latera a b & a c æqualia habentis, angulus b ſit cognitus. Dico, quòd reliqui duo non venient. Eſt enim per quintam primi angulus c æqualis angulo b, propter latera a b & a c æqualia: quare & ipſe notus, & ideo per 25. huius, tertius reliquus angulus b a c innoteſcet. Non aliter procedemus, ſi quis angulum c notum obtulerit. Quòd ſi angulus a detur, erit per 4. huius, reſiduum duorum rectorum cognitum, quod eſt aggregatum ex duobus angulis b & c ęqualibus, & ideo per ſextam huiuſmodi vterq; eorum datus, cum ſit medietas huius aggregati. Vnicus igitur angulus quilibet trianguli æquicrurij cognitus ſocios ſuſcitabit ſuos, quod expectabatur oſtendendum. Cum autem duo recti ad vnum rectum ſe habeant, ſicut aggregatum ex duobus angulis b & c ad vtrunq; eorum, eſt enim vtrobiq; dupla proportio, duo autem recti maiores ſunt duobus angulis b & c collectis per 17. primi, erit quoque per 14. quinti, vnus rectus maior vtroq; angulorum b & c. per diffinitionem igitur anguli acuti vterq; eorum acutus habebitur, quod enunciabat corollarium.

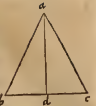


Operationem accipe. Si alter duorum æqualium, qui baſi inſident, angulorum notus præbeatur, erit & reliquus ſecundum eundem numerum notus, hunc numerum duplabis, & duplum ſubtrahes à numero duorum rectorum: qui enim relinquitur numerus, angulo, quem baſis reſpicit, deputabitur. Si verò angulus, quem duo æqualia ambiunt latera, notus offeratur, numerum eius à numero duorum rectorum minues: nam relicti numeri medietas vtrunq; æqualium angulorum patefaciet. In exemplo: Sit angulus b 30 graduum, erit autem & angulus c ſibi æqualis 30. hi collecti, reddunt 60. qui ſublati ex 180. numero duorum rectorum vſitato, relinquunt 120. & tantus erit angulus a. Sed ponatur angulus a 150. minuo 150. ex 180. valore ſcilicet duorum rectorum relinquuntur 30. quorum medietas 15 vtrunq; angulorum b & c cognitum efficit.

XXXVI.

Perpendicularem duobus trianguli æquicrurij notis lateribus conterminalem, cui baſis nota per medium diuiſa ſubſternitur, faciliter indagare.

Sit triang



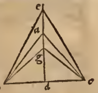
Sit triangulus æquicrurius a b c, cuius baſis b c data ſit, lateraque a b & a c cognita, à quorum communi puncto a ad baſim b c deſcendat perpendicularis a d, cadens intra triangulum, quemadmodum ex præcedenti & 30. huius concluditur. Dico, quòd ipſa perpendicularis a d nota veniet. Quoniam enim vterque angulorum ſupra baſim apud punctum d rectus eſt, erit per penultimam primi tam quadratum lineæ a b æquale duobus quadratis linearum a d & d b, quàm quadratum a c duobus quadratis linearum a d & d b. ſunt autem duo quadrata linearum a b & a c æqualia propter coſtas ſuas æquales, quare & aggregatum ex duobus quadratis a d & d b æquale aggregato ex duobus quadratis a d & d c. dempto igitur communi quadrato a d, relinquetur quadratum b d æquale quadrato d c, vnde & linea d b æqualis lineæ d c concluditur. cumque tota b c nota ſit ex hypotheſi, erit per ſextam huius vtraque linearum d b & d c nota, ſunt enim eius medietates. quadratum itaque lineæ d c per primam huius notum habebitur, ſed & quadratum a c per eandem iuuante hypotheſi notũ eſt, à quo cum ſuperet quadratum d c in quadrato a d per penultimam primi, ſi quadratum d c notum abſtraxeris, relinquetur per quartam huius quadratum perpendicularis a d notũ, & ideo per ſecundam huius ipſa perpendicularis a d cognita, quod placuit attingere.

Opus. Quadratum dimidiæ baſis ex quadrato lateris minuas, relicti enim radix quadrata perpendicularẽ manifeſtabit. Vt ſi baſis b c fuerit 10. & utrunque laterum a b & a c 13. quadrabo medietatem baſis, quę eſt 5. exurgunt 25. item quadrabo numerum lateris ſcilicet 13. producũtur 169. à quibus poſtquàm 25 dempſero, relinquentur 144. pro quadrato perpendicularis a d, quorum radicem quadratam 12 perpendicularis ſibi vendicabit.

XXXVII.

Quales habeat angulos æquicrurius triangulus, ex cognitis lateribus & baſi faciliter indagare.

Qualitatem anguli dicimus rectitudinem, acutiem, & obtuſitatem. Duobus ad hoc iudicijs perducemur, quorum vnum accipitur ex perpendiculari ad baſim demiſſa & baſi, aliud verò ex latere & baſi. Nam ſi perpendicularis dimidiæ baſi fuerit æqualis, angulus, cui baſis opponitur, rectus erit, ſi verò minor fuerit medietate baſis obtuſus, & ſi maior acutus, quorum demonſtrationem breuiter afferemus. Sit enim in triãgulo æquicrurio a b c perpendicularis a d æqualis medietati baſis d c, erit itaque ex proceſſu 23 huius bis aſſumpto vterque angulorum d a c, & d a b medietas recti, totus igitur angulus b a c rectus habebitur. Si autem a d perpendicularis minor fuerit medietate baſis b c, prolongetur d a in e, donec d e fiet æqualis lineæ d c, ductis lineis e b & e c nouum æquicrurium triangulum claudentibus per 4 primi, cuius angulus b e c ex recitato proceſſu rectus declarabitur. vnde & per 21 primi angulus b a c maior eo, & ideo obtuſus enunciabitur. Sed ſi perpendicularis a d maior fuerit medietate baſis d c, abſcindatur ex ea d g ęqualis d c, extenſiſque lineis b g & g c, probabitur vt prius angulus b g c rectus, qui per 21 primi maior eſt angulo b a c, angulum itaque b a c minorem eſſe recto, & ideo acutum nemo dubitabit.



Aliud verò indicium apparebit hoc pacto, Si latus medietati baſis poten-

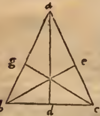
tialiter duplum occurrat, rectus prædicabitur, quem baſis ſubtendit angulus. ſi verò potentialiter minus quàm duplum obtuſus, & ſi maius quàm duplum acutus, quod ſic conſtabit. Nam ſi quadratum lateris, quod ſuam dicimus potentiam, duplum fuerit quadrato dimidiæ baſis, cum ipſum æquipolleat per penultimam primi duobus quadratis ipſius, ſcilicet perpendicularis & dimidiæ baſis, planum erit quadratum perpendicularis æquari quadrato dimidiæ baſis, & ideo perpendicularem dimidiæ baſi. ad prius igitur explanata ſi refugerimus conſtabit angulum b a c eſſe rectũ. Si verò quadratũ lateris a b minus fuerit, quàm duplum quadrati dimidiæ baſis, erit & aggregatum ex duobus quadratis linearum a d & d b per penultimam primi minus, quàm duplum quadrati b d. vnde quadratum a d minus oportebit eſſe quadrato b d, & ideo coſtam huius lineam, ſcilicet a d minorem coſta illius b d, ex prędictis ergo angulum b a c obtuſum eſſe non ignorabimus. Quòd ſi quadratum a b maius fuerit duplo quadrati b d, concludemus vt nunnunc fecimus lineam a d longiorem linea b d. quamobrem ex ſupra memoratis in primo indicio angulus b a c acutus explorabitur. Qualis itaq; ſit angulus, quem baſis ſubtendit, gemino monſtrauimus indicio. vtrunq; autem reliquorum, quos dicta ſuſtentat baſis, acutum eſſe docuit corollarium 34 huius.

Opus verò poſteaquàm ex præcedenti perpendicularem didiceris, ex proceſſu huius facilè comparabis.

XXXVIII.

Trianguli æquicrurij ſiue latus quodcunq; dederis, ſiue perpendicularem cum uno angulorum, & reliqua latera & perpendiculares menſurabuntur.

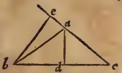
Sit triangulus æquicrurius a b c, cuius vnum latus quodcunq; ſit notũ cum vno angulorum eius. Dico, quòd reliqua duo latera nota fient cum perpendicularibus.



Detur enim primò alterum duorum laterum & ſit a c, demiſſaq; perpendiculari a d ad baſim b c, erit triangulus a d c rectangulus, cuius angulus c acutus ex corollario 34 huius notus habebitur, ſiue per hypotheſim ſolam, ſiue per hypotheſim & 34 huius, quare per 28 huius latere a c noto exiſtente, tam linea a d perpendicularis, quàm d c notæ occurrent, duplicata autem d c nota proueniet baſis b c data. latus autem a b cum ſit æquale lateri a c, nemini erit ignotum. Sic igitur & latera reliqua & perpendicularem vnam menſi ſumus. Quòd ſi detur baſis b c cum aliquo angulorũ, erit & eius medietas d c data, habebitq; triangulus a d c rectangulus notum latus d c, & angulum c acutum cognitũ, quare per 29 huius reliqua eius duo latera non ignorabuntur, quorum vnum eſt perpendicularis a d quæſita, reliquum verò etiam triangulo ęquicrurio propoſito cõmune eſt. Perpendicularem autem b e aut c g baſi conterminalem, ex 32 huius perpendiculari a d nota exiſtente, faciliter addiſcemus. Poſtremò ex perpendiculari nobis data, cũ angulo quocunque reliqua ſcibilia depromemus. Detur enim primò perpendicularis a d baſi inſiſtens, qua intra triangulum cadet, vt ſupra confirmauimus, oportet autem & angulum c acutum eſſe notum, ſiue per hypotheſim ſolam, ſiue per hypotheſim & 35 huius. Triangulus itaq; a d c rectangulus, cum & latus a d notum habeat, & angulum c datum, reliqua ſua latera a c & d c, per 29 huius adducet cognita, cumq; d c ſit medietas baſis, tota quoq; baſis b c trianguli propoſiti non erit ignota. eſt autem a b æqualis ipſi a c, notæ igitur venerũt

omnes

omnes lineę trianguli propoſiti, perpendicularem autem b e aut c g, 32. huius afferet cognitam. Sed ſi detur angulus quicunq; cum altera perpendicularium b e & c g, habebit triangulus b e c latus b e cognitum cum angulo acuto c, & ideo per 29 huius b c linea dabitur cum eius medietate d c. Iterum ergo triangulus a d c rectangulus, notum latus d c habens cum angulo c, latus ſuũ a d, perpendicularem ſcilicet trianguli æquicrurij propoſiti cum latere a c per 29 huius manifeſtabit. Vna igitur ex lineis memoratis quæcũq; cum vnico angulo quicquid in triangulo æquicrurio inquiri ſolet, apertum efficiet, quod libuit abſoluere.

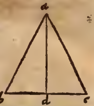


Opus autem huius, ne diutius æquo detinearis, miſſum facimus, quod quidem haud difficulter colligemus, ſi ad 29 & 32 huius confugerimus.

XXXIX.

Lateribus trianguli æquicrurij cum baſi cognitis, omnes ipſius angulos manifeſtare.

Triangulus a b c æquicrurius duo latera a b & a c nota habeat cum baſi b c. Dico, quòd omnes eius anguli noti fient. Demiſſa enim ad d baſim perpendiculari a d, erit d c nota, cum ſit medietas baſis, vt ſuprà commemorauimus. duo igitur latera a c & d c trianguli, a d c rectanguli nota ſunt, quare per 27 huius angulus eius c, qui & triangulo a b c communis eſt, notus comprehenditur. vnde & per 35 huius reliqui anguli trianguli a b c propoſiti nõ latebunt, quod cenſebam demonſtratũ iri.

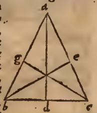


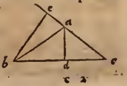
Operationes autem 27 & 35 huius, ſi commiſceas opus theorematis præſentis facilè conflabis.

XL.

Si perpendicularem trianguli æquicrurij datam habueris, ex baſi nota latus, aut econtrà ex latere noto baſim elicies.

Sit triangulus æquicrurius a b c, cuius altera perpendicularium a d & b e, vel g data ſit. Dico, quòd ſi etiam baſis b c nota fuerit, latus a c cognitum erit, & econtra, ſi latus a c vel a b notum fuerit, baſis ipſa non ignorabitur. Sit enim primò perpendicularis a d nota cum baſi b c, erit itaq; & d c medietas baſis cognita, quare per 26 huius a c nota dabitur. Si verò a c latus offeratur notũ, erit per allegatam 26 huius linea d c nota, quę cum ſit medietas baſis, duplata baſim ipſam cõſtituet. Sit deinceps perpendicularis b e vel c g nota cum baſi b c, ſiue intra ſiue extra triangulum cadat. duobus itaq; triãgulis rectangulis b e c & a d c, angulus c communis erit, quare per 32 primi æquianguli concludentur, & ideo per quartam ſexti erit proportio e c ad c d, ſicut b c ad c a. tres autem primæ harum linearum proportionaliũ notæ ſunt, e c quidem ex hypotheſi & 26 huius, b c ex hypotheſi, & d c medietas ipſius b c. quare per 19 huius a c quarta nota veniet, ſcilicet latus trianguli æquicrurij quæſitum. Si verò perpendicularem b e datam habueris cum latere a b, erit per 26 huius a e nota,





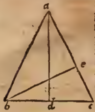
eſt autem ex diffinitione æquicrurij trianguli a c æqualis ipſi a b, quare & a c nota, & per tertiam aut quartam huius e c cognita. duobus itaq; lateribus b e & e c trianguli b e c rectanguli notis exiſtentibus, erit per 26 huius linea b c nota, baſis ſcilicet trianguli noſtri. Quo autem pacto perpendicularis vna reliquam ſuſcitare ſoleat, ſuperius explanatum eſt.

In operatione huius non morabimur, quamquidem ex operibus prællegatarum propoſitionum faciliter conflabimus.

XLI.

Vno duntaxat angulo trianguli æquicrurij cognito, utrunq; latus ad baſim & perpendiculares, notas habebit proportiones.

Sit triangulus ęquicrurius a b c, vnum habens notum angulum quemcunq; cuius duæ perpendiculares ſint a d & b e. Dico, quòd proportio a c lateris ad baſim b c, & ambas perpendiculares nota fiet. Erit enim triangulus a d c rectangulus, notum habens c angulum acutum ex hypotheſi ſola, aut ex hypotheſi & 35 huius, quare per 30 huius proportio a c ad a d perpendicularem nota erit, ſed & eiuſdem a c ad lineam d c ex eadem 30 proportio non ignorabitur. cumq; proportio d c ad c b ſit nota, eſt enim vt medietatis ad totum, erit per 12 *huius* proportio a c ad baſim b c cognita. Sic quo pacto notę fiant proportiones lateris a c ad perpendicularem a d & baſim b c iam explanauimus. Rurſus triangulo a b e rectangulo angulum a notum habente, aut per hypotheſim ſolam, aut per hypotheſim & 35 huius, erit per 30 huius proportio a b lateris ad perpendicularem b e nota. quicquid autem de altero laterũ a b & a c prædicamus, & de reliquo cum ſint æqualia enunciatũ intelligemus. verum igitur eſt, quod theorema propoſuit.



Operari aũt, ſi voles, propoſitiones theorema noſtrũ confirmantes repetito.

In tertio demum triangulorum genere ludendum cenſeo.

Tria ſuperius triangulorum diffiniuimus genera, quorum primo ab æqualitate laterum ſumenti originem modicũ accidit varietatis, in eis quas Mathematici ſcrutantur rebus. in ſecundo autem magis varia eſt ſcibilium inquiſitio, quòd ipſum ab vnitate ſimplicitateq; laterum recedat. tertiũ verò genus, quo amplius à primo diſtat genere, eo difficilius ſe offert. In primo prætcrea genere, omnes anguli, non quidem ad ſpontaneam poſitionem tuam, ſed neceſsitate cogniti ſunt, vnumquenq; enim eorum tertiam partem duorum rectorum demonſtrauimus, vno autem latere quolibet dato, reliqua duo non latebunt, quòd ipſa dato lateri ſint æqualia. Secundum verò triangulorum genus angulos ſuos non præbet cognitos, niſi aliquid ex angulis ſuis aut lineis præcognitum habeatur, quod & in lateribus menſurandis euenire compertum eſt. Tertij autem generis tanta tamq; varia eſt intricatio, vt nõ ſatis ſit vnum angulum cum vno latere præſciuiſſe ad reliqua cognoſcenda, aut duo eius latera tantùm verùm vt latera & angulos metiamur vniuerſos, aut tria latera præſcienda ſunt, ad tres angulos reperiendos, aut duo latera cum vno angulo, aut duo anguli cum vno latere. duobus enim angulis datis, tametſi tertius extemplò notus reddatur per 25 huius, non tamen latera nota veniunt, verùm proportiones ipſorum laterum duntaxat, quemadmodum infrà docebimus, notas fieri oportet. Poſtremò in his triangulis abſq; notitia duorum caſuum aut alterius eorum, quos perpendicularis ex ipſa baſi ſeparat, nihil efficiet Geometra, quæ

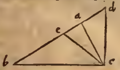
quidem

quidem perpendicularis diuerſimode cadere ſolita, nunc intra nūc extra triangulum, vt ſupra tetigimus, multiuariam ignotorum faciet inquiſitionem. Principiò igitur explorandum arbitror, quales ſint vniuerſi anguli, quos habet propoſitus nobis triangulus trium datorum laterum, vnde perpendicularis quælibet quo pacto caſura ſit, dirigente 32. huius callebimus, cuius demum perpendicularis quantitatem metiri non prorſus inutile videbitur.

XLII.

Triangulus notorum trium laterum, qualem quemuis angulum habeat percontari.

Sit triangulus a b c trium inæqualium, & notorum inter ſe laterum, cuius quales ſint anguli experiundum eſt. Faciamus primò periculum de angulo a. dico autem, quòd ſi quadratum lateris b c, ipſum angulum a ſubtendentis, æquale fuerit duobus quadratis laterum a b & a c, quæ dictum ambiunt angulum, rectus erit angulus ille. ſi verò minus illis quadratis, erit acutus, & ſi maius, obtuſus, quæ ſic conſtabunt. Si enim quadratum b c æquale reperiatur duobus quadratis a b & a c, erit per vltimam primi angulus a rectus. certum eſt igitur primum indicium. Si verò quadratum b c minus fuerit quadratis a b & a c, non poteſt angulus a eſſe rectus, neq; obtuſus, eo nanq; recto exiſtente, quadratum b c duobus quadratis a b & a c per penultimam primi æquabitur, quod eſt contrarium poſito. Sed non obtuſus, ſic enim per 12. ſecundi quadratum b c maius duobus quadratis a b & a c habetur, quod cum repugnet poſito, relinquitur angulum a eſſe acutum, & ita ſecundum firmauimus indicium. Quòd ſi quadratum b c maius fuerit quadratis a b & a c, non



poterit angulus a eſſe rectus neq; acutus: nam ſi alterum illorum dixeris, erit quadratum b c, aut æquale duobus quadratis a b & a c per penultimam primi, aut minus eis per 13. ſecundi, neutrum autem horum cum poſito ſtabit: cui igitur dubium erit angulum a obtuſum eſſe? Ad reliquos demū angulos quales ſint, ſimili perducemur examine.

Operationem ex proceſſu iam facto non potes non cōprehendere. In exemplo. Sit latus a b 7, latus b c 9, & latus a c 12, volo ſcire qualis ſit angulus a, quadrabo ſingula latera, quadratum de 7 eſt 49. quadratum de 9 eſt 81. quadratum verò de 12 eſt 144. colligo duo quadrata 49 & 144. reſultant 193. cum itaq; quadratum de 9, quod eſt 81, ſit minus quàm 193. pronuncio angulum a eſſe acutum. Ita in cæteris.

XLIII.

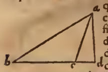
Datis tribus lateribus trianguli, duos caſus, quos perpendicularis à puncto angulari ad baſim deſcendens, ex ipſa diſtinguit baſi, comperire.

Perpendicularis intra triangulum manens, duos caſus profectò diſtinguet ex ipſa baſi. quæ verò cum altero laterum coincidit, vnum duntaxat caſum habebit. perpendiculari autem extra triangulum cadente, caſus huiuſmodi non ſunt portiones baſis, verùm baſis eſt pars alterius eorum. Sane igitur intelligenda erat diffinitio caſus ab initio poſita. vocabulo enim baſis, baſim ſimpliciter dictam, & baſim quantum oportet prolongatam ſignificauimus. Cognitio autem caſuum dictorum, aut alterius eorum, neceſſaria eſt ad perpendicularem trianguli tria latera nota habentis cognoſcendam, per quam denique perpendicularem anguli quæri ſolent. Cum autem de his, quæ in triangulis rectangu-

lis quæri ſolent, ſuperiori loco ſatis dixiſſe videamur, ad triangulos non rectangulos præcepta futura ſonabunt potiſsimum, licet quædam ad rectangulos etiam applicari poſsit. Ex puncto igitur a trianguli a b c tria latera habentis nota verſus lineam b c procedat perpendicularis a d, diſtinguens ex baſi duos caſus b d & d c, dico quòd illi duo caſus noti venient. Qua nanque lege ſiue intra ſiue extra triangulum cadat huiuſmodi perpendicularis præcedens & 31 huius indicabunt. Cadat itaque primo intra triangulum duobus angulis b & c acutis exiſtentibus. argumento igitur 13. ſecundi quadratum lateris a b ſuperabitur à duobus quadratis linearum c a & c b in eo, quod fit ex b c in c d bis. cumque



tam quadratum a b notum ſit ex hypotheſi & prima huius, quàm aggregatum ex quadratis a c & b c ex hypotheſi, prima & tertia huius, erit per quartam huius, quod fit ex b c in c d bis notum, & eius dimidium, quod fit ex b c in c d notum. eſt autem latus b c notum ex hypotheſi, quare per 17. huius linea c d nota veniet, alter videlicet duorum caſuum, quo dempto ex linea b c nota per hypotheſim, reliquus caſus b d innoteſcet. Quòd ſi alter angulorum b & c obtuſum ſe præbeat, perpendicularis a d triãguli aream tranſiliet, ad partem quidem anguli obtuſi, qui verbi gratia ſit c, erit igitur per 12. ſecundi quadratum lateris a b maius duobus quadratis linearum a c & c b in eo, quod fit ex b c in c d bis. Ex prius igitur adductis locis (vt breuis ſim) exceſſus ille notus erit, ſcilicet, quod fit ex b c in c d bis, & eius dimidium quod ex b c in c d. cumque b c nota ſit ex hypotheſi, erit per 17 huius & c d nota, ſic minorem duorum caſuum notũ eniſi ſumus, cui ſi baſim b c notam adieceris, reſultabit caſus maior b d notus, quæ fuêre lucubranda.



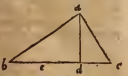
Operatio varia proceſſum huiuſmodi conſequitur. Nam ſi vterque angulorum, quos baſis ſuſtinet, acutus fuerit, deme quadratum lateris vni eorum oppoſiti ex aggregato duorũ quadratorum reliqui ſcilicet lateris & ipſius baſis, quodque relinquitur, dimidiatum in baſim partiaris, exibit enim caſus, qui eſt apud angulum acutum prædictum, quem ex baſi minuendo reliquum habebis caſum. In exemplo. Ponat quis mihi latus a b 20 pedum, b c 21. & a c 13. monitu præcedentis vtrunque angulorum b & c acutum eſſe conijcio. quadrabo igitur a b, fiunt 400. quadratum autem a c, quod eſt 169. coniungam quadrato b c, quod eſt 441. & reſultabunt 610. à quibus demo quadratum a b, manent 210. quorum dimidium 105. diuido per 21 exeunt 5. & tantus eſt caſus d c, aufero 5 ex 21 numero baſis, manent 16 pro caſu reliquo. Quòd ſi alter angulorum prædictorum obtuſus extiterit, à quadrato lateris obtuſum ſubtendentis angulum ſubtrahe aggregatum quadratorum reliqui lateris & baſis ipſius, quodque remanebit, dimidiatum per baſim partire, exibit enim caſus minor, cui poſteaquam baſim adijciemus, emerget caſus maior. Ponatur in exemplo a b 51. b c 38. & a c 25. erit igitur angulus c obtuſus, quadrabo a b, veniunt 2601. quadrabo b c, exurgunt 1444. item quadratum a c eſt 625. colligo duo quadrata b c & c a, reſultant 2069. quæ dempta ex quadrato a b, relinquunt 532. quorum dimidiũ 266 diuido per b c ſcilicet 38. exeunt 7. & tanta eſt linea c d, caſus videlicet minor, cui adiungo baſim 38. congregantur 45 pro caſu maiore.

XLIIII.

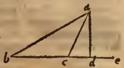
Quod præcedens docuit, alio tramite inueſtigare.

Triangulſ

Trianguli a b c tria latera ſupponantur nota, a b quidem longius latere a c, perpendicularis autem a d cadat intra triangulum ſuper baſim b c, erit itaq; caſus b d maior caſu d c ex hypotheſi, penultima primi & communi animi conceptione, ſit igitur e d æqualis ipſi d c ducta linea a e. Cum aũt per penultimam primi quadratum a b æquipolleat duobus quadratis a d & d b, quadratum verò a c duobus quadratis a d & d c, quadrato perpendicularis a d communi ablato, erit per cõmunem ſcientiam differentia quadratorum b d & d c æqualis differentiæ quadratorũ a b & a c. duo aũt quadrata linearũ a b & a c nota per hypotheſim, ex quarta



huius notam habebunt differentiam, quare & differentia quadratorũ b d & d c nõ ignorabitur, ſed per ſextam ſecundi quadratum b d æquatur ei, quod fit ex e b in b c cum quadrato e d. differentia igitur quadratorũ b d & e d ſiue d c eſt id, quod fit ex e b in b c, erat autem hæc differẽtia nota, quare quod fit ex e b in totam b c notum declarabitur. cumq; ipſam b c notam attulerit hypotheſis, erit per 17 huius ipſa b e nota, quam baſi b c cognita dementes, lineam e c relinquemus cognitam & eius medietatem d c, quæ eſt caſus minor. huic cum ſit æqualis lineæ e d, ſi adiecerimus b e prius notam, caſum maiorem b d ſcitum reddemus. Quòd ſi perpendicularis aream trianguli egrediatur, continuata baſi b c, donec concurret cum perpendiculari in puncto d, ponatur ipſi c d æqualis d e. priſtino igitur fretus argumento, confiteberis differentiam quadratorum a b & a c æqualem eſſe differentiæ quadratorum b d & d c, quam quidem differentiam hypotheſis, prima & quarta huius la têre non ſinunt. quadratum autem b d ſuperat quadratum c d, per 6 ſecundi in eo, quod fit ex c b in totam b e. quod igitur fit ex c b in totam b e, notum habebitur, eſt autem ipſa b c data per hypotheſim, quare per 17 huius tota b e cognoſcetur, ex qua ſi dempſeris baſim b c datam, reſidua c e nota videbitur, cum eius medietate c d. caſum itaque c d minorem eniſi ſumus,



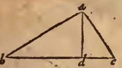
cui ſi baſim adiunxeris datam, caſus maior b d menſuratus emerget, quod decuit explanare.

Operatio. Subtrahe quadratũ lateris minoris à quadrato maioris, relictoq; diuiſo per baſim, quod exibit ab ipſa baſis minuas, ſi perpẽdicularis intra triangulum ceciderit, aut ab eo quod exibit baſim demas, ſi extra ceciderit, eius aũt quod relinquitur dimidiũ, pro caſu minori teneto, cui ſi id, quod ex diuiſione elicitũ eſt, ſociaueris, caſum maiorẽ congregabis, perpendiculari quidem intra triangulũ cadente. ſed ſi extra ceciderit, caſum minorem cum baſi ſummabis, reſultabit enim caſus maior quæſitus. In exemplò. Sit latus a b. 20. a c 13. & baſis b c 21. quadratũ de 13 eſt 169. quadratũ de 20 eſt 400. ſubtraho 169 à 400. manent 231. quæ diuido per 21 exeunt 11. hæc ſublata ex 21 relinquunt 10, medietas de 10 eſt 5. tantumq; minorem pronuncio caſum, cui adiectis 11 colligo 16 pro caſu maiori, hæc dum perpendicularis intra. Sed extra offeratur latus a b 51. a c 25. & baſis b c 38. quæ quidem perpendicularem extra triangulum cadere ſignificant. ſubtraho quadratum de 25 quod eſt 625 ex quadrato de 51, ſcilicet 2601 manent 1976 quæ diuiſa per 38 eliciunt 52, à quibus demo 38 manent 14, quorum medietatem ſcilicet 7 caſui minori deputabo, colligo 7 & 38, reſultant 45, tantum igitur maiorem enunciabo caſum. Quod ſub differentia laterum & congerie cõmuni cõtinetur, æquum eſt ei, quod ſub differentia caſuũ atq; congerie eorum, ſcilicet ipſa baſi continetur rectangulũ.

adieceris,ſi extra ceciderit perpendicularis,caſum maiorem conſtitues. Verbi gratia.Sit latus a b 25.a c 17.& baſis b c 28.congregabo 25 & 17,reſultabūt 42.differentia duorum laterum eſt 8.multiplico igitur 42 per 8, producuntur 336.quæ diuido per 28.numerum ſcilicet baſis,exeunt 12.ſubtraho 12. ex 28,manent 16. quorum medietas eſt 8. Caſus ergo minor erit 8. Item addo 12. ad 8. veniunt 20. & tantus habebitur caſus maior. In hoc exemplo oportuit perpendicularem cadere intra triangulum. Sed offeratur mihi latus a b maius 20, a c 13.& baſis 11.quo fit,vt perpendicularis a d triangulum egrediatur. Summa duorum laterum eſt 33.differentia eorum eſt 7.multiplico 33.per 7.producuntur 231.quæ diuido per 11.numerum ſcilicet baſis,exeunt 21, à quibus minuo 11.manēt 10.medietas de 10 eſt 5.tantusq; numerabitur caſus minor. Item congregabo numerum baſis 11.cum caſu minori 5.redduntur 16.pro caſu maiori. Triplicem igitur huiuſmodi caſus metiendi artem abſoluimus. Nunc quid vtilitatis ipſi afferant paucis lucubrabimus.

XLVI.

Perpendicularem à quouis puncto angulari ad oppoſitum ſibi latus protenſam ex notis tribus trianguli lateribus reddere menſuratā.



Sit triangulus a b c,ex cuius puncto angulari a deſcendat perpendicularis a d ad baſim b c,ſi intra triangulum ceciderit,aut ipſi baſi quantum oportet continuatè occurrens, ſi extra triangulum proſiliet. Dico,quòd ipſa perpendicularis a d nota veniet. Nam huiuſmodi perpendiculari deſcendente concludentur duo trianguli rectanguli, latus cōmune habentes,ipſam ſcilicet perpendicularem, quorum ſiniſter ſiniſtrum trianguli propoſiti latus, & caſum ſiniſtrum pro lateribus duobus reliquis accipit,dexter autem latus dextrū cum caſu dextro, quemadmodum in figura apparet. per 26 igitur huius, quæ ex penultima primi pendet, perpendicularis a d nota veniet, latere a b noto exiſtente per hypotheſim,caſu autem b d per quamlibet trium præmiſſarum. Idem efficies ſi triangulo a d c rectangulo vſus fueris.

Opus breue. Quadratum alterius duorum caſuum ex quadrato lateris ſibi conterminalis minue, relicti enim radix quadrata perpendicularem quæſitam manifeſtabit.

XLVII.

Si quis trianguli tria latera habuerit cognita, trium eius angulorum addiſcet quantitates.

De triangulis non rectangulis ſermo futurus habebitur, de rectangulis enim ſuperius ſatis dixiſſe videmur. Sint itaq; trianguli a b c tria latera nota, dico, quòd tres eius anguli non latebunt. Demittatur enim ex puncto a ad baſim b c perpendicularis a d, quæ cadátne intra triangulum an extra ſuperiores docuerunt. Cadat primò intra triangulum, erit autem ipſa nota per præmiſſam. triangulus igitur a d c rectangulus duo latera a d & a c nota habens, per 27. huius, angulos ſuos acutos manifeſtabit. Similiter triangulus rectangulus a b d notos habebit acutos angulos. duobus autē angulis b & c cognitis, qui triāgulis dictis rectangulis & propoſito noſtro triangulo a b c cōmunes ſunt,



tertius angulus b a c per 25 huius nõ ignorabitur. omnes ergo angulos trianguli a b c notos effecimus. Cadat demũ perpendicularis a d extra triangulũ, argumẽtis igitur priſtinis duo anguli a b d & a c d noti declarabuntur. cumq́ꝫ

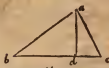


ex 13 primi duo anguli a c d, & a c b duos rectos notos, per 21 & 3 huius valeant, erit per 4 huius & angulus a c b cognitus, vnde per 25. huius angulus b a c non ignorabitur. Poteris autem hæc breuius concludere, ſi loco perpendicularis duos caſus acceperis. Nam propter duo latera a b & b d nota ex hypotheſi, & aliqua trium concluſionum, quas de caſibus numerandis tradidimus, per 27 huius notus erit angulus b, ſimiliter propter latus a c notum ex hypotheſi, & caſum d c ſuperius numeratum, angulus c patefiet, duo aũt anguli b & c cogniti, ſocium ſuum angulum a per 25 huius ſuſcitabunt.

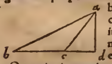
Ne autem æquo diutius obtundaris, operationem duabus ex rebus colliges: nam perpendicularem ex pręmiſſa, aut vtrunque duorum caſuum ex aliqua trium præcedentium numerabis. angulos autem triangulorum partialium rectangulorum, qui & triangulo propoſito communes habentur, 27 huius non ſinet ignotos, qui tandem 25 huius dirigente, tertium angulum elicient menſuratum.

XLVIII.

Duobus trianguli notis angulis, laterum proportiones inuicem cognitum iri.



Trianguli a b c duos angulos ſupponamus datos. Dico, quòd quorumlibet duorum laterũ proportio nota videbitur. A communi enim termino duorum laterum, quorum proportionem eniti voles, demitte perpendicularem verſus reliquum latus, quæ cadátne intra an extra triangulum ex angulis, quos baſis ſuſtentat, facilè doceberis, illud autem proceſſum noſtrum non variabit, erit enim trianguli partialis a b d rectanguli angulus b notus ex hypotheſi, iuuante 25 huius, ſi opus fuerit, quare per 30 huius proportio a b ad a d nota accipietur. ſimili argumento proportio a c lateris ad eandem perpendicularem nota declarabitur. vtroq́ꝫ igitur laterum a b & a c ad perpendicularem a d proportionem habente, erit per 12. huius, eorum inter ſe proportio nota. Similiter procedemus circa duo latera quæcunque elegerimus, quod erat abſoluendum.



Operationi autem immorari non eſt conſilium: ipſam enim èx operibus allegatorum theorematum facilè comparabimus.

XLIX.

Si duo latera trianguli data notum ambiant angulum, reliquos angulos, reſiduumq́ꝫ latus dimetiri.

Sint duo latera a b & b c trianguli a b c nota cum angulo, quem ambiunt a b c. Dico, quòd latus a c notum erit, cum duobus angulis reliquis. Demittam enim à vertice anguli ignoti perpendicularem ad latus ſibi oppoſitum, quæ verbi gratia ſit a d. nondum autem ex hypotheſi noſtra ſcire poterimus, cadátne perpendicularis illa intra triangulum an extra, hoc enim non ſtatim conſequitur noticiam anguli, quem duo data ambiunt latera, nihilominus metam attingemus cupitam, & qua lege perpendicularis ipſa incedat explorabimus.

explorabimus. Cum igitur triangulus a b d rectangulus angulum b acutum habeat datum ex hypotheſi cum latere a b, erit per 29 huius vtraque linearum a d & b d cognita reſpectu lateris a b. ſi itaque b d iam inuenta per ſyllogiſmum minor reperietur baſi b c nota per hypotheſim, perpendicularem intra triangulum cadere nemo dubitabit. ſi verò maior fuerit baſi b c, cadet extra, & ſi æqualis, coincidet perpendicularis a d cum latere a c, eritq́ propter hoc triangulus a b c rectangulus. Sit ergo b d caſus primo minor baſi b c data, quo ablato ex b c nota, relinquetur per 4 huius linea d c cognita. cumq́ iampridem a d perpendicularem notam concluſerimus, habebit triangulus a d c rectangulus duo latera a d & d c nota, quare per 26 huius latus eius a c notum elicietur, quod & triangulo noſtro commune eſt, ſed & angulus eius acutus a c d argumento 27 huius inuenietur. duobus autem angulis b & c cognitis, tertius angulus a per 25 huius latere non poterit. Quòd ſi linea b d maior occurrat baſi b c, dempta ipſa baſi nota per hypotheſim ex linea b d inuenta per argumentationem, manebit c d nota, deinde vt prius linea a c nota prodibit cum angulo a c d, quem ſi ex duobus rectis abſtuleris, relinquetur per 13 primi & 4 huius angulus a c b cognitus, tandemq́ ex 25 huius angulus a menſuratus emerget, quæ fuere lucubranda.



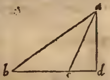


Operationis verò tenorem miſſum facimus, qui ad allegata theoremata cōfugienti vltrò ſe ingeret.

L.

Si alterum ex duobus notis lateribus trianguli, angulo obtuſo dato opponatur, & latus & angulos reliquos nō ignorabit Geometra.

Duo latera a b & a c trianguli a b c nota ſint, quorum alterum ſcilicet a b opponatur angulo a c b obtuſo dato. Dico, quòd & latus b c cognitum veniet cum duobus angulis a & b. Ex termino enim communi datorum laterum deſcendat perpendicularis a d, concurrens cum baſi b c, quantum oportet prolongata in puncto d, ipſam enim extra triangulum cadere cogit 31 huius. Triangulus itaque a c d angulum a c d notum habebit, ipſe enim a c d angulus cum angulo a c b per hypotheſim noto duobus rectis æquiualent. cumq́ latus a c trianguli rectanguli prædicti notum ſit ex hypotheſi, erit per 29 huius vtraq́ linearum a d & d c nota reſpectu lineæ a c. item triangulus a b d rectangulus duo latera a b & a d nota habens, a b quidem per hypotheſim, a d verò per argumentationem iam factam, ex 26 huius & 27 latus ſuum b d not afferetum cum angulo b, quare dempta c d prius cognita ex tota b d iam nota, relinquetur baſis b c non ignota. duo autem anguli b & c trianguli a b c, tertium angulum a per 25 huius excitabūt. Verum igitur enunciabat theorema noſtrum.



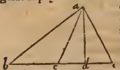
Operationem ex eis, quæ circa triangulos rectangulos tradidimus, facilè colligemus.

L I.

Trianguli duo latera data cum angulo acuto, cui alterum eorum opponitur, ad latus & angulos reliquos cognoſcendos nequaquam

ſufficere. Verùm qua lege perpendicularis cadat, ſi callebimus, omnia patefient.

In hac re accuſanda venit infirmitas anguli acuti, qui nequit docere cadatne perpendicularis intra triangulum propoſitum an extra, quod obtuſus angulus in pręmiſſa indicabat. Nam ſit triangulus a b c, cuius duo latera a b quidem maius, & a c minus ſint data cum angulo b acuto, ſitq́; angulus c acutus non datus, & à puncto a demittatur a d perpendicularis ad baſim, quæ per 31 huius cadet intra triangulum. ex proceſſu autem 45 huius, caſus b d maior erit caſu d c: abſcindatur ergo ex b d linea e d æqualis ipſi d c, ducta linea a e, quæ per quartam primi æqualis erit lineæ a c. Quanuis itaq; latera a b & a c trianguli a b c data ſint, & æqualia duobus lateribus a b & a e trianguli a b e, angulus autem b datus communis ambobus triangulis, tamen baſes eorum variæ ſunt, & reliqui anguli. Ad præcognitionem igitur duorum laterũ & vnius anguli acuti, cui alterum eorum opponitur, non ligatur noticia reliqui lateris & angulorum reliquorum, quod pollicebatur theorema noſtrũ.



Vt autem latus & angulos reliquos agnoſcamus, præſciendum eſt, qua lege perpendicularis à communi termino datorum laterum exorta cadat. Si enim intra triangulum ceciderit, triangulus a b d rectangulus habebit latus a b notum ex hypotheſi cum angulo acuto b, quare per 29 huius, tam perpendicularis a d nota videbitur, quàm caſus b d. Ex duobus autem lateribus a d & a c notis, trianguli a d c rectanguli, per 26 & 27 huius, linea d c inuenietur cum angulo c. duas igitur lineas b d & d c iam ſingulatim notos, ſi congregabimus, tota baſis b c per 3 huius menſurata veniet. duo etiam anguli b & c noti tertium angulum a 25 huius dirigente, cognitum elicient. Quòd ſi perpendicularis a d extra triangulum ceciderit, oportuit angulum a c b eſſe obtuſum, pręmiſſam igitur conſulendo, & baſim b c & angulos reliquos trianguli nobis propoſiti metiemur.

Opus autem, cum & facile ſit, & ex ſuperioribus pendeat, miſſum facio.

LII.

Si latus trianguli datum duos ſuſtentet notos angulos, reliqua duo latera non erunt ignota.

Sit triangulus a b c, latus a b datum habens, cui inſideant duo anguli a b c & b a c noti. Dico, quòd duo eius latera reliqua fient cognita. Pro angulo autem tertio menſurando, non eſt terendus dies, quem 25 huius exemplo notum afferet. Ab a termino lateris a b dati exoriatur perpendicularis ad baſim b c ignotam, quæ cadátne intra triangulum an extra anguli, quibus ſubiacet baſis, per 31 huius edocebunt. Cadat igitur prius intra triangulum, triangulus itaq; a b d rectangulus angulum b acutum habens datum cum latere a b per 29 huius, reliqua duo latera ſua a d & d b cognita afferet reſpectu lateris a b. item triangulus a d c rectangulus cum latus a d iam notum habeat, pari ratione ſua latera a c & c d, manifeſtabit reſpectu perpendicularis a d notæ. cumq́; perpendicularis a d data ſit ad latus a b, erit & vtraque linearum a c & a d per 8 huius ad ipſum latus a b data. latus ergo a c trianguli propoſiti notum effecimus cum duobus caſibus b d & d c. quibus collectis b c baſis cognita reſultabit. Sed cadat perpendicularis a d extra triangulum,



gulum, eritq; per media prætacta trianguli rectanguli a b d vtrunque latus a d & d b notum reſpectu a b. item triangulo a c d rectangulo angulum a c d notum habente propter duos angulos b a c & a b c notos ex hypotheſi, quibus ipſe per 32. primi æquipollet, cum latere a d, per 29. huius, reliqua duo ſua latera a c & c d cognita habebuntur. Sic ergo latus a c trianguli a b c propoſiti notum erit cum duobus caſibus b d & d c, quorum minor ex maiore demptus relinquet baſim b c notam, quod volebamus explanare.

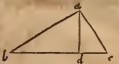


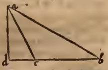
Operatio autem ex allegatis comparabitur theorematibus.

LIII.

Latus trianguli notum, quod alteri duorum datorum angulorum opponitur, reliqua ſuſcitabit latera.

In triangulo a b c latus a b notum angulo a c b dato opponatur, ſitq; angulus a b c datus. Dico quòd reliqua duo latera non erunt ignota. De angulo autem tertio, quemadmodum in præcedenti, nihil ambigui nos vexabit. Lateri duobus datis ſubiacenti angulis inſiſtat perpendicularis a d ex puncto angulari ſibi oppoſito ſumens originem, quæ qualiter cadet anguli dati 31. huius commonente exploratum reddent. Cadat igitur primo intra triangulum, vt fiat triangulus a b d rectangulus, qui cum habeat latus a b notũ cum angulo a b d acuto, habebit & latus c d cognitum cum latere ſuo c d, 29. huius dirigente. Similiter triangulus a d c, cum & latus a d iam notum habeat, & angulum a c d ex hypotheſi datum, duo latera ſua reliqua a d & d c manifeſtabit. omnes igitur lineas b d, a d, a c & d c menſura vna, per quam a b nota ſupponebatur, ſecundum numeros metietur notos, quare etiam linea b c ex duabus b d & d c notis reſultans non erit incognita. Sed cadat perpendicularis a d extra triangulum concurrens cum baſi b c, quantum ſat eſt continuata. Cum itaq; angulus a b c notus ſupponatur cum latere a b, erit per 29. huius triangulo a b d rectangulo exiſtente, vtraque linearum a b & d b nota. Rurſus in triangulo a d c rectangulo, cum latus a d iam ſit notum, angulus autem a c d propter vicinum ſuum a c b ex hypotheſi notum 13. primi arguente, notus habeatur, erit per 29. huius vtraq; linearum a c & c d reſpectu lineæ perpendicularis a d, & ideo reſpectu a b cognita. poſtquàm autem lineam c d ex d b minuemus, relinquetur baſis b c cognita. reliqua igitur trianguli a b c latera noticiæ noſtræ ſubiecimus, quod expectabatur oſtendendum.





In his autem poſtremis concluſionibus operationem miſſam facere libuit, ne ſermone obtunderemus nimio, quam quidem operationem, ſi colligere voles, ad 26. 27. & 20. huius refugias.

LIIII.

Trium laterum trianguli inter ſe datis proportionibus, omnes eius angulos menſurare.

Latus a b trianguli a b c, tam ad latus eius a c, quàm ad b c proportionem habeat datam. Dico, quòd omnes anguli eius notificent. Pro libito enim



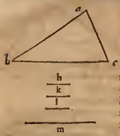
ipſum latus a b in quotlibet partes ſcindas, quarum vna in hoc propoſito menſura communis habebitur. cum itaq; a b latus ſit notum per menſuram huiuſmodi, erunt per 6. huius reliqua duo latera nota per eandem menſuram, & ideo per 48. huius, trianguli a b c omnes anguli patefient, quod erat oſtendendū.

Operatio autem huius, poſtquàm vnum latus quodcunq; tanquam numerum notum pro libito poſueris, & reliqua inde latera per opus ſextæ huius didiceris, ab operatione 48. huius non diſcrepat,

LV.

Tribus angulis trianguli cuiuslibet datis, inter ſe proportiones habentibus, unuſquiſq; eorum cognitus habebitur, latera quoq; inter ſe proportiones accipient notas.

Sit triangulus a b c, cuius tres anguli inter ſe proportiones habeant datas. Dico, quòd quilibet eorum notus erit, proportionesq; laterum inter ſe datas fieri oportebit. Quoniam enim anguli a ad angulum b data eſt proportio, ſit ipſa vt numeri h ad numerum k (neceſſe enim eſt eam in numeris notis inueniri) & proportio anguli b ad angulum c nota. tanquam numeri k ad numerum l. cum itaq; proportio anguli a ad angulum b, ſit ſicut numeri h ad numerum k, erit coniunctim a & b angulorum ad angulum b ſicut h & k numerorum ad k numerum, eſt autem b ad c, ſicut k ad l. per æquam igitur a b ad c tanquam h k ad l, & coniunctim a b c ad c ſicut h k l ad l. aggregati itaque ex tribus angulis a b c ad angulum c eſt ſicut aggregati ex tribus numeris h k l ad numerum l proportio. ſumma igitur trium angulorum a b c ad ipſum angulum c proportionem habet notam, ſumma autem huiuſmodi per 32. primi duobus rectis æquipollet, quos oportet eſſe notos ex ſupradictis, vnde & ſumma trium angulorum dictorum nota conuincitur, per ſextam ergo huius angulus c notus declarabitur, qui cum ad reliquos angulos datas habeat proportiones, erũt & reliqui anguli per 6. huius noti. quare per 49 huius tria latera trianguli a b c proportiones inter ſe notas accipient, ambas ergo theorematis partes ſatis oſtendiſſe uidemur.



Operatio. Tribus angulis tres accomodabis numeros, ita quòd primus angulus ad ſecundum ſe habeat ſicut numerus primus ad ſecundum, ſecũdus uerò angulus ad tertium, ſicut ſecundus numerus ad tertium, quod facile fiet, ſi operationem 19. huius conſulueris, quo facto, ſummabis dictos tres numeros, & collectum ex eis numerum pro primo ſtatuas, numerum uerò anguli, quem noſſe deſideras, pro ſecundo, & numerum duorum angulorum rectorum pro tertio. multiplicando itaq; ſecundum per tertium, & diuidendo in primum exibit quantitas anguli quæſiti. Vt ſi proportio anguli a ad angulum b fuerit ſicut 10 ad 7. anguli autem b ad angulum c ſicut 7 ad 3. fiunt 20. pro primo numero. libeat autem inuenire angulum a, cuius numerus eſt 10. quem pro ſecundo, numerus autem duorum rectorum uſitatus eſt 180. multiplico igitur 180 per 10 producuntur 1800. quæ diuido per 20. exeunt nonaginta. angulũ igitur a inuenio 90 gradus continentẽ, ut duo recti ſunt 180. quare & ipſe rectus habebitur. Repertis autem angulis ad operationem 49. huius confugiendum erit, ut proportiones laterum addiſcamus,

Data

LVI.

Data proportione duorum laterum, unoq; angulo cognito, reliqui duo anguli noti fient. Vnde utriuſq; dictorum laterum ad tertium proportio non latebit.

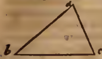


Sit proportio a b lateris ad b c latus trianguli a b c data, cum vno angulo quocunq;. Dico, quòd reliqui duo anguli noti venient, & proportio vtriuſq; dictorum laterum ad tertium latus data erit. Diuiſo enim ad libitum latere a b in quotlibet partes, vna earum tanquam menſura communi vtemur, quæ quoties in latere b c contineatur, ſexta huius edocebit. duo igitur latera a b & b c interſe data habebuntur, cumq; angulus vnus quicunq; per hypotheſim datus ſit, erit per 50 51 aut 52 huius, reliquum latus cognitum, quare per diffinitionem laterum omnium inter ſe proportiones habebimus datas, ſed & per eaſdem reliqui anguli menſurabuntur, quod intendebamus concludere.

Operationem ex allegatis comparabimus locis, ſi prius alterum duorum laterum tanquam notum conſtituerimus.

LVII.

Datis proportionibus duorum angulorum, utriuſq; uidelicet ſeorſum ad rectum angulum, unoq; latere quolibet cognito, omnes anguli cum reliquis lateribus cognoſcentur.



Vtriuſq; duorum angulorum a & b ad rectum data ſit proportio, ſitq; latus a b aut aliud quodcunq; cognitũ. Dico, quòd omnes anguli trianguli a b c noti fient cum lateribus. Erit enim per ſextam huius vterq; dictorum angulorum cognitus, recto per 21 huius noto exiſtente: quare per 53 & 54 huius, quod reliquum eſt, abſoluemus.

Operationi autem nihil loci damus, quod ipſa ex ſupradictis facilè decerpatur.

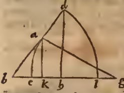
FINIS.

LIBER SECVNDVS TRIANGVLORVM.

I.

In omni triangulo rectilineo proportio lateris ad latus eſt, tãquam ſinus recti anguli alterum eorum reſpicientis, ad ſinum rectum anguli reliquum latus reſpicientis.

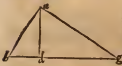
Sinum anguli, vt alibi vocamus, ſinum arcus angulum ipſum ſubtendentis. Sinus autem huiuſmodi ad vnam & eandem circuli ſemidiametrũ, ſiue ad plures, æquales tamen, referri oportebit. Sit igitur triangulus a b g rectilineus. Dico, quòd proportio lateris a b ad latus a g eſt vt ſinus anguli a g b ad ſinum anguli a b g. item lateris a b ad b g tanquam ſinus anguli a g b ad ſinum anguli b a g. Si enim triangulus a b g fuerit rectangulus, ex 28 primi huius comparabimus demonſtrationem. Si verò non fuerit rectangulus, duo tamen latera a b & a g fuerint æqualia, erunt quoq; duo anguli eis oppoſiti, & ideo ſinus eorum æquales, vnde de ipſis duobus lateribus propoſitionem noſtram verificari conſtat.



Quòd ſi alterum altero longius extiterit, ſit verbi gratia a g longius, dirigaturq; b a vſq; ad d, donec tota b d æqualis habeatur lateri a g: deinde ſuper duobus punctis b & g factis centris, deſcribi intelligantur duo circuli æquales ſecundum quantitates linearum b d & g a, quorum circumferentiæ occurrant baſi trianguli in punctis l & e, ita vt arcus d l quidem angulum d b l ſiue a b g, arcus autem a e angulum a g e ſiue a g b ſubtendat: ex duobus demum punctis a & d duæ perpendiculares a k & d h baſi incidant: palam autem quòd d h eſt ſinus rectus anguli a b g, & a k ſinus rectus anguli a g b. eſt autem per 4 ſexti Euclidis proportio a b ad b d, & ideo ad a g ſicut a k ad d h. quare certum eſt, quod aſſerebat propoſitio.

II.

Cognito aggregato ex duobus lateribus trianguli, cum duobus angulis ſibi oppoſitis, unumquodq; trianguli latus ſecernere.



Triangulus a b g congeriem duorum laterum a b & a g habeat datam, & vtrunq; angulorum a b g & a g b notum. Dico, quòd tria latera eius inuenientur. Erit enim ex præcedenti proportio a b lateris ad latus a g cognita propter angulos datos, & ideo coniunctim proportio b a & a g ad a g dabitur: cumq; congeries duorum laterum a b & d g ſit nota per hypotheſim, erit & latus a g cognitum, hinc & a b latus non latebit. ex hypotheſi autem duo anguli a b g & a g b noti, latêre non ſinunt angulum b a g, ſic demum ex duobus angulis b a g & a g b cognitis cum latere a b, tertiũ quoq; latus b g notum concludemus. Poteſt autem aliter quanquam prolixius, idem abſolui, ſi prius ex puncto a ad baſim b g perpendicularem a d demiſerimus: habebit enim triangulus partialis a b d rectangulus, angulum a b d acutum cognitum, quare per 31 primi huius proportio a b ad a d nota prodibit: ex eiſdem quoq; medijs proportio a g ad a d non latebit: utrunq; ergo duarum

linearum

linearum a b & a g ad perpendicularem a d proportio nota conclamabitur: hinc per 28 primi huius earum inter ſe proportio ſcita veniet, & ideo coniunctim aggregati ex eis ad vtranq; earum proportio notificabitur, quamobrem vtraq; earum nota proſiliet, hinc tandem linea b g, quemadmodum in primo præcepimus, cognoſcetur.

III.

In triangulo æquicruri, ſi unus angulus datus fuerit cum uno latere quotunq;, reliqua cognitum iri.



Quanquam in primo ſufficienter hanc rem explicaſſe videar, libet tamen pauliſper circa triangulos æquicrures, & deinde circa triangulos varios immorari: quo ea quæ ſuperius quærebantur br euiori tramite conſequamur. Sit talis triangulus a b g, duo latera a b & a g habens æqualia, cuius vnus angulus quicunq; ſit datus cum linea terali eius. Dico, quod reliquæ lineæ eius notæ venient. Erunt enim per 38 primi huius duo reliqui anguli cogniti. vnde & per ante præmiſſam reliquę lineę faciliter notificabuntur. Sic abſq; perpendiculari vndecunq; ducta, propoſitum attingere didicimus. Quòd ſi vnus angulus eius trianguli duntaxat fuerit datus, proportionem laterum non ignorabimus, erũt enim per 35 primi huius & reliqui anguli dati: hinc & per ante præmiſſam verum eſſe, quod aſſerebam confiteberis.

IIII.

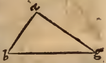
Si quis trianguli uarij duos angulos ſeorſum dederit cum uno latere eius quolibet, reliqua latera faciliter metiemur.



Det mihi quiſpiam duos angulos trianguli a b g tria latera inæqualia habentis, cum vno ipſorum laterum, verbi gratia a b. Dico, quòd reliqua duo latera accipiet cognita. Nam 32 primi elementorum intercedente tertius quoq; angulus innoteſcet: cumq; per antepræmiſſam proportio ſinus anguli a g b noti ad ſinum anguli a b g noti ſit, velut lateris a b ad latus a g, tresq; harum quantitatum notæ ſint, cui niſi prorſus ignaro quarta quãtitas, videlicet latus a g non manifeſtabitur? Idem eodemq; modo lateris b g cognoſcendi præceptum habebitur. Hoc pacto perpendicularem vndecunq; etiam duxiſſe ſuperuacaneum cenſebitur.

V.

Ex duobus lateribus trianguli datis cum angulo alteri eorum oppoſito, reliquos angulos, ac tertium latus notificare.



Sit talis triangulus a b g, duo latera a b & a g, habẽs cognita cum angulo a b g. Dico, quòd reliqui duo anguli cũ tertio latere ſuo innoteſcent. Superiori enim freti ſyllogiſmo ex duobus lateribus a g & a b cognitis cum ſinu recto anguli a b g noti per hypotheſim, angulus a g b notus emerget. Hinc quoq; 32 primi ratiocinante tertius angulus b a g haud ignorabitur. Proportio autem ſinus anguli a b g noti per hypotheſim ad ſinum anguli b a g noti per argumentationem eſt vt lateris a g ad latus g b: quare & latus g b non erit ignotum. Quanuis autem ex duobus lateribus a b & b g cognitis cum angulo b a g ab eis cõprehenſo aliter quàm in primo reliquos angulos cum tertio latere dimetiendi ſit poteſtas, quemad-

modum nunc recitabitur. Non tamen per hanc viam operandum ſuadeo, erit enim propter angulum b a g notum congeries duorum angulorum a b g & a g b cognita. cumq; proportio ſinus vnius eorum ad ſinum alterius ſit cognita: eſt enim ſicut duorum laterum a b & a g proportio data, fieret per 23 quarti huius vterq; angulorum a b g & a g b notus. Sed hęc via nihil facilitatis addit, quare in tali propoſito à primo recedere non licebit.

VI.

Triangulus trium notorum angulorum lateribus ſuis proportiones uendicabit cognitas.

Nihil habet difficultatis hęc propoſitio, niſi 1 huius negligenter prætericris: nam quorumlibet duorum laterum ea erit proportio, quam habent ſinus angulorum eis oppoſitorum ordine videlicet prępoſtero vt ſuperius traditum eſt.

VII.

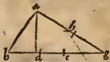
Data perimetro trianguli cum duobus angulis eius, unumquodq; latus ſeorſum cognoſcere.

Congeries trium laterum trianguli a b g ſit data cum duobus angulis eius a b g & a g b. Dico, quòd omnia latera eius ſeorſum innoteſcent. Erunt enim tres anguli eius noti, quare per argumentationem ſæpe adductam, proportio a b ad a g nota erit, & ideo cōiunctim aggregatū ex b a & a g ad lineā a g proportionē habebit notam. Item proportio a g ad g b nota erit, vnde & proportio b a, a g ad g b cognita proueniet, & ideo coniunctim tota perimeter trianguli a b g ad lineam b g notam habebit proportionem. cumq; perimetrum ipſam dederit hypotheſis, erit & linea b g cognita. hinc quoq; reliqua duo latera nota declarabuntur. Poteris præterea idem concludere ducta perpendiculari a d: nam per 30 primi huius vtriuſq; linearum a b & a g ad perpendicularem a d proportio nota erit: quare earum inter ſe proportio manifeſtabitur. item a b ad b d nota elicietur proportio: item proportio a g ad g d ſimiliter nota erit, vnde & vtriuſque duarum linearum a b & a g ad lineam b g proportio data proclamabitur: hinc vt prius congeries trium laterum ad ipſam b g lineam, proportionem habebit datam, cætera vt ante.



VIII.

Datis proportionibus trium laterum, perpendicularíq; nota, cuncta latera dimetiri.



Trianguli a b g bina latera proportiones habeant cognitas, ſitq; perpendicularis a d data. Dico, quòd tria eius latera innoteſcēt. Nam ſi duo latera a b & a g fuerint ęqualia, erit b d ęqualis ipſi d g, vnde proportio a b ad b d cognoſcetur: & ideo quadrati a b ad quadratum b d proportio ſcita veniet: quare etiam euerſim argumētando quadrati a b ad quadratum a d nota dabitur proportio: cúmque quadratum a d ſit notum, propter coſtam ſuam ex hypotheſi datam, erit quadratum a b notum, & inde ipſa linea a b non ignorabitur, ex qua demum & proportionibus laterum per hypotheſim datis, reliqua latera innoteſcent. Quòd ſi alterum duorum laterum a b & a g altero maius extiterit, ſit a b breuius: eritq; ob hoc caſus b d breuior caſu d g, abſcindatur d e æqualis ipſi b d. ex proceſſu igitur 43 primi huius, quod fit ex e g in g b eſt æquale exceſſui quadrati

drati a g ſupra quadratum a b, quorum quidem quadratorum proportio nota erit, vnde & diuiſim eius, quod fit ex e g in g b ad quadratum a b proportio nota declarabitur. Hæc autem proportio per 236. elementorum componitur ex proportione nota lineæ g b ad lineam a b. & ex proportione e g ad a b, cumq́ tam proportio compoſita quàm ipſa componens prima ſint notæ, erit & reliqua componēs nota: vnde & proportio b e, & ideo medietatis eius b d ad lineam a b ſcita conſurget, quadratiq́ a d ad quadratum b d innoteſcet, & ideo euerſim quadratum a b ad quadratum a d notam feret proportionem: quadrato igitur a d noto redundabit quadratum lineæ a b cognitū, hinc ipſa a b lineæ cum reliquis trianguli lateribus innoteſcent.

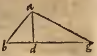
IX.

Ex proportionibus trium laterum trianguli, tres angulos eius inueſtigare.

Reſumpta priori figuratione concludemus propter hypotheſim, vt in præmiſſa, proportionem a b ad b d notam, & ideo per 28 primi angulus b a d, & inde angulus a b d cognoſcetur, deinde propter angulum a b g iam notum cum proportione duorum laterum a b & a g data angulus a g b 56 huius arguente innoteſcet. hinc & tertius angulus non poterit ignorari. Habes tamen in primo alium modum, qui ſi planior videtur, repetendus eſt. Si libeat aliter hanc abſoluere exponatur linea quantalibet notæ quātitatis reſpectu perpendicularis a d, ad quam inueniantur duæ aliæ ſecundum proportiones laterum trianguli a b g datas: ex his tribus intelligatur conſtitutus triangulus, & per 46 primi huius inueniatur perpendicularis ſua, procedens à termino communi duorum laterū proportionalium duobus lateribus a b & a g. hæc enim perpendicularis ſecundi trianguli habebit ſe ad perpendicularem a d ſicut latus quodlibet ſecundi trianguli notum ad latus trianguli a b g ſibi correlatiuum: cumq́ tres huiuſmodi quantitatum ſint notæ, quartam cognitum iri neceſſe eſt. Hæc trahuntur ex ſimilitudine duorum triangulorum totalium atq́ partialium, quam ex 5 ſexti elementorum facile eſt colligere.

X.

Data area trianguli cum proportionibus laterum, unumquodque eorum notificari. Vnde & angulos ſuos metiri licebit.

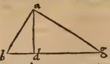


Repeto triangulum a b g cum perpendiculari ſua a d, quemadmodum apud 8 huius figurauimus, vbi concludebatur proportio a b ad perpendicularem a d nota: hinc & propter hypotheſim perpendicularis a d ad baſim b g & ideo ad eius medietatem habebit notam proportionem: cúmque quod ſub ipſa perpendiculari & dimidia baſi continetur, ſit notum, vidèlicet area ipſa trianguli, erit per 18 primi huius tam perpendicularis a d quàm baſis b g nota, quamobrem & propter datas laterum proportiones reliqua latera & tandē anguli ipſi non latebunt. Quòd ſi modus ille vel prolixius nimium vel difficilis videatur, alium aggrediaris: non dico tamen faciliorem, ſed fortaſſe tibi magis placiturum. Ex tribus lineis quantiſcunque, notis per menſuram, ex qua area trianguli data ſurrexit, habentibus tamen proportiones veluti tria latera trianguli propoſiti intellige conſtitutum triangulum, cuius perpendicularem quamcunq́ voles per 46 primi huius metiaris: quæ ducta in dimidiam baſim ſibi ſubſtratam ſuſcitabit aream huiuſmodi trianguli ſecundi cognitam: cúmque duo huiuſmodi triangulos conſter eſſe æquiangulos, erit area trianguli ſecundi ad aream trianguli primi, quæ iam notæ ſunt, ſicut quadratum lateris cuiuslibet ſecundi trianguli ad quadratum lateris

ſibi relatiui primi trianguli. vnde quadratum illius lateris de primo triangulo, & ideo latus ipſum notificabitur, hinc quoq; reliqua non latebunt.

XI.

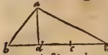
Data perpendiculari quacunq; cum duobus angulis trianguli quibuslibet omnia latera menſurare.



In triangulo a b g ſit perpendicularis a d cognita cum duobus angulis. Dico, quòd omnia latera innoteſcent. Habebit enim triangulus a b d partialis rectangulus latus a d cognitum cum vno angulo acuto, nam duobus angulis trianguli a b g cognitis, tertius latêre non potuerit. quare per 29 primi huius vtraque linearum a b & b d menſurata veniet. per eadem rurſus media vtranq; linearum a g & g d metiemur: hinc tota b g, & ideo omnia latera trianguli propoſiti cognoſcentur, quod erat explanandum.

XII.

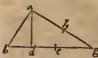
Data perpendiculari atque baſi, & proportione laterum cognitis, utrunq; latus cognoſcere.



Hoc problema geometrico more abſoluere non licuit hactenus, ſed per artem rei & cenſus id efficere conabimur. Habeat itaq; triangulus a b g perpendicularem a d, & baſim b g cognitas, proportionemq; laterum a b & a g datam, quærimus vtrunq; eorum. Sit verbi gratia proportio a b ad a g tanquam 3 ad 5 ita, vt latus a b ſit breuius latere a g, quo demũ euenit vt caſum b d breuiorem caſu d g nemo inficiari poſsit, ſit ergo d e æqualis ipſi b d, deturq; perpendicularis a d 5, & baſis b g 20 pedes. pono lineam e g 2 res, ita, vnde linea b e erit 20. demptis duabus rebus, & eius medietas b d 10 minus 1 re, reliqua vero d g, erit 10 & vna res. duco b d in ſe, producitur 1 cenſus & 100, demptis 20 rebus, quibus addo quadratum perpendicularis ſcilicet 25. colligũtur 1 cenſus & 125 demptis 20 rebus. item d g in ſe, fiunt 1 cenſus, 20 res & 100. quibus adijcio quadratum perpendicularis 25. colliguntur 1 cenſus 20 res & 125. ſic habebo duo quadrata linearum a b & a g, quorum proportio eſt vt 9 ad 25. duplicata ſcilicet proportio 3 ad 5, quæ erat proportio laterũ. cum itaq; proportio quadrati primi ad quadratum ſecundum ſit tanquam 9 ad 25. ſi duxero 25 in quadratum primum, itemq; 9 in quadratum ſecundum, quæ producentur erunt æqualia, reſtauransq; vt aſſolet defectibus, & ablatis æqualibus, vtrobiq; perducemur ad 16 cenſus & 2000 æquales 680 rebus: quamobrem quod reſtat, præcepta artis edocebunt. Linea ergo g e quam poſui 2 res nota redundabit, hinc reſidua ex baſi b e & eius medietas b d, quæ cum perpendiculari a d, latus a b notum ſuſcitabunt, vnde tandem & latus a g notum pronunciabitur, quæ libuit efficere.

XIII.

Cognito utroq; caſuum, & proportione laterum data, quantitates laterum emoliri.



In triangulo a b g ducta perpendiculari a d, ſit vterq; caſuum b d & d g datus cum proportione laterũ. Dico, quòd vtrunq; latus cum perpendiculari ipſa innoteſcent. Sit caſus b d breuior, nam ſi eſſent æquales duo caſus, latera quoque haberentur æqualia, eorum tamen cognitio non conſequitur caſus datos & proportionem laterum, quæ eſt æqualitatis. ſecetur ergo ex longiori caſu linea d e æqualis caſui breuiori: differentia quoque

que duorum laterum ſit h g. cum igitur proportio a g lateris ad a b ſit data, erit diuiſim proportio h g ad a h data, & ideo h g ad duplam ipſius a h ſcilicet congeriem duarum linearum a b & a h data erit: quare etiam coniunctim proportio h g ad ſummam duorum laterum a b & a g non erit ignota. quod autem ſub h g & duobus lateribus a b & a g coniunctis continetur, æquum eſt ei, quod ſub e g & g b. illud autem notum eſt propter duos caſus ex hypotheſi notos, vnde & per proceſsũ 43 primi huius, quod ſub h g & g a a b continetur, notum erit: cumq́ꝫ proportio linearum hoc continentium ſit nota, erit per 18 primi huius tam linea h g quàm congeries duorum laterum nota: hinc tãdem dempta h g nota ex aggregato laterũ noto reſidui medietas pro latere breuiori reputabitur, vnde & lõgius innoteſcet latus, quæ fuêre demonſtrãda.

XIIII.

Si uterq́ꝫ duorum caſuum inęqualium datus fuerit, aggregatumq́ꝫ ex lateribus datum, utrunq́ꝫ latus ſecernere.



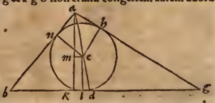
Reſumo triangulum præcedentis, in quo datus ſit vterq́ꝫ caſuum b d & d g, ſummaq́ꝫ duorum laterum a b & a g ſit nota. Dico, quòd vtrunq́ꝫ latus agnoſcetur. Erit enim quod fit ex e g in g b cognitum, & ideo quod fit ex h g in g a, a b coniunctim notum erit. cumq́ꝫ congeries ipſorum laterum ſit data, erit per 17 primi huius h g nota differentia ſcilicet laterum, quam ſi ex ſumma duorum laterum dempſeris reliqui medietas quantitatem lateris minoris proclamabit. hinc quoq́ꝫ reliquum latus non ignorabitur, quod erat abſoluendum.

XV.

Baſis trianguli data notum ſubtendens angulum cum aggregato laterum cognito, utrique laterum & utriq́ꝫ angulorum ſibi oppoſitorum uiam menſurationis aperient.



Triangulus a b g baſim b g notam habeat cum angulo b a g dato, ſitq́ꝫ cõgeries laterum a b & a g cognita. Dico, quòd vtrunq́ꝫ latus eius cum vtroque angulorum eis oppoſitorum innoteſcent. Diuidatur enim angulus b a g per medium demiſſa linea a d ad baſim contingente in puncto d, erit igitur per tertiam ſexti elementorum proportio b d ad d g ſicut a b ad a g, & permutatim proportio a b ad b d ſicut a g ad g d: quare per 18 quinti elementorum proportio aggregati ex lateribus a b & a g ad baſim b g, ſicut lateris a b ad lineam b d: cumq́ꝫ hæc proportio ſit data, eſt enim vterq́ꝫ terminus eius datus, erit proportio a b ad b d data, ſed & angulus b a d notus accipietur: cũ ſit medietas anguli b a g per hypotheſim noti: quare per 56 primi huius angulus a b d menſuratus habebitur: hinc quoq́ꝫ reliquus de duobus rectis angulus a d b latêre nõ poterit, qui cum ſit æqualis duobus angulis a g d & d a g, & angulus d a g ſit notus, erit reſiduus angulus d g a menſuratus, ſic duo anguli a b g & a g b noti erunt. congeriem autem duorũ laterum a b & a g datam ſubiecit hypotheſis: quare per 2 huius quarti vtrunq́ꝫ laterum a b & a g notum pronunciabitur, quæ fuêre declaranda. Illud autem aliter attingere poterimus hoc pacto. Inſcribatur triangulo a b g circu-



lus

lus h n l, cuius centrum neceſſariò erit in linea a d, quemadmodum ex 4 quarti elementorum trahitur, quod ſit e, à quo ad tria puncta contactuum h n & l, educantur tres ſemidiametri e h, e n & e l, deinde ex puncto a deſcendat perpendicularis a k occurrens baſi in puncto l: oportet autem punctum k reperiri in parte lateris a b, à linea diuidente angulum per æqualia puncta b & d, ſi latus ipſum breuius fuerit latere a g: erit enim angulus a b g maior angulo a g b, & ideo duo anguli a b g & b a d, quibus æquipollet angulus a d g, maiores erunt duobus angulis d a g & a g d, ſcilicet angulo a d b, adiectis vtrobique æqualibus angulis b a d & d a g: angulus ergo a d g maior, & angulus a d b minor recto conuincetur. hinc etiam conſtat ſemidiametrum e l ſecuiſſe lineam b d, ducatur inſuper linea e m æquediſtans baſis, & ideo perpendicularis ad lineam a k, præterea baſim b g æqualem eſſe duabus lineis b n & g h, non negabis, ſi tertium elementorum ſatis didiciſti, ſublata ergo baſi b g data ex congerie laterum data, relinquetur congeries duarum linearum a n & a h cognita, & ideo medietas eius ſcilicet linea a h menſurata: oportet enim duas lineas a n & a h circulum contingentes eſſe æquales. triangulus ergo a e h rectangulus ex latere ſuo a h cognito cum angulo acuto e a h noto propter duplum eius notum, duo latera ſua a e & e d cognita depromet. ſic circuli triangulo propoſito inſcripti ſemidiameter nota colligetur, ex qua in medietatem perimetri trianguli notam reſultat area trianguli nota: ex area autem nota & medietate baſis propter hypotheſim cognita per 17. primi huius perpendicularis a k menſurata declarabitur, cui ſi lineam k m æqualem ipſi e l ſemidiametro circuli dempſeris, relinquetur linea a m cognita, ex qua demum & linea a e ſuperius nota, angulum e a m metieris, quo tandem ſublato ex medietate anguli b a g dati ſcilicet ex angulo b a d, relinquetur angulus b a k notus, qui deinde angulum a b g latêre non ſinet: ſed & duo anguli b a g & a b g tertium ſocium ſuum angulum a g b notum ſuſcitabunt, poſtremò igitur per 2. huius latera trianguli nota proſilient.

X V I.

Data baſi alicuius trianguli cum perpendiculari cui ſubſiſtit, & aggregato laterum cognito, utrunq; eorum ſecernere.

Hæc partim conuertit præcedentem, & ideo figuram ſuam reſumet, vbi ex perpendiculari nota cum medietate baſis aream trianguli metiemur, cúmque perimeter trianguli ſit nota, erit ſemidiameter e n circuli ſibi inſcripti nota: linea quoque a n nota proclamabitur, vt in præcedenti: quare & linea a e & angulus e a n notificabuntur, vnde & duplus angulus n a h ſiue b a g non latebit, k m autem æqualis ſemidiametro e l ſiue e n cognitæ cum perpendiculari a k per hypotheſim nota, differentiam ſuam ſcilicet a m lineam notificabunt: quæ rurſus cum a e pridem cognita, angulum a e m notum reddent, æqualem videlicet angulo a d b: ex duobus autem angulis n a e ſiue b a d & a d b cognitus, angulus quoque a b d ſiue a b g notus declarabitur: erat autem b a g cognitus. quare reſiduus a g b non ignorabitur, & ideo per 2 huius vtrunque latus notum enunciabitur, quod placuit determinare. Non autem neceſſe eſt perpendicularem a k intra triangulum cadere, ſed contingit eam cadere extra triangulum, nonnunquam etiam coincidere lateri minori, ſi fuerint inæqualia latera, maiori enim coincidere non poteſt: huius rei indicia erunt talia. Si acciderit lineam a n ſuo modo repertam cum ſemidiametro circuli inſcripti triangulo coniunctim æquales eſſe perpendiculare a k datæ, neceſſariò perpendicularis dicta coincidet lateri a b, id eſt, oportuit angulum a b g trianguli propoſiti eſſe rectum: ſi verò tale aggregatum minus fuerit,

ipſa

ipſa perpendiculari datæ ſignum eſt eam intra triangulum cecidiſſe, & ſi maius extra. ſuper hoc autem demonſtrationem conſcribere non eſt conſilium, cum facile quidem ſit, parum autem vtilitatis adducat: tuo igitur quod reliquum eſt ſeruatur ingenio. figuræ præterea aliter cadenti demonſtrationem ſuam, niſi rudiſsimus fueris accommodare poteris.

XVII.

Datis duobus angulis & uno caſu quocunq;, omnia latera cum perpendiculari manifeſtare.



Sit triangulus a b g qualis proponitur, in quo perpendicularis a d duos caſus ex baſi diſtinguat b d & d g: quorum alter verbi gratia b d ſit cognitus cum duobus angulis trianguli a b g. Dico, quòd omnia latera ſua noticiam non fugient. Erunt enim per hypotheſim 32. primi elementorum ſuffragante tres anguli trianguli a b g cogniti, quare triangulus partialis a b d rectangulus angulum a b d acutum habens notum cum latere b d, reliqua duo latera ſua a b & a d per 29 primi huius notificabit: hinc in triangulo a g d partiali angulum a g b acutum habente notum cum latere a d, vtraq; linearum a g & g d innoteſcet per eandem 29 primi huius: collectis ergo duabus a d & d g, reſultabit tota baſis cognita, & problematis integra conſummabitur intentio.

XVIII.

Data proportione duorum laterum trianguli cum angulo alteri eorum oppoſito, reliquos duos angulos menſurare.



Talis eſto triangulus a b g, cuius duo latera a b & a g proportionem habeant notam, ſitq; angulus a b g datus. Dico, quòd reliqui anguli non latebunt. Erit enim per 1 huius proportio a g lateris ad a b tanquam ſinus anguli a b g ad ſinum anguli a g b, tribus autem harum notis exiſtentibus quarta quantitas nota veniet. inde ergo angulus a g b notificabitur, & tandem tertius b a g angulus latere non poterit. Conſtat deniq; vtrunque laterum a b & a g ad ipſam baſim b g notam habitum ire proportionem, ſi ſupra memorata repetieris, quod quidem corollarij vice libuit annectere.

XIX.

Datis duobus caſibus cum differentia laterum utrunque eorum percontari.

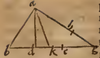
Eſt enim quod ſub differentia caſuū & ipſa baſi continetur æquale ei, quod ſub differentia laterum atq; ipſorum congerie continetur: eo igitur cognito & differentia laterum data per 17 primi huius congeries laterum menſurabitur: vnde etiam vtrunque eorum notitiæ ſubijcietur.

XX.

Si quis differentiam laterum dederit, differentiamq; caſuum cum angulo quem baſis ſubtendit, omnia latera cognita recipiet.

Eſto triangulus a b g, in quo perpendicularis a d duos caſus b d & d g ſecernat, quorum differentia e g ſit data: differentia etiam laterum quæ ſit h g nota ſupponatur cum angulo b a g. Dico, quòd omnia latera & omnes anguli cognoſcendi venient. Deſcendat nanque ex vertice trianguli à linea a k, diuidens angulum b a d per æqualia: erit itaque

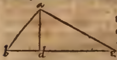
propor



proportio a g ad g k, ſicut duarum b a, a g coniunctorum ad baſim b g, quemadmodum ſuperius in 15 huius ratiocinati ſumus: proportio autē b a, a g coniunctorum ad baſim b g eſt, vt e g ad h g per proceſſum 43. primi huius, & ſecūdam partem ſexti elementorum, quæ cum ſit nota propter terminos ſuos ex hypotheſi datos, erit & proportio a g ad g k cognita: cumq́ angulum b a g dederit hypotheſis, erit eius medietas g a k cognita, quare per corollarium 18 huius angulum a g k ſiue a g b notum comparabimus, & ideo tertius angulus a b g trianguli propoſiti non latebit. inde quoque per 1 huius proportio a g lateris ad latus a b ſcietur, & diuiſim proportio hæc differentiæ laterum notæ ad latus breuius a b nota erit, vnde & latus a b & tandem reliqua omnia ex ſupra dictis cognoſcemus.

XXI.

Datis duobus lateribus trianguli cuiuslibet cum proportione caſuum, quantitatem baſis agnoſcere.



Sint duo latera a b & a g trianguli a b g cognita, proportioq́ caſuum b d & d g ſit data. Dico, quod baſis ipſa nota proueniet. Eſt enim differentia quadratorum a b & a g nota propter hypotheſim, æqualis differentiæ quadratorum b d & d g, quemadmodum in proceſſu primi huius oſtendimus, cumq́ proportio caſuum ſit data, erit & proportio quadratorum ſuorum data: & diuiſim differentia huiuſmodi quadratorum ad quadratum caſus minoris b d notam habebit proportionem, cumq́ differentia ipſa ſit nota, erit & quadratum caſus minoris cognitum, vnde & caſus ipſe minor & deinceps reliquus innoteſcent, tota igitur baſis nota elicietur. Non mireris autem, quòd hactenus vt plurimum perpendicularem intra triangulum cadere ſuppoſuerim, quanuis nonnunquam extra triangulum cadere cogatur, habet enim hoc omnis triangulus infallibiliter proprium, quòd ab aliquo punctorum eius angularium ad latus ſibi oppoſitum ducibilis eſt perpendicularis vna intra angulum ipſum caſura. Quod ſi extra triangulum perpendicularis ceciderit, paucis rebus mutatis & cognitu facilibus, quicquid facto opus eſt, conſequeris: nollem equidem ingenium tuum pauculis quibuſdam inueniendis non fatigari.

XXII.

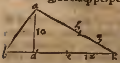
Datis duobus caſibus cum proportione laterum, utrunque eorum dimetiri.

Hæc videtur conuertere præcedentem, deductionem autem eam prorſus habet quam præcedens, quamobrem tanquam ſatis lucubratam tibi relinquo.

XXIII.

Data differentia duorum laterum, differentiaq́ duorum caſuum cum ipſa perpendiculari cognita omnia latera propalare.

Sit talis triangulis a b g, cuius duo latera a b & a g differentiam habeant notam h g, ductaq́ perpendiculari a d duorum caſuū b d & d g, differentia ſit e g: hæ duæ differentiæ ſint datæ, & ipſa perpendicularis a d data. Dico, quòd omnia latera trianguli nota concludentur. Per artem rei & cenſus hoc problema abſoluemus. Detur ergo differentia laterum vt 3. differentia caſuum 12. & perpēdicularis 10.

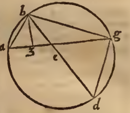


pono pro baſi vnam rem, & pro aggregato laterum 4 res, nam proportio baſis ad cong

ad congeriem laterum eſt vt h ad g e, ſcilicet vnius ad 4. erit ergo b d $\frac{1}{2}$ rei minus 6, ſed a b erit 2 res demptis $\frac{3}{2}$ duco a b in ſe, producũtur 4 cenſus & 2 $\frac{1}{4}$ demptis 6 rebus. item b d in ſe facit $\frac{1}{4}$ cenſus, & 36 minus 6 rebus huic addo quadratum de 10 qui eſt 100 colligũtur $\frac{1}{4}$ cenſus & 136 minus 6 rebus æquales, videlicet 4 cenſibus & 2 $\frac{1}{4}$ demptis 6 rebus. Reſtaurando itaq; defectus, & auferendo vtrobique æqualia, quemadmodum ars ipſa pręcipit, habebimus cenſus aliquot ęquales numero, vnde cognitio rei patebit, & inde tria latera trianguli more ſuo innoteſcent.

XXIIII.

Datis tribus lateribus trianguli rectilinei, diametrum circuli eum circumſcribentis inuenire.

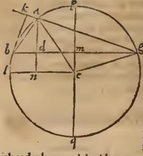


Hæc tametſi de angulis trianguli inueniendis nihil proponat, vtilis tamen ſequentibus videbitur. Sint tria latera a b, b g & g a, trianguli a b g nota, quærimus diametrum circuli eum circumſcribentis. Eſto circulus huiuſmodi a b g d, oportet autem duos angulos quicunq; fuerint trianguli a b g eſſe acutos, qui ſint, verbi gratia a & g, quos facilè cognoſces, ſi primo triangulorum libello ſatis incubuiſti: demittaturq; à pũcto b perpendicularis b 3, & diameter circuli prædicti b e d, cuius terminus d copuletur puncto g per lineam d g. habes itaque duos triangulos a b 3 & b d g æquiangulos, vterq; enim angulorum b a g & b d g *in* circumferentia conſiſtens ſuſcipit arcum b g, ſed vterq; angulorum a 3 b & b g d rectus eſt: a 3 b quidem ex diſpoſitione figuræ, b g d autem ex diſpoſitione & 30 tertij elementorum, quare & tertius tertio æqualis conuincetur: vnde & per quartam ſexti proportio 3 b ad b g eſt, vt a b ad b d. tres autem harum notæ ſunt, duæ ſcilicet a b ad b g per hypotheſim: perpendicularis verò b 3 ex 46 primi huius inuenitur, ergo & quarta, quæ eſt diameter circuli, nota veniet, quod expectabas oſtendendum. Elegimus autem duos angulos acutos, vt perpendicularis intra triangulum coartaretur facilitatis gratia: nam ſi caderet extra, parumper variandus eſſet proceſſus. Quòd ſi acciderit quadratum alicuius trium laterum quadratis duorum reliquorum laterum ſimul iunctis æquiualere: verbi gratia, quadratum a g æquari duobus quadratis linearum a b & b g, erit a g diameter circuli circumſcribentis triangulum, neq; ampliori quæſito opus eſt: fiet enim per vltimam primi elementorum angulus a b g rectus, & ideo per conuerſionem 30 tertij a b g ſemicirculus habebitur, & a g diameter circuli, quod erat exequendum.

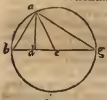
XXV.

Si baſim trianguli notam acceperimus cum perpendiculari ſiue area trianguli, eum quoq; quem baſis ſubtendit angulum datum habuerimus, utriuſq; lateris noticiam extemplò reddemus.

Sit triangulus a b g, baſim b g notam habens cum perpendiculari a d, ſiue cum area ſua: nam alterum ex altero pendet: ſit quoque angulus b a g datus. Dico, quod vtrunq; laterum eius noticiam attingemus. Detur enim angulus b a g obtuſus, extendaturq; g a donec perpendicularis b k ex puncto deſcenſura reſidere poſsit in eadem, erit itaque propter angulum b a k notum proportio a b ad b k nota per 30 primi huius: proportio autem a b ad



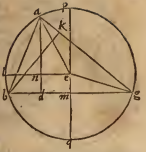
b k eſt tanquam eius quod a b & a g ad id, quod ſub b k & a g continetur, quare & illa proportio nota erit: quod autem fit ex b k in a g notum eſt, quia duplum areæ trianguli, igitur & quod ſub a b & a g continetur, rectangulum erit notum: exarata demũ circulo triangulum a b g circumſcribente, diameter eius notificabitur ex præcedenti propter perpendicularem a d notam cum eo, quod ſub a b & a g con tinetur noto: huiuſmodi diameter ſit p q, ſecãs chordam b g per medium, & ideo orthogonaliter in puncto m, eductisq́ ex centro e tribus ſemidiametris e g, e a & e l, quæ æquediſtet chordæ b g, cui incidat perpendicularis a d ſatis prolongata in puncto n. propter ſemidiametrum igitur e g & dimidiam baſim m g notas cum angulo e m g recto, notificabitur linea e m, cui æqualis eſt ipſa d n: hinc tota a n cognita reſultabit, quæ deinceps auxilio ſemidiametri e a notæ, angulo apud n recto exiſtente, ſuſcitabit lineam n e cognitam, cui æqualis habetur linea d m, qua dempta ex dimidia baſi b m, relinquetur caſus minor: ea uerò adiecta, reſultabit caſus maior cognitus: hinc ex caſibus notis & perpendiculari a d latera duo cognita fient. Hæc autem tenent, quando duorum laterum a b & a g alterum altero maius extiterit, cuius rei indicium erit, ſi linea d n ex perpendiculari uidelicet a d & linea m e reſultans, minor fuerit ſemidiametro: ſi enim eſſet æqualis ſemidiametro. duo latera a b & a g neceſſariò fuiſſent æqualia, vnde etiam perpendicularis a d diuiſiſſet baſim per æqualia: ſic ex perpendiculari nota cum dimidia baſi reſultaret vtrunq; latus cognitum. In his rebus demonſtrandis non ſiſto gradum, cum facilia admodum oſtenſu reputentur.



Si autem angulus b a g fuerit rectus, erit b g neceſſariò diameter circulo triangulum b a g circumſcribentis, cuius medietati æqualis ſi fuerit perpendicularis a d data, erunt duo latera trianguli æqualia, vtrunque videlicet chorda quadrãtis, vnde facillimè cognoſcetur. Si verò perpendicularis fuerit minor dimidiæ baſi, erũt duo latera inæqualia, educta igitur ſemidiametro e a, quæ eſt ęqualis dimidię baſi, nota erit d e, hinc vt prius vterq; caſuum cum vtroq; laterum innoteſcent. Quòd ſi angulus b a g acutus offeratur, erit portio b a g maior ſemicirculo, & ideo ſemidiameter e l ſecabit perpendicularẽ: quare cæteris omnibus, vt anteà procedentibus, niſi quòd perpendicularis b k intra triangulum cadit, lineam d n æqualem ipſi e n ex perpendiculari a d nota minuemus, inuentamq́; tandem lineam d m ex dimidia baſi dememus, vt relinquatur caſus minor, perpendiculari ſaltem a d intra angulum cadente, quod accidit, dum linea d m minor dimidia baſi reſultabit: aut ecoontra dimidiam baſim ex linea d m minuemus, ſi perpendicularis extra triangulum ceciderit, id eſt, ſi d m dimidiã baſim ſuperauerit, quæ duæ ſi fuerint ęquales, conſtabit perpendicularẽ a d coincidiſſe lateri breuiori: quod autem in hac demonſtratione reſtat, ſi pauculum habes ingeniũ, eniti poteris.

XXVI.

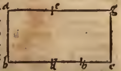
Data area trianguli cum eo, quod ſub duobus lateribus continetur rectangulo, angulus quem baſis reſpicit, aut cognitus emerget, aut cum angulo cognito duobus rectis æquipollebit.



Reſumptis figurationibus præcedentis, ſi perpendicularis b k verſus lineam a g procedens, extra triangulū ceciderit, erit per ea, quæ in præcedenti commemorauimus, proportio b k ad b a nota, & ideo per 28 primi huius angulum b a k notum accipiemus, ſic angulus b a g cum angulo b a k noto duobus rectis æquiualebunt. Si verò perpendicularis b k intra triangulum ceciderit, quemadmodum in tertia figuratione præcedentis cernitur, erit vt prius a b ad b k notam habens proportionem, & ideo angulus b a k ſiue b a g notus concludetur. At ſi perpendicularis b k coinciderit lateri a b, neceſſe eſt angulum b a g fuiſſe rectum, & ideo cognitum quod quidem accidit, quando area trianguli propoſiti æquatur ei, quod ſub duobus lateribus eius continetur rectangulo.

XXVII.

Data differentia duarum linearum, quæ rectangulum ſpaciū continent notum, utranque earum dimetiri.



Sint duæ lineæ a b & b c inæquales, rectangulum ſpacium a c continentes notum, ſitque differentia earum d c cognita. Dico, quòd vtraque earum nota reddetur. Erit enim quod fit ex d b in b c parallelogrammum rectangulum notum, quòd b d ſit æqualis ipſi a d: diuiſaque d c differētia per medium in h, erit quadratum lineæ d h cognitum, quod quidem adiectum rectangulo a c noto, per ſextam ſecundi conficiet quadratum b h cognitum: hinc ergo coſta ſua ſcilicet linea b h notificabitur, ex qua ſi reiecerimus lineam d h notam, manebit b d, & ideo ipſa a b nota: ſed & eidem b h notæ addemus medietatem differentiæ, ſcilicet lineam h c notam, vt reſultet tota b c cognita, quod erat abſoluendum.

XXVIII.

Data area trianguli, & angulo quem baſis reſpicit cognito cum differentia laterum, utrunque eorum innoteſcet.

Per modum enim circa huius explanatum concludemus, quod ſub duobus lateribus continetur cognitum: cumque differentiam eorum notam attulerit hypotheſis, erit per præcedentem vtrunque eorum cognitum, cuius gratia fatigati ſumus.

XXIX.

Si ab angulo trianguli noto deſcendat linea quædam cognita, baſim datam diuidens per æqualia, utrunque latus, reliqui etiam anguli non erunt ignoti.

Sit triangulus a b c, angulum b a c notū habens, à cuius vertice a deſcendat linea a d nota reſpectu baſis b c, quam per medium ſcindit in puncto d. Dico, quòd vtrunque laterum a b & a c notum veniet cum reliquis duobus angulis. Circumſcribo enim huic triangulo circulum a b h c ſuper centro e, cuius diameter p q per punctum d tranſeat, orthogonaliter ſecans ipſam b c



datam lineam:continueturq; linea a d,donec occurret circumferentiæ circuli in h, educantur deniq; duæ ſemidiametri e c quidem conterminalis duobus lateribus trianguli propoſiti:e l aūt ſecās chordam a h ſi poſsibile ſit per mediū & orthogonaliter:erit itaq; angulus c e d ęqualis angulo b a c dato,& ideo per 30 primi huius propter angulum apud d rectum,proportio d c notæ ad lineā d e nota erit,quare linea d e nota habebitur.Sic legitur in 35 propoſitione tertij. Si in circulo duæ rectæ lineæ ſe ad inuicem ſecuerint rectangulum comprehenſum ſub ſectionibus vnius ęquum eſt ei, quod ſub ſegmentis alterius comprehenditur rectangulo,ideo quod ex b d in d c ęquum eſt ei,quod ex a d in d h.nota autem eſt a d,ergo per 17 primi huius dabitur d h.erit & d h inde quoq; nota a h cum eius medietate a k non ignorabitur: hinc reſidua k d ſcita dabitur. ex duabus itaq; lineis d e & d k cum angulo k recto per 27 primi huius cognoſcetur angulus d e k,& ideo arcus l q notus accipietur,propter triāgulum autem d e c notorum angulorū linea d c,& ideo etiam dupla eius b c reſpectu ſemidiametri circuli e c notam habebit proportionē,vnde & chorda a h,quę nota prius erat reſpectu lineæ b c,iam reſpectu diametri circuli huius cognita dabitur:vnde & per tabulam ſinuum aut chordarum arcus a b h innoteſcet.oportuit autem arcum b q c eſſe notum propter angulum b a c datū, dempto igitur arcu l q prius noto ex arcu b q ſcilicet medietate arcus b q c,relinquetur arcus b l notus,qui deinde reiectus ex arcu a l ſcilicet medietate arcus a b h,manebit arcus a b notus,cui ſi addideris totum arcum b q c notum, reſultabit arcus a b c cognitus:horum duorum arcuū chordas ex tabula colligemus, ſic duo latera trianguli propoſiti reſpectu diametri circuli nota uenſent:erat autem & baſis b c reſpectu eiuſdem nota,unde & ipſa latera reſpectu baſis menſuratas habebunt longitudines,angulos autem trianguli propoſiti reliquos latêre non ſinunt duo arcus a b & a c,in quos ipſi cadunt ſupra circumferētiam conſiſtentes,Contingit autem lineam a h eſſe diametrum circuli, quod quando fiet,iam commemorata ſatis edocebunt, concluſimus enim tam ipſam a h, quàm diametrum circuli reſpectu baſis b c notam habere quantitatem. Poterit etiam quiſpiam dare angulum b a c rectum,vnde baſis b c fieret diameter circuli, & a d ſemidiameter: tunc autem problema erit varium, niſi alia quædam conditio acceſſerit.In hac autem figuratione angulum b a c acutum ſubiecimus,qui ſi obtuſus offerretur,quanuis figuratio pauliſper variaretur, proceſſus tamen idem fermè ad intentum nos perducet.

XXX.

Si quis triangulus duo latera habeat inæqualia, à quorum cōmuni termino deſcendat linea angulum per æqualia diuidens,baſim autem per inæqualia,ſitq; ipſa linea diuidens nota cum portionibus baſis diuiſæ,utrunq; latus cognitum iri.

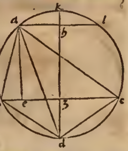
Sit talis triangulus a b c,cuius latus a b breuius latere a c:à cuius angulo a deſcendat linea a d nota, angulum quidem b a c diuidens per mediū, baſim aūt in duas partiales a d & d c notas.Dico, quòd vtrunq; laterum a b & a c innoteſcet. Circumſcribatur enim huic triangulo circulus a b h c centrū e habens:protenſaq; a h vſq; ad occurſum circumferentiæ in h,ducātur duę chordæ b

dæ b



dæ b h & c h,quas conſtat eſſe æquales pro-
pter angulum b a c per æqualia diuiſum, du
catur rurſus diameter circuli l h, quæ cum di-
uidat arcum b c per medium, diuidet etiam
per 3 tertij chordam eius b c per æqualia,vn-
de & per 3 tertij orthogonaliter eam ſecabit.
cum autem vtraq; linearum b d & d c ſit no-
ta,erit per 35 tertij & 17 primi huius linea d h
nota:eſt autem & d k cognita,videlicet diffe
rentia dimidiæ baſis & minoris ſectionis:an-
gulo igitur k recto exiſtente,linea k h per 26
primi huius nota pronunciabitur, ex qua de-
mum & dimidia baſi cognita,niſi 26 primi hu
ius mentiatur,vtraq; chordarum b h & h c æqualiũ nota reſultabit. quadran-
gulum itaq; a b h c circulo inſcriptum,duas diametros a h & b c notas habe
bit,quod autem ſub eis continetur,ęquum eſt duobus rectangulis,quorum al-
terum ſub b h & a c,alterũ ſub h c & a b continetur:hoc enim alibi demon-
ſtratum eſt.Hæc autem duo rectangula parallelogrãma æquantur ei,quod ſub
b h & congerie duorum laterum continetur,propter æqualitatem linearum b
h & h c.quod igitur ſub b h & aggregato laterum a b & a c continetur,erit
cognitum:vnde & propter lineam b h cognitam 17 primi huius ratiocinante,
congeries duorum laterum nota prouenient.eſt autem proportio b d ad d c
ſicut a b ad a c per tertiam ſexti,& cõiunctim b c ad c d ſicut cõgeries duo-
rum laterum ad ipſum latus a c:cumq; tres huiuſmodi quantitatum ſint notæ,
erit & quarta ſcilicet linea a c inuenta: vnde & reliquum latus a b non pote-
rit latêre.hæc pro lateribus cognoſcendis,ad angulos autem inueniendos, iam
paratum habes iter,ſi 43 primi huius intento tuo accommodaueris.

Poterimus 30 huius aliter abſoluere hoc pacto. Sit triangulus a b c, aream
habens notam cum baſi b c & angulo b a c. Dico,quòd vtrunq; laterum a b
& a c notum prodibit.Intelligo enim huic triãgulo circumſcriptum circulum
a b d c,in quo produco chordam a l ęquediſtantem ipſi b c,& diametrum d
k vtriq; dictarum chordarũ perpendiculariter incidentẽ:huic quidem in pun-
cto 3,illi autem in puncto h:ſitq; a e perpendicularis ad b c,ſi oportuerit pro-
longatam: quoniam igitur aream trianguli cum baſi b c notam ſubiecimus,
erit perpendicularis a e ſcita, ipſa enim in ba-
ſim dimidiam ducta,cõficit aream trianguli da-
tam:hinc æqualis 3 h,ob eam rem non erit igno
ta,propter angulum autem b a c & ideo arcum
b c cognitum, erit chorda b c cognita per ta-
bulam ſinuum aut chordarum reſpectu diame-
tri circuli: vnde & ſagitta 3 d eadem relatione
nota fiet:cum autem perpendicularis a e cogni
ta habeatur reſpectu chordæ b c,erit & ipſa re-
ſpectu diametri circuli nota, & ei æqualis 3 h:
tota igitur ſagitta d h reſpectu diametri circu-
li nota conſurget, & ideo arcus a d cognitus

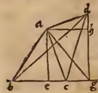


dabitur, à quo ſi dempſero arcum b d, medie-
tatem ſcilicet arcus b c pridem noti,relinquetur arcus a b notus: hinc chor-
da a b cognoſcetur reſpectu diametri circuli,& conſequenter reſpectu lineæ
b c,arcus deniq; a b iam notus arcui b c adiectus,totum arcum a d c cogni-
tum ſuſcitabit,& ideo chorda eius reſpectu diametri circuli, tandemq; reſpe-

cu lineæ b c manifeſtabitur. Angulos autem a b c & a c b propter arcus a b & a c iam notos nemo ignorabit.

XXXI.

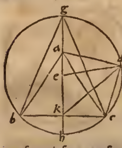
Duobus triangulis ſupra baſim unam notam conſtitutis, binaq; latera æqualia ac cognita habentibus, quantum uertices eorum diſtent inquirere.



Supra baſim b c notam conſtituantur duo trianguli a b c & d b c, quorum vtriuſq; latera ſint cognita: ducatur linea a d vertices eorum coniungens, quam præſens quærit problema. Ex verticibus a & d duæ deſcendant perpendiculares ad baſim, ſi opus fuerit, ſatis extenſam, quæ ſint a e & d g, has perpendiculares quo pacto inuenias, ſuperius cõmemoratum eſt: ſi igitur fuerint ęquales, diſtantia duorum verticum erit per 33 primi elementorũ æqualis lineæ e g, quæ eſt aggregata ex duobus caſibus e c &, c g in hac figuratione, quos ſuperius menſurare docuimus. vnde & diſtantia verticum nota erit. Si verò perpendiculares non fuerint æquales, à ſummitate minoris earum quæ ſit, verbi gratia, a e, ducatur a h æquediſtans baſi, & occurrẽs reliquę perpendiculari in puncto h, quæ nota erit, quoniam æquali lineæ e g aggregato duorum caſuum: lineam quoq; d h non ignorabit Geometra, cum h g ſit æqualis a e perpendiculari notę: hinc & propter angulum a h d rectum 26 primi huius ratiocinante, linea a d latêre non poterit, quæ hactenus quærebatur. Ad lineam autem a h cognoſcendam non ſemper oportebit colligere duos caſus, quemadmodum in præſentiarum iuſsimus: ſed nõnunquam alterum ex altero demi, vt relinquatur linea e g, ſiue a h cognita, & ſicut hic cõiunximus caſum minorem vnius trianguli minori caſui alterius, ita interdum caſum minorem vnius maiori caſui alterius coniungere opus erit: quod quando fiet, tuo ingenio relinquitur diſcernendum.

XXXII.

Si duo trianguli ſupra baſim unam notam conſtituti fuerint, quorum unus æquicruris, alter autem uarius, & anguli, quos baſis ſubtendit, dati fuerint cum diſtantia duorum uerticum ſuorum, bina latera eorum cognitum iri.



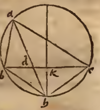
Supra baſim datam b c cõſtituantur duo trianguli, a b c quidem duo latera a b & a c habens ęqualia, d b c autem duo latera habens inęqualia, & ſit vterq; angulorum b a c & b d c datus, ductaq; linea a d diſtantia ſcilicet duorum capitũ ſit data. Dico, quòd vtriuſq; eorum duo latera erunt data. Sit enim pro libito angulus b a c maior angulo b d c, demittaturq; ex puncto a perpendicularis ad baſim cõmunem, quæ neceſſariò diuidet baſim per æqualia, quod fiat in puncto k: hęc perpendicularis intelligatur vtrinq; indefinitæ quantitatis: circuli itaq; circũſcripti triangulo d b c circumferentia ſecet eam ſuperius in g, inferius autem in puncto h: cõſtabit itaq; lineam g h eſſe diametrũ huius circuli per corollarium primæ tertij, in qua ſit cẽtrum circuli e, ductaq; ſemidiametro e d & duabus chordis g b & g c, erit angulus b g c æqualis angulo b d c: cum igitur vterq; triangulorum a b c &

g b c

g b c æquicrurium habeat angulum notum cum baſi data, erunt per 41 primi huius bina latera eorum nota cum perpendicularibus ſuis: vnde etiam tota diameter g h nota fiet, quadratum enim dimidiæ baſis k c notę ęquatur ei, quod fit ex g k iam nota in k h, hinc k h & cōſequenter tota g h diameter nota veniet: dempta autem differentia perpendicularium g a propter ipſas perpendiculares cognita ex ſemidiametro g e nota reſiduabitur linea a e ſcita: ſic triangulus a e d tria latera nota habens, angulum ſuum e a d cognitū efficiet, ex quo demptus angulus e a c notus: quoniam medietas b a c dati, relinquet angulum c a d menſuratum: is demum cum duabus lineis c a & a d notis, tertiam quoq; c d manifeſtabit. Item dimidius angulus b a c, qui eſt b a k adiectus angulo e a d prius cognito, conflabit totum angulum b a d notum, qui cum duobus lateribus a b & a d iandudum cognitus, lineam b d ſuſcitabit notam: ſic ergo duo latera trianguli d a c dimenſi ſumus, quod libuit attingere. Paulò aliter ratiocinabimur circumferentia circuli b c d g ſecante perpendicularem infra punctum a, quod reuera contingit, dum angulus b d c maior angulo b a c oblatus fuerit. Quòd ſi duo dicti anguli ęquales ſubijciantur, circumferentia circuli b c d g per punctum a tranſeat neceſſe eſt: cognita igitur diametro circuli vt antea, itemq; duabus lineis a b & a d, quæ erunt chordæ dicto circulo inſcriptę, non erit difficile menſurare, vtranq; chordarum b d & c d, ſi circa chordas circuli inueniendas parumper exercearis. quod igitur in hac re ſupereſt, tuæ relinquimus induſtriæ.

XXXIII.

Si cuiuslibet trianguli angulum per æqualia diuidat linea ad baſim notā deſcendens, fuerintq; ſectiones baſis inæquales notę: itemq; angulus acutus, quem linea diuidens, cum ipſa baſi continet notus datus, utrunq; latus trianguli cognitum reddetur.



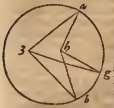
In triāgulo a b c ducatur linea a d, diuidens angulum quidem b a c per æqualia, baſim aūt b c notam per inæqualia in puncto d: ſitq; vtraq; ſectionū b d minor & d c maior data cum angulo a d b acuto. Dico, ꝙ vtrunq; latus cognoſcetur. Oportet aūt angulum a d b, quemadmodum cōmemorauimus, eſſe acutū propter b d minorem ſectionē cui inſidet, erit enim tertia ſexti ratiocinātē a b minor a c, & ideo angulus a b c maior angulo a c b cōuincetur. angulus a d c valet duos b a d & a b d. itē angulus a d b ęquiualet duobus a c d & d a c: cumq; angulus b a d ſit ęqualis angulo c a d, reſultabit angulus a d c maior angulo a d b, & ideo hic quidem obtuſus, ille verò acutus enūciabitur. Circūſcribatur ergo triangulo a b c circulus a b h c, reliquaq; diſponātur quemadmodum in 30 huius: ex angulo itaq; a d b ſiue h d k noto cum angulo k recto, & linea d k differentia dimidiæ baſis datę & minoris ſectionis, vtraq; linearum d h & h k nota proueniet cum angulo d h k; deinceps vtraq; linearum b h & h c propter dimidiam baſim notam cum linea h k cognita dabitur: cumq; quod ſub duabus b d & d c continetur ſit æquale ei, quod ſub a d & d h continetur: tres autem harum ſunt notæ, erit per 17 primi huius linea a d nota, ſic duas diametros a h & b c quadrangulo a b h c circulo inſcripti notas habemus: vnde & reliqua ſicuti in huius abſoluere licebit.

FINIS.

LIBER TERTIVS TRIANGVLORVM.

I.

Si ſphæra plano ſecetur, communis ſectio ſuperficiei ſphæricæ & plani ſecantis erit circumferentia circuli. Vnde conſtabit pedem perpendicularis à centro ſphæræ ad ſuperficiem ſecantem deſcendentis circuli huiuſmodi centrum eſſe.

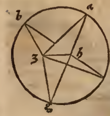


Communis ſectio ſuperficiei ſphæricæ & plani eam ſecantis ſit linea a b g, quam dico eſſe circumferentiam circuli. Planum enim ſecans aut per centrum ſphæræ incedit, aut non. Si per centrum eius: quoniã omnes rectæ lineæ à centro ſphæræ ad ipſam ſectionem communem in plano huiuſmodi eductæ, æquales ſunt, diffinitione ſphæræ id confirmante, manifeſtum quòd planum intra lineam a b g cõcluſum, eſt circulus, ipſaq; linea a b g circumferentia eius. Si verò planum prætereat centrum ſphæræ demittatur à centro ſphæræ, quod ſit 3, ad ipſum planum perpendicularis recta linea 3 h, à cuius pede ſcilicet puncto h, lineæ rectæ quotlibet educantur ad ſectionem prædictam, ſintq; tres huiuſmodi h a. h b & h g, protractis ſemidiametris ſphæræ 3 a, 3 b & 3 g. Trium itaq; triangulorum a h 3, b h 3 & g h 3 vnuſquiſq; angulum iuxta 3 rectum habet, propter lineam 3 h perpendiculariter plano incidentem, latera autem rectos angulos ſubtendentia, ſunt ſemidiametri ſphæræ æquales. dempto igitur quadrato perpendicularis ſingulatim à quadratis ſemidiametrorum remanebunt per penultimam primi, & communem ſcientiam quadrata trium linearum h a, h b & h g æqualia: vnde & lineas ipſas æquales eſſe oportet. Non aliter probabis alias lineas quotlibet à puncto h ad ſectionem cõmunem eductas ſibi & tribus lineis iam memoratis æquales eſſe. diffinitio igitur circuli theorematis concludet veritatem.

Ex his autem & diffinitione centri trahitur pedem demiſſę perpendicularis eſſe centrum circuli iam dicti, quod pollicebatur corollarium.

II.

Omnis linea recta à centro ſphæræ ad centrum circuli minoris in ea producta, perpendicularis eſt ad ſuperficiem ipſius circuli.

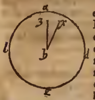


Hæc conuertit corollarium præcedentis. Sit circulus minor a b g d in ſphæra ſignatus, cuius centrum h, quod cum centro ſphæræ 3 copulabo per lineam 3 h. Dico, quòd linea 3 h perpendicularis eſt ad ſuperficiem huius circuli. Productis enim duabus ſemidiametris a g & b d circuli minoris, terminos earum centro ſphæræ copulabo per ſemidiametros ſphæræ a 3, b 3, g 3 & d 3. per diffinitionem igitur circuli & ſphæræ linea 3 h communi exiſtente ex 8 primi omnes anguli, quos facit linea 3 h cum lineis ſibi in ſuperficie circuli minoris conterminalibus, ſunt recti,

recti. quare linea 3 h perpendiculariter incidit duabus diametris a g & b, & ideo per 4 vndecimi perpendicularis eſt ad ſuperficiem circuli a b g d, quod libuit deducere. Quod autem linea à centro ſphæræ ſuperficiei circuli minoris perpendiculariter incidens, ad centrum ipſius circuli minoris terminetur, ex proceſſu primæ huius ſatis didicimus.

III.

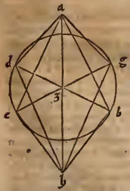
Linea recta, quæ à centro circuli in ſphæra poſiti, orthogonaliter egreditur, centrum ſphæræ neceſſariò continebit.



Sit circulus in ſphæra a b d g, cuius centrum h, à quo egrediatur orthogonalis linea h k vtrunque indefinita. Dico, quòd in ea centrum ſphærę reperietur. Si enim circulus ille maior extiterit, cum centrum eius ſit centrum etiam ſphæræ, à quo orthogonalis ipſa naſcitur, planum eſt quod propoſuimus. Si autem fuerit circulus minor, & centrum ſphæræ extra orthogonalem, ſententia quidem aduerſarij habeatur, ſit ipſum x, producta igitur linea x h, per præmiſſam erit perpendicularis ad ſuperficiem circuli a b g d. ab vno itaq; puncto h ſuperficiei a b g d duæ orthogonales egrediuntur, quod eſt impoſsibile, & cõtra vndecimi, quo interempto, relinquitur veritas concluſionis noſtræ.

IIII.

Omnis linea recta à polo circuli ad eius centrum demiſſa, perpendicularis ad ſuperficiem circuli conuincitur, productaq; ultra circuli centrum, donec ſuperficiei ſphæricæ obuiabit, reliquum circuli polum offendet.



Sit circulus d e b g, cuius quidem polus ſit a punctus, cẽtrum vero 3, demittaturq; à polo a ad centrum 3 linea a 3 quam dico eſſe perpendicularem ad ſuperficiem circuli. Duarũ enim diametrorum d b & e g terminos cum puncto a copulabo per lineas a d, a e, a b, & a g, quo fit, vt trianguli a b 3 & a d 3 bina latera ſint æqualia, a 3 enim cõmune eſt ambobus, 3 b autem & 3 d ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli, duas demum baſes a d & a b æquales affert poli diffinitio. quare angulus a 3 d æqualis eſt angulo a 3 b, & ideo a 3 perpendicularis eſt ad lineam d b. Similiter probabimus eandem a 3 perpendicularem eſſe ad lineam 3 g. cum itaq; trium linearum conterminalium vna duabus reliquis orthogonaliter inſiſtat, erit ipſa perpendicularis ad ſuperficiem reliquarũ duarũ argumento 4 vndecimi. hęc aũt ſuperficies eſt ipſe circulus d e b g, primam igitur theorematis partẽ oſtendiſſe videmur. Secũdę verò parti aſſenties, ſi linea a 3 vſq; ad punctũ ſuperficiei ſphęricę h producta, ipſum h punctũ omnium diametrorũ terminis cõiunges. omnes enim facti triãguli, quibus vertex cõmunis eſt, cẽtrũ circuli 3 bina latera habẽt ęqualia, h 3 enim cõmune, reliqua verò ſunt ſemidiametri eiuſdẽ circuli, ſed & anguli eorũ apud punctũ 3 ęquales ſunt, quia recti: quare baſes dictorũ triangulorũ vniuerſę ęquabũtur, per diffinitionem igitur h punctus circuli dicti polus habebitur, quod erat lucubrandũ.

V.

Omnis recta linea à centro circuli in ſphæra orthogonaliter exiẽs, per polos eius utrinq; continuata tranſibit.

In figuratione præhabita intelligatur lineam 3 a orthogonaliter à centro circuli 3 exiuiſſe, reliquis vt antehac conſeruatis. Dico, duo puncta a & h eſſe polos circuli d e b g. Quia enim linea a 3 orthogonalis eſt ad ſuperficiẽ circuli, per centrum eius tranſiens, erit ipſa per conuerſionem diffinitionis orthogonalis ad omnem circuli ſemidiametrum. poſito igitur quadrato 3 a communi, cum omnia quadrata ſemidiametrorum ſint æqualia, erunt per penultimam primi & communem animi conceptionem quadrata omnium linearum ab a puncto ad circumferentiam circuli demiſſarum æqualia, & ideo ipſæ lineæ æquales. per diffinitionem ergo poli conſtabit veritas propoſitionis. Idem ſimiliter concludere de puncto h licebit.

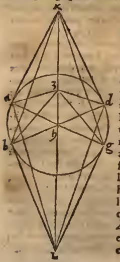
VI.

In linea recta centrum ſphæræ cum centro circuli minoris in ea ſignati continuante, ſi quantum oportet utrinq; prolongetur, ipſius circuli polos inueniri.

Circuli minoris a b g d in ſphæra conſtituti centrum ſit h, quod cum centro ſphæræ 3 continuetur per lineam h 3. Dico, quòd in linea h 3 quantũ ſat eſt prolongata, duos polos circuli a b g d reperiemus. Erit enim per 2 huius linea h 3 perpẽdicularis ad ſuperficiem circuli dicti, quare per tertiam huius vtrinq; continuata, donec ſuperficiei ſphæricæ occurret ad duos circuli memorati polos terminabitur. Quatuor itaq; huiuſmodi pũcta, centrum videlicet circuli minoris in ſphęra intellecti, centrum ſphæræ & duos circuli minoris polos in vna ſemper recta linea reperiri neceſſe eſt, quod erat explanandum.

VII.

Quæcũq; linea recta per polos circuli in ſphęra ſignati trãſiuerit per cẽtrũ quoq; ipſius trãſire, ipſiq; circulo orthogonaliter incidere cogitur.



Linea k l tranſiens per duos polos k & l circuli a b g d, ſecet eum in puncto 3. Dico, quòd punctus 3 ſit centrum circuli a b g d, & quòd linea k l orthogonaliter incidat circulo a b g d. A puncto enim 3 egrediantur plures quàm duæ rectæ lineæ ad circumferentiam circuli dicti, quæ ſint 3 a, 3 b, 3 g & 3 d, quarum terminos vtriq; polorum connectemus per lineas polares duplices concludendo quatuor triangulos verticem communem habentes polum k, baſes autem quatuor polares lineas à polo l deriuatas, quo fit vt anguli eorum apud polum k 8. primi arguente, æquales habeantur. angulus videlicet a k l æqualis angulo b k l, & ita de cæteris. Transferamus nos demum ad quatuor triangulos, quibus latus k 3 commune eſt, reliqua verò latera æqualia habentes quatuor ſcilicet polares lineas ab ipſo polo k deſcendentes, qui cum angulos ſuos apud k æquales habeant, quemadmodum oſtendimus per 4. primi, & baſes habebunt æquales, lineas videlicet 3 a, 3 b, 3 g, & 3 d, quare per 9 tertij punctus 3 erit centrum circuli a b g d. primam igitur theorematis

matis partem roborauimus. vnde & per quartam huius ſecundæ parti aſſentire compellimur, linea k l per polum centrumq; circuli dicti tranſeunte, quæ volebamus declarare.

VIII.

Linea recta, quæ per duo quatuor punctorum dictorum incedit, reliqua duo præterire non poterit.

Quatuor illa puncta notamus centrum ſphæræ, centrum circuli minoris in ea & duos polos eius. Sit itaq; circulus minor in ſphæra quatuor characteribus a b g d repræſentatus, cuius centrum h, duoq; poli k & l, centrum aūt ſphęre ſit 3. Dico, quòd linea recta duo eorum quæcunq; continens, & reliqua duo, ſi ſatis porrecta fuerit, complectetur. Nam, vt à capite initium ſumamus, polum k & centrum ſphæræ 3 in linea k 3 ſtatuamus, extenſaq; k 3 occurrat circulo a b g d in puncto h, cui nondum nomen centri imponimus. producantur deniq; lineę polares k a, k b, k g & k d. item ſemidiametri ſphęræ 3 a, 3 b, 3 g, & 3 d, ſed & lineæ a h, b h, g h, & d h, ſatis tamen erat trinas huiuſmodi non quaternas producere. quatuor igitur trianguli in vertice k communicantes, quorum baſes ſunt quatuor ſemidiametri ſphæræ, cum ſint æquilateri per diffinitionem ſphæræ & poli, linea k 3 cōmuni exiſtente, per 8 primi erunt æquianguli, poſtea verò quàm angulos eorum apud k ęquales eſſe didicimus ad quatuor triangulos, quibus & dicti anguli cōmunes ſunt, baſes autem quatuor in puncto h confluentes tranſeundum eſt, qui cum bina latera, quatuor dictos ęquales angulos ambientia, habeant æqualia per diffinitionem poli, linea k h communi exiſtente, per quartam primi baſes habebunt æquales. à puncto igitur h plures quàm duæ lineæ æquales exeunt ad circumferentiam circuli a b g d: quare per 9 tertij h centrum erit circuli prædicti, & ipſum eſt in linea k h indeterminata, in qua cum habeatur etiam centrum ſphæræ, concludimus per præmiſſam reliquum quatuor punctorum videlicet polum l in ea reperiri. Ponantur demum duo puncta, k polus & h centrum circuli minoris in linea k h, erit itaq; per 4 huius linea k h perpendicularis ad ſuperficiem circuli a b g d, quare per tertiam & quintam huius reliqua duo puncta, centrū videlicet ſphęræ & polus l in linea k h indefinita reperientur. Quòd ſi duos polos k & l in linea k l ſtatuerimus, concluſionem noſtram probaturi quatuor puncta a b g d ipſi polo l per lineas ſuas, quemadmodum figura docet, connectemus. quæ cum ſint æquales diffinitione poli id exigente, ſimiliter & quatuor lineæ polares à polo k deriuatæ, ſibi inuicem æquentur, linea k l cōmuni exiſtente quatuor triangulis a k l, b k l, g k l, & d k l, erunt quatuor eorum anguli apud polum k æquales, Rurſus propter angulos huiuſmodi æquales, lineasq; polares ſuperiores ęquales, linea k h communi aſſumpta, ex quarta primi quatuor baſes a h, b h, g h & d h æquales conuincemus. per 9 igitur tertij h centrū erit circuli a b g d: vnde & per ſupradicta centrum ſphæræ in ipſa linea k l neceſſariò reperietur. Poſtremò in linea 3 h, quemadmodum ex præmiſſa trahitur, neceſſariò reperiuntur duo poli circuli a b g, ſed in linea 3 l continebitur, & centrū circuli h & polus eius k, quod non aliter, quàm de linea k 3 confirmandum erit. ſimiliter quod circa lineā k h diximus, lineæ quoq; l h attribuemus. Ex quatuor autem ſæpedictis punctis non niſi ſex eliciuntur combinationes quas enumerauimus, verum igitur eſt quod propoſuimus.

IX.

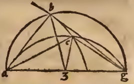
Circulum in eadem ſui parte duos habere polos eſt impoſsibile.

Quilibet circulus ex ſphæra ipſum continente duas ſcindit partes, quarum

rum a b & b g polarium potentialiter ſubdupla eſt diametro ſphæræ, & æqualis lateri quadrati,magno circulo ipſius ſphæræ inſcriptibilis.Erit enim per 4 huius vnuſquiſq; quatuor angulorum apud 3 rectus,quatuor itaq; trianguli quibus vertex communis eſt punctus 3, bina latera habentes æqualia, ſemidiametros ſcilicet ſphæræ,per 4 primi baſes habebunt æquales. vnuſquiſque autem angulorum totaliū,qui apud puncta a b g d ſunt, rectus declaratur ex 30 tertij.per diffinitionem igitur a b g d quadratum eſt, inſcriptum quidem circulo maiori a b g d:ſicq; ſecunda pars theorematis oſtenſa eſt, vnde & per penultimam primi confirmabimus primam partem.Corollarium autem nemo dubitabit,poſtquàm ex 28 tertij quatuor chordas æquales,coſtas ſcilicet quadrati prædicti,quatuor arcus æquales abſcindere declarabimus.

XII.

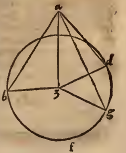
Si ab aliquo puncto ſuperficiei ſphæræ duo quadrantes duarum circumferentiarum magnarum egredientes,ad eundem arcum circuli magni terminentur,punctus ille erit polus circuli,ad cuius arcum dicti quadrantes terminantur.



Sit punctus a in ſuperficie ſphæræ ſignatus,à quo egrediantur duo quadrantes circumferētiarum magnarum angulariter coniuncti, qui ſint a b & a c, & terminentur ad arcum circuli magni b c. Dico, quòd a ſit polus circuli magni, cuius erat arcus ille b c. Producam enim per centrum ſphæræ 3 diametrū a 3 g,complendo duas ſemicircumferētias magnas a b g & a c g.item binas chordas duorum quadrantū dictorum & duorum quadrantum reſiduorū, qui ſunt g b & g c.duas poſtremò ſemidiametros circuli b c,quæ ſint 3 b,& 3 c.Quoniā igitur duo trianguli a 3 c & c 3 g bina latera habent ęqualia,duasq; baſes ſuas a c & c g per præcedentem ęquales,erunt per 8 primi duo eorū anguli apud 3 ęquales:quare duę lineæ a 3 & 3 c perpendiculariter ſibi inuicē inſiſtunt.Non aliter declarabitur lineam a 3 perpendiculariter inſiſtere lineæ 3 b.per 4 igitur vndecimi linea a 3 perpendiculariter incidit ſuperficiei cōplectenti duas lineas 3 b & 3 c, quæ quidē ſuperficies eſt ipſe circulus magnus, quem ſupra notauimus, & ideo per 5 huius punctus a erit polus circuli b c,quod erat demonſtrandum.

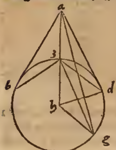
XIII.

Si à puncto ſuperficiei ſphæricæ ad circumferentiam circuli cuiuſcunq; in ſphæra ſignati,plures quàm duæ æquales rectæ lineę deſcenderint,punctus ille dicti circuli polus habebitur.



Sit punctus a in ſuperficie ſphærica notatus, à quo ad circumferentiam circuli b g d plures quàm duæ æquales rectæ lineæ deſcendant, quæ ſint verbi gratia tres a b,a g & a d. Dico, quòd a ſit polus circuli b g d.Demittatur enim ab a puncto ad ſuperficiem circuli b g d,per 11 vndecimi perpendicularis a 3, cuius pedi puncto ſcilicet 3 tria puncta b g d copulabimus per tres lineas 3 b,3 g & 3 d, claudendo tres angulos a 3 b,a 3 g & a 3 d, quorum angulos apud 3 punctum rectos eſſe oportet, conuerſa diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiem. cum itaq; tres lineæ æquales ad circum-

ferentiam circuli deſcendentes, illos rectos ſubtendant angulos, per penultimam primi & communes ſcientias linea a 3 communi exiſtente, tribus dictis triangulis tres lineæ 3 b, 3 g & 3 d ęquales habebuntur: quare per 9 tertij 3 erit centrum circuli b g d, & ideo per 5 huius punctum a eſſe polum circuli b g d confiteberis, quod libuit attingere. Aſſumpſimus autem in hoc proceſſu punctum 3 cadere intra circulum cuius rei certitudinē accipies hoc pacto. Non enim poteſt punctus 3 eſſe in circumferentia circuli, ſi enim ita fuerit ſententia quidem aduerſarij, à centro circuli, quod ſit h, in nulla linearum 3 b, 3 g & 3 d exiſtente, ducantur tres ſemidiametri h 3, h g & h d, erit itaq; per octauam primi angulus 3 h d æqualis angulo 3 h g, pars toti, quod eſt impoſsibile. Simile incōueniens concludemus aduerſario putanti punctum 3 extra circulum cadere, huiuſmodi autem impoſsibilibus interemptis, reliquum eſt, vt punctus 3 in ſuperficie circuli b g d reperiatur.



XIIII.

Omnes duæ ſuperficies planæ in puncto uno communicantes, in linea quoq; recta per punctum ipſum incedente, ſi indefinitæ extendantur communicabunt, hæc autem linea communis earum ſectio habebitur.



Sit punctus a communis duabus planis ſuperficiebus. Dico, quòd ipſæ ſuperficies, ſi indefinitæ extendantur, in linea per a punctū tranſeunte, communicabunt, & in ea linea ſe interſecabūt. Intelligatur enim tertia ſuperficies plana duas prædictas in puncto a communi ſecans, fiatq; ſectio communis ſuperficiei tertiæ cum altera propoſitarum, linea recta b a g per 3 vndecimi, quę ſi fuerit, etiam in reliqua conſtabit prima pars theorematis. Si verò non ſit communis ſectio huius tertię ſuperficiei, & reliquæ duarum propoſitarum linea d a h, educaturq; à puncto a in ſuperficie tertia linea a k, argumento igitur 13 primi duo anguli d a k & k a h duobus rectis ęquiualent. ſimiliter duo anguli b a k & k a g duos valent rectos, quare duo recti minores erunt duobus rectis, quod eſt impoſsibile, quo interempto, primam propoſitionis partem aſtruemus. Similiter probabimus, quòd duæ ſuperficies illæ in linea communi prædicta ſe interſecabunt. Si enim non interſecent ſe in ea, intelligatur tertia ſuperficies ſecans prædictas duas, non quidem in linea communi iam dicta, ſed in alia. ſecet autem & hæc tertia ſuperficies lineam in qua cōmunicant duæ propoſitæ ſuperficies in puncto a, à quo educatur linea a k in ſuperficie tertia, quo facto, duos angulos rectos duobus angulis rectis minores eſſe concludemus, quod eſt impoſsibile. Non poſſunt igitur duæ propoſitæ ſuperficies non cōmunicare in linea recta, & in ea ſe interſecare, quod erat lucubrandum.

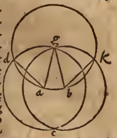
XV.

Per duo puncta in ſuperficie ſphæræ ſignata, circulum magnum producere.

In ſuperficie ſphæræ notentur duo puncta a & b, per quæ ſi producendum

veli-

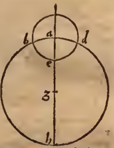
velis circulum magnum ſuper puncto a tanquam polo,ſecundum quantitatem coſtæ quadrati magno circulo ſphæræ inſcriptibilis, quæ ſit a d, deſcribe circulum e d g,ſecundum eandem quoq; quantitatem,ſcilicet ſecundum lineam d b k,æqualem ipſi a d ſuper polo b circulum e g k deſcribas,hos duos circulos ſe inuicem ſecare ex præmiſſa liquet,quòd centrū ſphæræ commune habeant. ſecent igitur ſe circumferentię eorum in punctis e & g,quorum alterum videlicet g duobus punctis a & b copulabo per lineas a g & b g,quas neceſſe eſt eſſe ęquales,& vtranq; earum ęqualem eſſe lineæ a d aut b k coſtæ ſcilicet quadrati magni, duę enim polares lineæ a d & a g æquales ſunt,ponebatur autem b k ęqualis ipſi a d,quare & a g æquabitur lineæ b k,cui etiam b k æqualis exiſtit:ſunt enim b g & b k lineę polares,ab eodem polo vnius circuli deſcendentes, circulus igitur deſcriptus ſuper g puncto tanquam polo,tranſibit per vtrunq; punctorū a & b,magnus aūt erit per 8 huius,quòd linea polaris ſua g a æqualis ſit coſtæ quadrati magni. Quo igitur pacto propoſitum efficere oporteat,ſatis oſtendimus.



XVI.

Circulus magnus per unum polum alterius circuli incedens, per reliquum quoq; tranſibit polum.

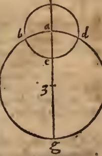
Circulus magnus a b g d per polum a circuli b e d tranſeat.Dico,quòd tranſibit etiam per reliquū eius polum.Continuemus enim polum a cum centro 3 circuli magni prædicti, quod & ſphæræ ipſi cōmune eſt per lineam a 3, quæ producta amplius, donec ſuperficiei occurret ſphæricę per 4 aut 7 huius,reliquum polum circuli b e d offendet, qui ſit h.Si itaq; linea 3 h pars ſcilicet lineæ a h fuerit in ſuperficie circuli magni a b g d, verū enūciabat propoſitio:ſi verò nō,lineę rectæ a h pars erit in plano & pars in ſublimi, quod eſt impoſsibile per primā vndecimi.Circulus igitur a b g d,per polū a circuli b e g tranſiens,reliquū eius polū præterire non poterit, quod libuit declarare.



XVII.

Circulus magnus in ſphæra per polum alterius circuli tranſiens, eum per æqualia & orthogonaliter ſecabit.

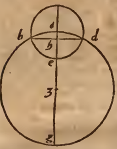
Sit circulus magnus a b g d, cuius centrū 3 tranſiens per polum a circuli b e d. Dico, quòd circulus a b g d ſecabit circulum b e d per æqualia & orthogonaliter. Ducatur enim à polo a ad centrum 3 circuli a b g:quod & ipſi ſphæræ eſt commune: linea a 3, quæ cum ſit in ſuperficie circuli a b g d, & tranſeat per centrum circuli b e d,ex diffinitione quidem circuli magni, ſi b e d circulus magnus fuerit, aut per ſeptimam huius,ſi minor,neceſſe quoq; erit, vt circulus a b g d per centrum circuli b e d tranſeat: quare ſecabit eum per æqualia.Præterea quoniam linea a 3 ex polo a ad centrum circuli b e d deſcendit (ſiue



illic quieſcat,ſiue vltra porrigatur, nihil refert) erit ipſa per quartam huius perpendicularis ad ſuperficiem circuli b e d: quare per 18 vndecimi ſuperficies circuli a b g d per ipſam lineam a 3 incedens, orthogonalis erit ad ſuperficiem circuli b e d, quæ fuere lucubranda.

XVIII.

Si quis in ſphæra circulus alium per æqualia & orthogonaliter ſecuerit, ipſe magnus erit, & per polos eius quem ſecat tranſibit.



Hæc conuertit præmiſſam. Circulus a b g d ſecet circulum b e d per æqualia & orthogonaliter. Dico, quòd circulus a b g d magnus eſt. Sit enim communis eorum ſectio linea b d, quam oportet eſſe diametrum circuli b e d, quemadmodum ex hypotheſi trahitur, cuius punctus h ſit centrum circuli b e d, à puncto autem h in ſuperficie circuli a b g d egrediatur orthogonalis ad diametrum b d, quæ etiam orthogonalis erit ad ſuperficiem circuli b e d, ex diffinitione ſuperficiei orthogonaliter ſupra ſuperficiem erectæ & quarta vndecimi: quare per quintam huius orthogonalis illa tranſibit per polos circuli b e d, vnde & circulus a b g d orthogonalem prędictam continens per polos huiuſmodi incedet. Item per 3 huius ipſa orthogonalis tranſibit per cẽtrum ſphæræ: ſi igitur vtrinq; ad ſuperficiem ſphæræ aut circumferentiam circuli a b g d porrecta fuerit, ipſa erit diameter: ſphæræ quidem per diffinitionem, circuli autem a b g d, quòd per centrum eius tranſeat aut per corollariũ primæ tertij. ſecat enim chordam b d per æqualia & orthogonaliter: per diffinitionem igitur circulus a b g d magnus eſt, quę oportuit explanare.

XIX.

Omnes circuli magni in ſphæra per æqualia ſe inuicem ſecant.

Commune enim omnibus circulis magnis in ſphæra diffinitur cẽtrũ ſphęræ: quicunq; igitur duo circuli in hoc vno puncto participant, & in linea recta punctum ipſum recipiente, tanquam ſectione communi participabunt 12 huius confirmante, hæc autem ſectio communis vtriuſq; circulorum erit diameter, vtrunq; eorum per æqua ſcindens, quare & ipſi per æqua ſe ſcindent, quod noſtra enunciabit concluſio.

XX.

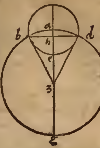
Omnis circulus magnus per polos circuli in ſphæra magni ad quẽ ipſe erectus eſt tranſibit.

Linea nanq; à centro eorum communi (omnes enim circuli magni in centro ſphæræ participant) ad ſectionem communem in altero eorum orthogonaliter egrediens ad reliquum, erit orthogonalis per diffinitionem ſuperficiei ſupra ſuperficiem erectæ & quartam vndecimi: quare per quintam huius ad polos eius perueniet, cumq; ipſa ſuperficiem circuli erecti non egrediatur, neceſſariò ipſe circulus erectus circuli ſubſtrati polos complectetur, & hoc decuit confirmare.

XXI.

Quicunq; circulus magnus alium in ſphęra minorem circulum orthogonaliter ſecat, ipſum quoq; per æqua partietur, & ſi per æqualia ſcindet,

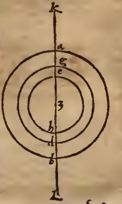
ſcindet, orthogonaliter eũ ſecabit. Vnde polos circuli minoris præterire non poterit circulus ipſe magnus.



Secet enim circulus magnus a b g d, cuius centrũ 3 circulum minorem b e d orthogonaliter ſecundum lineam b d. Dico, quòd ſecabit eum per æqualia, quem ſi per æquá ſecuerit, orthogonaliter quoq; ſecuiſſe prædicabo. Diuiſa enim ſectione communi b d per æqualia in puncto h, ducatur à centro ſphæræ circuli magni a b g d, quod eſt 3, ad punctum h linea 3 h, quæ ex diffinitione ſphæræ & octaua primi ductis duabus ſemidiametris 3 b & 3 d, perpendicularis erit ad ſectionem communem b d: quare per diffinitionem ſuperficiei erectæ ad ſuperficiem & quartam vndecimi linea 3 h orthogonalis erit ad ſuperficiem circuli b e d, & ideo per corollarium primæ huius punctus h erit centrum circuli b e d, & linea b d diameter eius: quæ cum ſecet circulum b e d per æqualia, eundem quoq; circulus a b g d ſecabit per æqualia, quod aſſeruit prima pars theorematis. Secet deniq; eum per æqualia, linea d b diametro circuli minoris exiſtente, in qua punctus h centrum eius accipiatur, quod cum centro 3 circuli magni & ſphæræ ipſius copulabimus per lineam 3 h, quam ex ſecunda huius perpendicularem eſſe oportet ad ſuperficiem circuli b e d: quare & per 18 vndecimi ſuperficies circuli a b g d ad ipſam orthogonalis erit. Circulus igitur a b g d circulum b e d orthogonaliter ſecabit, quod erat exponendum. Neceſſe autẽ eſt, ex vtraq; hypotheſi & eis quæ in proceſſu præſenti recitauimus, lineam 3 h vtrinq; ſuperficiei ſphæricę occurrentem circuli b e d polos inuenire, cumq; ipſa ſuperficiem circuli a b g d egredi non poſſit, ipſe circulus a b g d maior polos circuli minoris non præteribit, quod pollicebatur corollarium.

XXII.

Omnes circuli in ſphæra, quibus communes duo poli ſibi inuicem æquediſtant: & ſi fuerint æquediſtantes quotlibet circuli, duos polos habebunt communes. Vnde patet, quotlibet circulorum in ſphæra æquediſtantium centra cum polis ſuis in una reperiri linea recta.

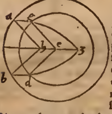


Sint tres aut plures circuli quotlibet a b g d, & e h in ſphæra vna, quibus duo poli k & l communes exiſtant. Dico, quòd ipſi inter ſe æquediſtabunt, qui ſi ponantur æquediſtantes in polis duobus communicabunt. Continuabo enim duos polos k & l per lineam k l, quæ per 7 huius tranſibit per centrum ſphęræ, centraq; omnium circulorum æquediſtantium: quare per quartam huius vniuerſis circulis orthogonaliter incidet, & ideo per 14 vndecimi circuli dicti inter ſe ęquediſtabunt, quod enunciabat prima pars theorematis noſtri. Sed ponamus eos ęquediſtantes, producamusq; à cẽtro ſphęrę ad centrum vnius eorum lineam rectam, quę

per 2 eius perpendicularis erit ad ſuperficiem circuli,ad cuius centrũ ipſa producitur. Hæc autem linea vtrinq; ad ſuperficiem ſphæræ extenſa, reliquis omnibus circulis æquediſtantibus perpẽdiculariter incidet ex hypotheſi & 14 vndecimi:quare per corollarium primæ huius per centra ſingulorum tranſibit, & ideo ex 5 huius per polos omnium incedet.cumq; polos in ſuperficie ſphæræ duntaxat ſignare ſoleamus,ipſa autem ſæpedicta linea in ſuperficie ſphęrę duo tantùm offendit puncta,conſtat puncta huiuſmodi eſſe polos omnibus circulis æquediſtantibus cõmunes,quod aſſerebat ſecunda pars propoſitionis. Corollarium autem huius ex corollario primæ,& 7 huius confirmabitur.

XXIII.

Omnes duo circuli magni ex circulis in ſphæra æquediſtantibus, per quorum polos incedunt,arcus abſumunt ſimiles.

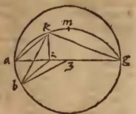


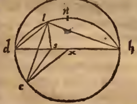
Sint duo circuli ęquediſtantes a b & g d in ſphęra vna,communem ex præcedenti habentes polum 3,per quem & ſibi oppoſitum polum incedant duo circuli magni,quorum arcus duntaxat in figura hac poſuiſſe ſatis eſt,qui ſint 3 a & 3 g,ſecantes circumferentias circulorum æquediſtantium , circuli quidem a b in punctis a & b, circuli verò d g in punctis g & d. Dico,quòd duo arcus a b & g d ſint ſimiles. Egrediatur enim à polo 3 ad polum ſibi oppoſitum linea recta, quam conſtat eſſe communem ſectionem duorum circulorum magnorum in qua neceſſe eſt reperiri duo centra circulorum a b & g d ex corollario præcedentis.ſit igitur h centrum circuli a b, & e centrum circuli g d, à quibus binæ educantur ſemidiametri ad quatuor puncta ſectionum,quæ ſint h a,& h b quidem circuli a b,e g autem & e d circuli g d. oportet autem has ſemidiametros eſſe in communibus ſectionibus duorum circulorum magnorum,& ipſorum æquediſtantium,quòd puncta eas terminantia in vtriſq; circulis exiſtant. Quoniam itaque circulus a g 3 ſecat duos circulos æquediſtantes a b & g d,erunt per 15 vndecimi duę lineæ a h & g e ſectionis communis æquediſtantes, ſimiliter duæ lineæ b h & d e æquediſtabunt.duæ igitur lineæ a h & b h angulariter coniunctæ æquediſtant duabus g e & d e angulariter cõiunctis, & ideo per vndecimi angulus a h b,æqualis erit angulo g e d,vtriuſq; ergo eorum ad quatuor rectos vna eſt proportio , quæ quidem, vt ex vltima ſexti trahitur, eſt tanquam vtriuſq; duorum arcuum a b & g d ad ſuam circumferentiam.proportio itaq; arcus a b ad ſuam circumferentiam eſt,vt arcus g d ad ſuam.per diffinitionem igitur duo arcus a b & g d duobus circulis magnis intercepti ſunt ſimiles, quod oportuit explanare.Non aliter procedemus, ſi plures quàm duo æquediſtantes circuli nobis offerantur,niſi quòd media,quibus freti ſumus, quoties res ipſa popoſcerit,ingeminemus.

XXIIII.

Si ſuper duas diametros duorum circulorum æqualium erigantur duæ portiones unius circuli æquales, aut duorum circulorum æqualium,ex ipſis autem portionibus accipiantur duo arcus æquales, quorum uterq; minor ſit dimidio arcu portionis ſuæ, itemq; ex circumferentijs circulorum arcus æquales conterminales quidem arcubus pore

bus portionum acceptis, lineæ rectæ continuantes extrema arcuũ acceptorum æquales erunt, & ſi lineæ ipſæ ſint ęquales, arcus autem portionum æquales, minores tamen dimidijs arcubus ſuarum portionũ, arcus quoq; circulorum æquales erunt.





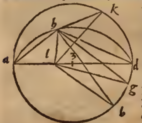
Sint duo circuli a b g & d e h ęquales, à quorum diametris a g & d h exurgant duæ portiones ęquales a k g & d l h vnius circuli, aut duorum circulorum æqualium, orthogonales ad circulos ſubſubiacentes, quarum portionum vertices ſint puncta m & n, diuidentia arcus portionum per æqualia, accipiaturq; ex vna earum arcus a k minor arcu a m, ex reliqua verò d l minor arcu d n, ſed & duo arcus a b & d e circulorum ſubſtratorum æquales ſtatuantur, productas itaq; lineas rectas b k & e l æquales, concludam hac argumentatione. A duobus punctis k & l duas perpendiculares k r & l s, demitto ad ſectiones communes circulorum & portionum, punctaq; b & e pedibus perpendicularium demiſſarum & centris circulorum copulabo, b quidem per lineas b r & b 3, e autem per lineas e s & e x, duasq; chordas k g & l h in portionibus ipſis ponam. Quia itaq; duo arcus a k & d l æquales ſunt, erunt duo anguli k g r & l h s æquales, vterq; autem angulorum apud puncta r & s rectus eſt, latus autem k g trianguli k g r æquatur lateri l h trianguli l h s propter duos arcus k g & l h æquales: quare per 26 primi duo latera reſidua trianguli k g r duobus lateribus reliquis trianguli l h s æqualia erunt, r g quidem ipſi s h & k r lateri l s. demptis ergo circulorum æqualibus ſemidiametris, relinquetur r 3 æqualis ipſi s x, eſt autem b 3 æqualis ipſi e x, ſunt enim ex hypotheſi duo circuli æquales, quorum ipſæ ſemidiametri habentur, angulus autem b 3 r æquatur angulo e x d propter arcus a b & d e, quos hypotheſis æquales ſubiecit, vltima ſexti cooperante: quare per quartam primi baſis b r trianguli b 3 r æquabitur baſi e s trianguli e x s. Cum autem vtraq; linearum k r & l s demiſſa ſit perpendiculariter ad ſectionem communem ſuperficierum, ex diffinitione ſuperficiei ad ſuperficiem erectæ, & quarta vndecimi, erit vtraq; earum perpendicularis ad ſuperficiem circuli ſibi ſubſtrati, & ideo per diffinitionem perpendicularis ad omnem lineam in ſubſtrata ſuperficie ſibi conterminalem. duo igitur anguli b r k & e s l recti ſunt, quos cum circumdent ęqualia latera quemadmodum deductum eſt, erunt per 4 primi duæ lineæ b k & e l rectis angulis oppoſitæ æquales, quod enunciabat theorematis noſtri prima pars. Quod ſi eas lineas ponendo ęquales velimus oſtendere æqualitatem arcuum a b & d e, reliquis vt antehac manentibus, hoc pacto ratiocinabimur, propter duas lineas b k & k r ęquales duabus e l & l s, anguloſq; apud r & s rectos penultima primi & cõmunibus ſcientijs confirmantibus, linea b r æqualis erit lineæ e s, baſis videlicet trianguli b r 3 baſi trianguli e s x, quorum etiam bina latera ſunt æqualia, quemadmodum in priori proceſſu explanauimus: quare per 8 primi duo eorum anguli b 3 r & e x s in centris ſuorum circulorum quieſcentes æquabuntur, & ideo per 26 tertij duos arcus a b & d e æquales eſſe oportebit, quod promittebat ſecunda

pars propoſitionis. Aduertendum tamen, quòd ſi ex erectis portionibus arcus æquales abſumpſerimus, non minores, ſed maiores dimidijs arcubus ſuarum portionũ cæteris vt antea manentibus, eandem per omnia paſsionem demonſtrabimus, ſyllogiſmo etiam non mutato. Præterea ſi erexeris ſemicirculos æquales, idem accidet, verùm ſemicirculis erectis, aut portionibus minoribus ſemicirculo perpendiculares demittendæ occurrent diametris circulorũ ſubſtratorum, forma igitur ſuperioris argumentationis haud mutabitur. Si verò portiones ſemicirculo maiores ſtatuerimus, poſsibile erit ex eis abſcindere arcus æquales adeò paruos, vt perpendiculares ſupradictę non offendant diametros ſubſtratorum circulorum, ſed occurrant eis extra circulos ſuos prolongatis, aut fortaſſe fient diametris conterminales. Poſtremò quod de duobus ſubſtratis circulis diximus, ad vnicum applicare poterimus, ſiue ſupra diametrum eius vnam portionem, ſiue plures erexerimus. Igitur ſecundum hęc variabis parumper figurationem, proceſſum autem demonſtratum, ſi ſupradicta ſatis tenueris, facilè comparabis.

XXV.

Si ex portione ſupra diametrum circuli erecta arcum minorem dimidio arcu portionis abſumpſeris, omnium linearum rectarum ab eius puncto terminali ad circumferentiam circuli ſubſtrati demiſſarũ chorda arcus abſumpti erit breuiſsima: chorda autem reſidui arcus portionis omnium longiſsima, reliquæ uerò, quo breuiſsime ſunt uiciniores, eo ſunt remotioribus breuiores, æqualiter autem à breuiſsima remotæ, æquales habebuntur.

Sit circulus a b g d, ſuper centro 3, cuius diameter a 3 d ſit chorda portionis a h d orthogonaliter inſiſtentis circulo dicto, ſumaturq́ arcus a h minor dimidio arcu portionis, à cuius puncto h ad circumferentiam circuli a b g d demittantur lineæ rectæ, h a quidem chorda arcus h a, & h d chorda arcus reſidui, itemq́ quotlibet aliæ lineæ rectæ, quarum duæ h b & h g inæqualiter à breuiſsima diſtantes, duę verò h b & h k æqualiter ab ea remotæ, demonſtrationi perficiendæ ſufficient. Dico, quòd chorda a h omnium demiſſarum linearum eſt breuiſsima, & chorda d h omnium longiſsima linea autem h b breuior linea h g, quod ſic accipias. A puncto h ad diametrum a d perpendicularis deſcendat h l, cuius pedi puncto ſcilicet l duo puncta b & g cõnectantur per lineas b l & g l, oportet autem punctum l diſtare à centro 3 verſus a punctum: quoniam ex 44 primi huius caſus a l minor eſt caſu l d propter latus a h trianguli a h d, minus latere h d, quod comitatur hypotheſim. puncto igitur l præter centrum circuli a b g d ſignato, erit per 7 tertij linea l a omnium ab eo puncto ad circumferentiam circuli egredientium linearum breuiſsima, l d autem omniũ longiſsima, item l b breuior linea l g. Cum autem h l in ſuperficie alterius duarum ſuperficierum orthogonaliter ſe ſecantium, ſectioni earum communi orthogonaliter inſiſtat, erit ipſa per diffinitionem ſuperficiei ad ſuperficiem erectæ, & quartam vndecimi orthogonalis ad reliquam, & ideo per diffinitionem lineæ erectæ ad ſuperficiem, ipſa erit orthogonalis ad omnem lineam ſibi in reliqua ſuperficie conterminalem: quare omnes anguli, quos ambiunt lineæ à

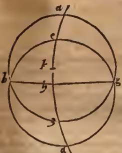


puncto

puncto l egredientes, cum ipſa linea h l recti habebuntur. ſi igitur quatuor triangulos in latere h l communicantes notaueris: quorum reliqua latera ſunt lineæ ab h puncto demiſſæ, & ab l puncto egredientes per penultimam primi & communes animi conceptiones confiteberis lineam h a omnium demiſſarum linearum eſſe breuiſsimam, & h d longiſsimam, h b verò breuiorem lineam h g, & lineã h k æqualem h b, quæ pollicebamur demonſtranda. Huiuſmodi paſsionem demonſtrabimus etiam de ſemicirculo erecto ſupra diametrum circuli, non aliter quàm de portione quam minorem poſuimus ſemicirculo, ſimile præterea accidit portioni maiori ſemicirculo, verùm perpendicularis h l non ſemper reſidebit in diametro circuli ſubſtrati: nam poſsibile eſt abſcindere arcum ex huiuſmodi portione adeò paruum, quòd perpendicularis dicta non occurrat diametro, niſi extra circulum prolongetur, aut fortaſſe concurret cũ ea in termino ſuo, quod cũ euenerit, vtemur & 7 tertij in proceſſu demõſtratiuo, vbi pridem adduximus 7 tertij, reliqua verò omnia prorſus repetemus.

XXVI.

Circulus magnus in ſphæra tranſiens per polos duorum circulorum ſe ſecantium, diuidit arcus ſeparatos eorum per æqualia. & ſi diuiſerit arcus eorum ſeparatos per æqualia, tranſibit per polos eorum, quòd ſi arcus unius eorum per æqua partiatur, per polum alterius eorum tranſeundo, ipſe quoq; arcus ſeparatos reliqui diuidet per æqualia, & per polos amborum incedet.

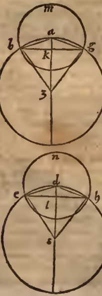


Sint duo circuli in ſphæra a b g & e b g qualeſcunq; ſecantes ſe in punctis b & g, per quorum polos incedat circulus magnus a e 3 d, ſecãs binos arcus ſeparatos circulorum a b g & e b g in punctis a, e, 3 & d. Dico, quòd arcus a b ęqualis eſt arcui a g, & b 3 æqualis g 3. Item duo arcus b e & e g inuicem, duoq; arcus b d & d g ſibi æquales erunt. Polus nanq; circuli a b g ſit k, & polus circuli e d g ſit punctus h, à quo ad duo puncta b & g protrahantur duæ rectæ h b & h g, quas oportet eſſe ęquales, h polo circuli e d g exiſtẽte. Quòniam igitur circulus a e 3 d tranſit per polos amborum circulorum, ipſe ſecabit vtrunq; eorum per æqualia & orthogonaliter ex 17 huius: quare portio a e 3 erigitur ſupra diametrum circuli a b g, ex qua abſcinditur arcus 3 h minor dimidio arcu portionis, à cuius termino h duæ rectæ æquales ad circumferentiam circuli a b g deſcendunt, fit igitur per 24 huius arcus b 3 ęqualis arcui 3 g, cumq; vterq; arcuum a b 3 & a g 3 ſit ſemicircũferentia circuli, quòd circulus a e d tranſiens per polum circuli a b g, ſecet eum per ęqualia, demptis vtrobiq; ęqualibus arcubus, manebit arcus a b æqualis arcui a g. Non aliter oſtendemus arcum e b æqualem eſſe arcui e g, ſi portionem e h d ſupra diametrum circuli e b g erectam eſſe intellexerimus, erit enim arcus e k minor dimidio arcu portionis ſuæ, lineæq; à puncto k ad duo puncta b & g demiſſæ, æquales probabuntur, k polo circuli a b g exiſtente. Hinc etiam reliqui duo arcus b d & d g æquales oſtendentur, primæ igitur parti theorematis aſſentire compellimur, ſed pone circulum a e 3 d diuidere arcus ſeparatos eorum per æqualia in punctis a e 3 & d. Dico, quòd tranſibit per polos eorum. Si enim non, tranſeat alius circulus magnus per polos eorum, quod quidem poſsibile

eſt per 16 & huius, qui per iam demonſtrata tranſibit etiam per quatuor pũcta a, e 3 & d. ſecabunt ergo ſe duo circuli magni in ſphęra in iſtis quatuor pũctis: quare per 19 huius vnuſquiſq; arcuum a e, a 3, e 3 & e d erit ſemicircumferentia, omnes autẽ ſemicircũferentię vnius circuli ęquales perhibentur, pars igitur ęqualis erit toti, quod eſt impoſsibile. Nõ poteſt ergo circulus alius trãſire per polos huiuſmodi niſi ille, qui dicta quatuor puncta tranſcurrit. Cum itaq; per omnia duo pũcta in ſuperficie ſphęrę ſignata tranſire poſsit circulus magnus, vt ex 15 huius didicimus, & non poteſt tranſire per duos polos k & h alius circulus prętér eum, qui per quatuor puncta a, e, 3, d incedit, manifeſtũ eſt, quòd circulus magnus per quatuor dicta puncta tranſiens, duos polos pręterire nõ poterit, qui tandem ex 16 huius per reliquos duos polos incedere cogitur, & illud proponebat pars ſecunda. Poſtremò ſi circulus a e 3 d ſecuerit, verbi gratia, arcum b a g per mediũ in puncto a, & tranſierit per polos alterius ſe ſecantium circulorum. Dico, quòd ſecabit & reliquũ per ęqualia per polos amborũ tranſeundo. Si enim non, ſecet eos alius quiſpiam per ęqualia, aut tranſeat per polos eorum, ille igitur per polos amborum incedens, ſecabit arcus ſeparatos eorum per ęqualia, communicabunt itaq; duę circumferentiæ circulorum magnorum in tribus punctis, videlicet duobus polis alterius eorum & puncto a, eritq; vnuſquiſq; arcuum inter duo quælibet puncta comprehenſus, ſemicircumferentia per 19 huius, vnde ſequitur partem ſuo toti ęqualem eſſe, quod eſt impoſsibile. Nõ igitur ſtabit hęc hypotheſis, niſi circulus ille tranſeat per polos amborũ, & ſecet vtriuſq; arcus ſeparatos per ęqualia, quę fuêre demonſtranda.

XXVII.

Omnes circuli ſecundum æquales lineas polares deſcripti in ſphæra una, aut diuerſis æqualibus tamen, æquales exiſtunt. & ſi circuli æquales fuerint, lineas eorum polares æquari neceſſe eſt.

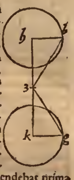


Si lineæ polares lateri quadrati magni æquales habeantur, conſtabit per 8 huius & diffinitionem: omnes circulos & magnos & æquales inuicem eſſe. Sed ponamus eas minores aut maiores huiuſmodi latere quadrati magni, ſintq; a g & d h ſecũdum quas duo circuli b m g & e n h in ſphæra vna, aut diuerſis æqualibus tamen deſcribantur, quos dico eſſe ęquales. Tranſeant enim per polos eorum qui ſint a & d duo circuli magni a b g, cuius centrũ 3, & d e h ſuper centro s, qui per 15 huius ſecabũt deſcriptos circulos per æqualia & orthogonaliter, ſintq; cõmunes ſectiones lineæ b g & e h, deſcendant demum à polis a & d aliæ duę polares lineę a b & d e prædictis duabus æquales, à centris autem circulorum binæ egrediantur ſemidiametri 3 b & g 3 circuli a b g, s e autem & s h circuli d e h, erit igitur ex hypotheſi & 26 tertij arcus a g æqualis arcui d h, itemq; arcus a b æqualis arcui d e, quare per communem ſcientiam totus arcus b g toti arcui e h æqualis habebitur, & ideo per 29 tertij chorda b g, quę eſt etiam diameter circuli b g m ęqualis erit chordę e h, quę eſt diameter circuli e h: quare per diffinitionẽ circulorũ ęqualium patebit prima pars theorematis, Conuertendo autem

autem proceſſum iam recitatum, facilè concludemus ęqualitatem linearũ polarium, ſi prius circulos ipſos ſubiecerimus ęquales, erunt enim duę eorũ diametri b g & e h ęquales per conuerſionem diffinitionis circulorũ ęqualium, vnde & per 28 tertij arcus b g & e h, quorum ipſæ ſunt chordæ, ęquales inuenientur: quare per cõmunem ſcientiam arcus eorum dimidij a g ſcilicet & d h non erunt inęquales, & ideo per 29 tertij chordę ſuę a g & d, quæ & polares lineę ſunt, ęquales demõſtrabuntur. vtranque igitur theorematis partem firmauimus, quod quidem ſtudioſus expectabat diſcipulus.

XXVIII.

Omnes minores circuli æquales à centro ſphæræ eos continentis æqualiter diſtant, & ſi ab eo centro æqualiter diſtiterint circuli minores quotlibet, ipſos æquales eſſe conuincemus.



Sint duo circuli minores a b & g d, aut plures quotlibet in ſphęra ęquales. Dico, quòd ipſi ęqualiter diſtent à cẽtro ſphærę, qui ſi fuerint ęquediſtantes à centro ſphęrę, ęquales neceſſario habebuntur. Primam partem ſic confirmabimus. A centro ſphęrę quod ſit 3 ad centra duorum circulorum h & k educantur duę lineę 3 h & 3 k, duęque ſemidiametri ſphęræ 3 b & 3 g, quarum duos terminos cõnectemus per lineas h b & k g, eritque per 2 huius vtraque linearum 3 h & 3 k perpendicularis ad ſuperficiem circuli cui incidit, & ideo per diffinitionem perpendicularis ad ſemidiametrum ſibi cõterminalem: quare vterque angulorum 3 h b & 3 k g rectus habetur. oportet autem & ſemidiametros h b & k g eſſe ęquales propter circulos eorũ, quos hypotheſis ęquales tradidit: per penultimam igitur primi & communes ſcientias erit 3 h linea ęqualis 3 k, vnde & per diffinitionem circuli dicti æqualiter à centro ſphęrę diſtabunt, quod intendebat prima pars propoſitionis. Sed ponantur duo circuli prædicti ęqualiter diſtãtes à centro ſphęrę, quamobrem oportebit duas lineas 3 h & 3 k eſſe ęquales, vnde ex medijs pręaſſumptis duas ſemidiametros h b & k g ęquales eſſe cõſtabit. diametris ergo circulorũ æqualibus exiſtentibus, ipſi circuli per diffinitionẽ circulorum ęqualium ęquales habebuntur, quod aſſeruit ſecunda pars theorematis. Poterimus autem & has mutuas paſsiones demõſtrare de circulis diuerſarum ſphærarum æqualium tamen, non aliter quàm de circulis vnius ſphæræ.

XIX.

Si duos circulos minores in ſphæra æquales & æquediſtantes, circulus quidam ſecet magnus per polos eorum non tranſiens, arcus ex eis coalternos abſcindet æquales. circulus præterea magnus duobus prædictis æquediſtans, arcus circuli inclinati interceptos duobus circulis æquediſtantibus minoribus per æqualia ſecabit.

Ex duobus circulis minoribus a l p & g n q in ſphæra vna æqualibus & æquediſtantibus, circulus magnus l b o d per polos eorum non incedens, ſecet arcus coalternos l a m & n g o, quibus quidem circulis æquediſtet circulus magnus b x d, ſecans duos arcus l n & m o circuli l b o d in duobus punctis b & d. Dico, quòd arcus l a m æqualis eſt arcui n g o, & arcus l p m arcui n q o æqualis, & quòd circulus magnus b x d æquediſtans duobus minoribus, duos arcus l n & m o per æqua ſcindet in punctis b & d. Duos enim polos per 22 huius communes eſſe oportet, tribus dictis circulis æquedi-

rentias, erit igitur omnium angulorum ad quatuor rectos vna proportio, per 7 ergo quinti anguli ipſi æquales erunt, quod oportuit declarare.

XXXII.

Omnium angulorum æqualium baſes inueniri ſimiles.

Aequalium nanque angulorum ad quatuor rectos eandem conſtat eſſe proportionem, quæ idem per 30 huius eſt, vt baſium ad ſuas circumferentias. baſium igitur huiuſmodi angulorum ad ſuas circumferentias eadem habetur proportio, quare per diffinitionem ſimilium arcuum baſes ipſæ ſimiles conuincentur, quod eſt propoſitum.

XXXIII.

Quorum diſsimiles ſunt baſes, angulos inæquales eſſe, angulorum quoque inæqualium diſsimiles reperiri baſes.

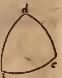
Hæc ex contrario ſubiecti præmiſſæ & antepræmiſſæ contrariũ infert paſſionum ſuarum aduerſarium ducendo ad impoſsibile. Si enim baſes diſsimiles admiſerit, angulos autem æquales, erunt ex præmiſſa baſes ſimiles, igitur ſimiles & diſsimiles eſſe confitebitur eaſdem baſes, quod eſt inconueniens. Quòd ſi angulis inæqualibus exiſtentibus baſes putauerit ſimiles, ſequitur ex antepræmiſſa & angulos eſſe æquales. quare eoſdem angulos æquales inuicem & inæquales affirmabit, quod, quoniam repugnantiam parturit, eſſe non poteſt. Deſtructis autem impoſsibilibus, veritatem propoſitionis inferemus.

XXXIIII.

Iuxta punctum quodlibet in ſuperficie ſphæræ ſignatum, angulo propoſito æquum angulum ſtatuere.



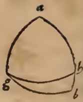
Sit angulus propoſitus b a g, cui iuxta punctum d in ſphæra quacunque æqualem conſtituere libet. Angulo b a g ſubſterno baſim ſuã b g, deinde ſuper puncto d ſecundũ diſtantiam quantamlibet deſcribo circulum, ex cuius circumferentia abſcindo arcum e 3 ſimilem arcui b g, quod per 23 primi & vltimam ſexti facilè comparabis, duoque puncta eius terminalia e & 3 puncto d per duos arcus circulorum magnorum copulabo, qui ſint d e & d 3, quos dico apud punctum d continere angulum æqualem angulo b a g, cuius ratio propter ſimilitudinem duarum baſium b g & e 3 ex 31 huius manifeſta apparet. Facilius tamen id efficies in ſphæra vna, aut diuerſis æqualibus tamen. Super puncto enim d ſecundum diſtantiam a b circumduces circulum, ex cuius circumferentia arcum e 3 abſcindes æqualem arcui b g, reliqua vt antehac diſponendo. Erunt enim duo circuli, ex quarum circumferentijs baſes abſcindũtur, per 27 huius æquales. cumque baſes ipſæ ſint æquales, erunt etiam ſimiles, per 31 igitur huius ſyllogiſmum conficies.

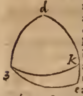


XXXV.

Omnium duorum triangulorum ſphæralium, quorum cuncta latera unius cunctis lateribus alterius æqualia ſunt, omnes angulos æquis oppoſitos lateribus æquales eſſe.

Omnes trianguli, de quibus futurum habebimus ſermonem, in ſuperficie vnius ſphæræ, aut duarum vel plurium æqualium tamen, ex arcubus circulorum magnorum conſtantes intelligemus. Sint itaque duo trianguli a b g, & d e 3, quorum trina latera ſunt æqualia, latus quidem b g vnius lateri e 3 alte-

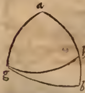




rius,& reliqua reliquis. Dico, quòd anguli æqualibus oppoſiti lateribus ſunt æquales, angulus videlicet a angulo d, & reliqui ſuis relatiuis. Si enim vtriqꝫ arcuū angulos a & d ambientium fuerint quadrātes, erunt duo puncta a & d poli circulorum b g & e 3 per 12 huius, quare per 31 huius duo anguli a & d æquales erunt, quòd baſes eorū ſint ſimiles, imò ęquales. Si verò bini arcus dictos angulos continentes fuerint æquales, minores tamen quadrante diuiſim, deſcriptis duobus circulis ſuper polis a & d ſecundum diſtantias æquales a g & e 3, circuli ipſi æquales erunt per 27 huius, arcus autem eorum ad bina puncta b g & e 3 terminati (neceſſe enim eſt eos ad puncta dicta terminari propter æqualitatem binorum arcuum à punctis a & d deſcendentium) arcus inquā illi ęquales erunt, quoniam habebunt chordas ęquales, propter arcus b g & e 3 eis cōterminales, quos quidem hypotheſis ſubiecit æquales, quare per 21 huius anguli à & d æquales habebuntur. Quod ſi bini arcus, qui ambiunt duos angulos a & d, inæquales fuerint, ſint minores eorum duo arcus a g & d 3, ſuperqꝫ punctis a & d factis polis ſecundum diſtantias æquales a g & d 3 deſcribantur circuli g h & 3 k, quos conſtat eſſe æquales per 27 huius, ſupra quorum diametros erectæ ſunt duæ portiones æquales, ex quibus quidem portionibus accepti ſunt duo arcus h b & k e ęquales, quorum vterqꝫ minor eſt dimidio arcu portionis ſuę. b g autem recta linea, ſi producta fuerit, ęqualis eſt ipſi e 3 propter arcus b g & e 3 æquales, erit igitur per 24 huius arcus g h ęqualis arcui 3 k: illi autē duo arcus, cum ſint baſes duorum angulorum a & d, per 31 huius angulos ſuos afferent ęquales. Quemadmodum autem circa angulos a & d proceſſimus, circa reliquos quoqꝫ faciemus, & hęc inſtituimus declarāda.

XXXVI.

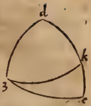
Omnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius ſunt æqualia, angulusqꝫ unius dictis lateribus contentus angulo alterius, baſis quoqꝫ unius baſim alterius æquabit, reliqui demum anguli unius reliquis angulis alterius, quiſqꝫ uidelicet ſuo relatiuo æquabuntur.



Trianguli a b g latus a b lateri d e triāguli d e 3 æquale habeatur, latus verò a g æquale lateri d 3, & angulus a æqualis angulo d. Dico, quòd latus b g lateri e 3 æquabitur. angulus etiam b angulo e, & angulus g angulo 3 æquabuntur. Si enim vtrunqꝫ laterum a b & a g fuerit quadrans circumferentiæ, ſimiliter vtrunqꝫ laterum d e & d 3, erunt duo puncta a & d poli circulorum b g & e 3 per 12 huius, cumqꝫ poſiti ſint anguli a & d æquales, erunt per 32 huius baſes eorum ſimiles, arcus ſcilicet b g & e 3, & ideo æquales, quòd circuli eorum æquales habeantur. Si verò bini arcus, qui duos angulos a & d ambiunt, inter ſe fuerint æquales, non tamen quartæ circulorum, neceſſe eſt circulos deſcriptos ſuper polis a & d ſecundum diſtantias a g & d 3 tranſire per puncta b & e, eruntqꝫ ex hypotheſi & 32 huius arcus horum circulorum, quos latera triangulorum intercipiunt ſimiles, & ideo æquales, quòd circuli eorum 27 huius confirmante æquales habeantur. vnde etiam eorum chordas æquari oportet, quæ quidem chordę arcubus b g & e 3 lateribus ſcilicet triangulorum pro-

poſitorum

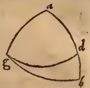
poſitorum cõmunes ſunt: quare & arcus ipſi ęquales erũt. Poſtremò duorum arcuum a b & a g alter altero maior ſit arcus, verbi gratia, a b maior arcu a g, itemq́ d e maior d 3, deſcribantur itaq; ſuper duobus polis a & d, ſecũdum diſtãtias ęquales a g & d 3 circuli g h & 3 k, quos 27 huius ęquales arguit, ex portionibus autem æqualibus ſupra diametros eorum erectis duo arcus h b & k e abſumũtur ęquales, quorum vterq; minor eſt dimidio arcu portionis ſuæ, eſt autem arcus g h ſimilis arcui 3 k ex hypotheſi & 32 huius, & ideo æqualis eidem, quòd circuli ſui æquales exiſtant: quare per 24 huius linea b g, ſi producta fuerit, æquabitur lineæ e 3, vnde & arcus b g & e 3, quorum ipſæ ſunt chordæ, æquales reperientur. Tres igitur arcus triangulum a b g claudentes, tribus triangulum d e 3 ambientibus, ęquales habentur, angulusq; a vnius angulo d alterius ęqualis, vnde & per pręcedentem reliquos angulos vnius reliquis duobus angulis alterius æquales videri neceſſe eſt, pro quibus hactenus fatigati ſumus.



XXXVII.

Omnis trianguli duo quælibet latera tertio reliquo ſunt longiora.

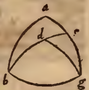
Duo latera a g & g b trianguli a b g collecta dico eſſe longiora latere a b. Si enim latus a g ęquale fuerit lateri a b, aut longius eo, planum eſt duo latera a g & g b congregata ſuperare latus a b. Si verò minus eo fuerit ſecundum diſtantiam a g, ſuper polo a deſcribatur circulus, cuius arcus g d latus trianguli a b offendat in pũcto d. Supra diametrũ itaq; circuli g d erecta eſt portio circuli, ex qua ſumptus eſt arcus d b minor dimidio arcu portionis ſuæ: quare per 25 huius linea b d recta, ſi producta fuerit, breuior eſt linea b g, vnde & arcus b d breuior arcu b g. adiectis igitur vtrobiq; æqualibus a g & a d arcubus, erit per communem ſcientiam aggregatum ex duobus arcubus a g, g b maius aggregato ex duobus arcubus a d, d b ſcilicet arcu a d, quod libuit abſoluere. Non aliter de duobus reliquis quibuſcunq; ad tertium collatis procedemus.



XXXVIII.

Si à duobus punctis terminalibus unius lateris trianguli duo arcus exierint, intra angulum ipſum concurrentes, erunt ipſi collecti minores duobus reliquis trianguli lateribus.

A duobus punctis b & g terminantibus latus b g trianguli a b g exeant duo arcus b d & g d, intra triangulum confluentes in puncto d. Dico, quòd duo arcus b d, d g congregati, minores ſunt duobus arcubus a b & a g coniunctis. Protendatur enim arcus g d in e punctum lateris a b, eruntq́ per præcedentem duo arcus g a, a e longiores arcu g e: quare adiecto communi e b fient duo arcus g a, a b longiores duobus g e & e b. item duo arcus d e, e b longiores ſunt arcu d b: facto igitur d g communi, erunt duo arcus g e, e b longiores duobus g d, d b, ſed erant duo arcus g a, a b longiores duobus g e, e b, multo igitur longiores habebuntur duobus arcubus g d & d b coniunctis: vnde & illi viceuerſa minores iſtis, quod voluimus pertractare. Conſtat autem ex dictis, quòd ſi ab aliquo puncto terminali lateris trianguli



arcus, producatur latus ſibi oppoſitum ſecans, erunt duo arcus ſcilicet producti, & ex latere trianguli reſectus minores duobus trianguli lateribus.

XXXIX.

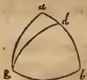
Cuiuslibet trianguli ſphæralis tria latera duobus ſemicirculis eſſe minora.



Producantur duo latera a b & a c vt concurrant in d. erit itaque b c minor duobus arcubus b d & c d, adiectis itaque cõmunibus a b & a c, tres arcus a b, a c & b minores erunt duobus ſemicirculis a b d & a c d.

XL.

Cuiuslibet trianguli duos æquales angulos habentis, duo quoque latera eos reſpicientia æquari neceſſe eſt.



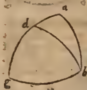
Habeat nanque triangulus a b g duos angulos b & g æquales. Dico, quòd latus a b æquabitur lateri a g. Si enim non, alterum altero maius erit, ſitque a g longius ipſo a b ex quo abſcindam arcum g d æqualem arcui a b producendo arcum b d. Duo itaque trianguli a b g & b g d bina latera babent æqualia, anguloſque hiſce contentos lateribus æquales, angulum videlicet a b g æqualem angulo b g d ex hypotheſi: quare per 36 huius angulus d b g æqualis erit angulo a g b, quem hypotheſis ſubiecit æqualem angulo a b g: vnde & angulus d g b angulo eidem a g b æqualis habebitur, pars ſcilicet toti, quod eſt impoſsibile. Non erit ergo alterum altero maius, & ideo æqualia inuicem relinquentur, quod expectabas demonſtrandum.

XLI.

Duo latera cuiuſuis trianguli æqualia, angulos æquales ſubtendere oportet.

Hæc conuertendo præmiſſam ex paſsione eius ſubiectum inferre ſuum pollicetur. Triãgulus ergo a b g duo latera a b & a g habeat ęqualia. Dico, quòd angulus g æqualis erit angulo b. Non enim alter eorum alterò maior eſſe poteſt, quòd ſi forſitan ita arbitreris, ſit angulus g maior angulo b, fiatque per 34 huius iuxta terminum g arcus b g angulus b g d æqualis angulo a b g, producto arcu g d. Trianguli itaque d b g duo anguli d b g & d g b ęquales ſunt: quare per præcedentem duo eius latera d b & d g ſibi inuicem æquabuntur, adiectoque communi arcu a d erit aggregatum ex duobus arcubus a d, d g æquale arcui a b, qui ponebatur æqualis arcui a g. Vnde & aggregatũ ex duobus arcubus a d, d g æquabitur arcui a g, quod eſt impoſsibile, repugnans 37 huius. Deceptus igitur affirmabas alterũ altero maius eſſe: quare propoſitioni noſtræ aſſentire cõpelleris. Hanc autem & præcedentem oſtenſiuè potuimus demonſtrare, verùm breuiores in omni opere vias eligendi fuit conſilium.

XLII.



In omni triangulo ſphærali maiorem angulum longius ſubtendit latus.

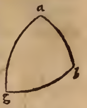
Angulus enim b trianguli a b g maior occurrat angulo g. Dico, quòd latus a g longius eſt latere a b, Iuxta punctũ enim b arcus b g fiat angulus d b g ęqualis angulo a g b. erit igitur per 40 huius arcus d b æqualis arcui d g. adiectoque

ctoq; arcui a d cõmuni erit arcus a g æqualis aggregato ex duobus arcubus a d, d b. quod quidem aggregatum per 37 huius maius eſt latere a b, vnde & latus a g latere a b longius habebitur, quod placuit addiſcere.

XLIII.

Longiori demũ lateri trianguli cuiuslibet maiorẽ opponi angulũ.

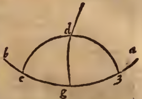
Sit triangulus a b g latus a g longius latere ſuo a b habens. Dico quòd angulus a b g maior erit angulo a g b. Non enim poteſt eſſe æqualis ei, ſic enim per 40 huius latera a b & a g conuincerentur ęqualia, ſed neq; minor eo poteſt haberi. ſic enim angulus a g b maior eſſet angulo a b g, & ideo ex præcedenti latus a b longius latere a g: quorum cum vtrunq; contrarium ſit hypotheſi, deſtructis ipſis, relinquitur veritas theorematis noſtri, quam deducere ſperabamus.



XLIIII.

A puncto in arcu circuli magni ſignato, orthogonalem arcum circuli magni educere.

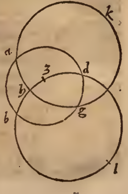
Sit arcus huiuſmodi a b, à cuius pũcto g libet educere orthogonalẽ. Super pũcto g tanquam polo ſecundum diſtantiã quantamlibet minorẽ tamẽ diametro ſphærę deſcribatur circulus e d 3, oportet aũt arcum e d, e 3 eſſe ſemicircumferentiam, circulus enim magnus a b per polos circuli iam deſcripti e d 3 trãſit, ſecetur ergo arcus e d 3 per medium in puncto d, per duoq; pũcta d & g arcus circuli magni dirigente 15 huius producatur, qui ſit d g, hunc dico eſſe orthogonalem ad arcũ b g, erit enim per 21 proceſſum huius angulus a g d æqualis angulo b g d, per diffinitionẽ igitur arcus d g orthogonaliter inſidebit arcui a b, quod libuit effi cere. Quòd ſi polus circuli a b datus fuerit, facilius operabimur, ipſum nanq; puncto g copulabimus per arcum circuli magni, qui orthogonalis erit ad arcum a b, circulo illius per polum alterius tranſeunte.



XLV.

Circuli in ſphæra nobis propoſiti polum inuenire.

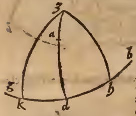
Sit circulus a b g d in ſphęra ſignatus, ſiue maior ſiue minor exiſtat, cuius polum reperire libet. Deſcribe circulum, vt libet, ſecantẽ circulum a b g d propoſitũ, quod facilè videbitur, ſi ſuper aliquo puncto circũferentiæ a b g d ſecundum quantitatẽ minorem diametro circuli a b g d circulum circumduxeris, qui ſit a g k. vtrũq; autem arcuum a b g & a h g per medium ſcindas, hũc quidem in puncto b, illum verò in puncto h, & per duo puncta b & h circulum magnum b h 3 d producas 15 huius docente, cuius arcum b h d, quem reſecat circulus a b g d propoſitus per medium partiaris in puncto 3, quem oportet eſſe polum circuli propoſiti. Nam per 3 partem 21 huius circulus b h 3 d tranſit per polos circuli a b g d.



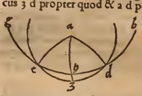
oportet autem polum ęqualiter diſtare à punctis b & d in circumferentia circuli a b g d ſignatis, quod profectò nulli puncto arcus b h d conuenit præter ipſum punctum 3, quod facillimè oſtenditur. punctus igitur 3 eſt polus circuli a b g d quęſitus. Reliquus autem polus inuenietur, ſi reliquus arcus circuli b h 3 d per medium diuiſus fuerit, nam punctus mediæ diuiſionis erit polus ille, cuius demonſtrationem vt antehac fabricabimus.

XLVI.

A puncto in ſuperficie ſphæræ ſignato ad arcũ circuli magni punctum ipſum non includentis perpendicularem demittere.



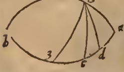
Sit punctus a extra arcum b g ſignatus, à quo ad arcum ipſum demittere libet perpendicularẽ. Per præcedentem inueniatur polus circuli, cuius eſt arcus b g, qui ſit 3, ducaturq́ per duo pũcta 3 & a circulus magnus, quemadmodũ 15 huius docuit. cuius arcus 3 d occurrat arcui b g ſi poſsibile eſt, aut ipſi quantũ oportet prolongato in puncto d. Dico, quòd arcus 3 d eſt perpendicularis ad arcũ b g. Circulus enim 3 a d per polum 3 circuli b g tranſiens orthogonalis ad eum eſt ex 17 huius, quod & arcubus ipſorum circulorũ accidere neceſſe eſt, quicquid enim de inclinatione aut erectione arcuum ad arcus dicitur, non niſi ex habitudine circulorum ſuorum trahitur. Forſitan illud te non ſatiat, pone igitur arcum h d quantumlibet æqualem arcui d k, duoq́ puncta h & k puncto 3 polo ſcilicet circuli b g connectas per duos arcus circulorum magnorum qui ſint 3 h & 3 k, vt docuit 12 huius. duo itaq; trianguli 3 d h & 3 d k terna latera habent æqualia: quare per 35 huius angulus 3 d h æquabitur angulo 3 d k, & ideo arcus 3 d propter quod & a d perpendicularis eſt ad arcum b g, quod volebas



declarandum. Aliter idem efficies. Super puncto a facto polo deſcribe circulum, cuius circumferentia ſecet arcũ b g ſi poſsibile eſt, aut eum prolongatum quoad ſatis eſt in duobus punctis d & e, diuidaturq́ arcus d e per medium in puncto h, qui continuetur cum pũcto a per arcũ circuli magni a h, quem oportet eſſe perpendicularem ad arcum b g. producam enim duos arcus circulorũ magnorum a d & a e. duo igitur trianguli a h d & a h e trina latera habent æqualia; latere a h communi exiſtente: quare per 35 huius angulus a h d æqualis eſt angulo a h e, & ideo per diffinitionem arcus a h perpendicularis eſt ad arcum b g, quod libuit attingere.

XLVII.

In triangulis ſphæralibus educto latere uno, contingit angulum extrinſecum alteri intrinſecorum ſibi oppoſitorũ nunc eſſe æqualem, nunc uerò maiorem, interdum etiam minorem eo.



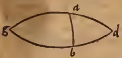
Duorum enim circulorum ad ſe inclinatorum ſemicircumferentiæ coincidant in punctis a & b, abſcindaturq́ ex vna earum arcus a g minor quadrante, à cuius termino g ad arcum a b ſubſtratum perpendicularis arcus circuli magni deſcendat g d, erit itaq; trianguli a g d angulus a

d g

d g rectus maior angulo acuto d a g, angulo ſcilicet inclinationis. eſt autem angulus a æqualis angulo b, quod conſtabit per 31 huius deſcripto circulo ſecundum diſtantiã quantamlibet minore diametro ſphęrę ſuper polo a, & ideo angulus a d g extrinſecus ad triangulum b g d maior eſt intrinſeco angulo b ſibi oppoſito. Rurſus cum ſit arcus a g minor quadrante, maior autẽ arcu a d per 42 huius, erit & arcus a d minor quadrãte, & ideo minor arcu d g, ex quo abſcindatur ei æqualis arcus d e. productus itaq; arcus g e per 15 huius, ęqualis erit arcui a g: quare per 41 huius angulus a e g æqualis erit angulo e a g. illud tamen ſola 41 huius inferre potuit, eſt autem angulus e a g æqualis angulo b: quare angulus extrinſecus a e g æquabitur angulo b intrinſeco ſibi oppoſito. Poſtremò ſignetur punctus quilibet in arcu e b, qui ſit 3 copulandus g puncto per arcum 3 g, qui profectò ſuperabit arcum e g, & ideo arcũ a g ſibi æqualem, per 43 igitur huius angulus 3 a g æqualis angulo b maior erit angulo a 3 g, & viceuerſa angulus a 3 g extrinſecus ad triangulum b 3 g minor erit angulo b intrinſeco ſibi oppoſito, quæ propoſuimus lucubrare.

XLVIII.

Si fuerit angulus extrinſecus æqualis alteri intrinſecorum ei oppoſitorum, aggregatum ex lateribus reliquum angulum intrinſecum ei oppoſitum ambientibus, æquabitur ſemicircumferentiæ. ſi uerò maior intrinſeco ſibi oppoſito, erit aggregatum huiuſmodi minus, & ſi minor, ipſum maius.



Sit triangulus a b g, cuius latere g b producto ad partem puncti b, fiat angulus extrinſecus ęqualis intrinſeco ſibi oppoſito angulo a g b. Dico quòd duo latera g a & a b collecta æquabunt ſemicircumferentiam. ſi verò maior fuerit angulo g, ipſa duo latera minora habebuntur ſemicircumferẽtia, & ſi minor maiora. Protendantur enim duo arcus g a & g b, donec concurrent in puncto d. Cum itaq; angulus a b d æqualis fuerit angulo g, erit ipſe etiam æqualis angulo d: quare per 40 huius arcus a b æqualis erit arcui a d, adhibitoq; arcu communi a g, erunt duo arcus b a & a g collecti æquales arcui g d, qui eſt ſemicircumferentia, & hoc erat primum. Quòd ſi angulus a b d maior fuerit angulo g, erit & ipſe maior angulo d: quare per 42 huius arcus a d ſuperabit arcum a b: adiectoq; communi a g, erunt duo arcus b a & a g coniuncti minores arcu g d, quem conſtat eſſe ſemicircumferentiam: aperta igitur eſt pars ſecunda. Poſtremò ſi angulus a b d minor exiſtat angulo g, minor quoq; erit angulo d, arcus ergo a b per 42 allegatam maior inuenietur arcu a d, communiq; ſociato arcu a g erit aggregatum ex duobus arcubus b a, a g maius arcu g d, qui eſt circumferentiæ dimidium. Verum itaq; hoc enunciauimus theoremate. Conuerſam autem huius medijs vtendo conuerſis demonſtrare haud videbitur dificile.

XLIX.

Omnis triangulus ſphæralis tres habet angulos duobus rectis maiores.

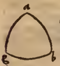
Pleraſq; communiter demonſtrare ſolemus paſsiones de triangulis & planis & ſphæralibus, nonnullas autem differenter. Sphęralibus enim non accidit tres angulos ſuos duobus rectis æquales habere, quemadmodum planis. quo fit, vt cognitis duobus angulis trianguli ſphęralis nõ pendeat inde tertij anguli



cognitio. Ne igitur circa hæc quempiam errare contingat, monimento theorematis huius cautiorem reddere libuit. Sit itaq; triangulus a b g ſphæralis. Dico, quòd tres eius anguli a, b, & g, maiores ſunt duobus rectis. Prolongatis enim arcubus g a & g b, donec in puncto d concurrent, erit angulus extrinſecus a b d per 48 huius aut æqualis intrinſeco angulo b a g ſibi oppoſito, aut minor eo aut maior. Si æqualis adiecto cõmuni angulo a b g, erunt duo anguli a b g & b a g æquales duobus a b d & b a d, quos liquet æquales eſſe duobus rectis: quare & duo anguli a b g & g a b ęquabuntur duobus rectis, & ideo tres anguli a, b, & g, duos ſuperabunt rectos. Si verò angulus a b d minor fuerit angulo b a g, quoniam ipſe cum angulo a b g duobus rectis æquatur, erunt duo anguli a b g & b a g maiores duobus rectis. Tres igitur anguli trianguli a b g multò maiores erũt duobus rectis. Quòd ſi angulus a b d maior fuerit angulo b a g, fiat iuxta punctum b arcus a b, angulus a b e æqualis angulo. b a g producto arcu b e ſemicircumferentię d a g, occurrente in puncto e. Cum itaq; angulus b a g extrinſecus æqualis ſit intrinſeco angulo a b e trianguli a b e, erunt duo arcus a e & e b cõiuncti per præcedentem æquales ſemicircumferentię g a d, ablatoq; communi arcu a e, manebit arcus b e æqualis duobus arcubus a g & e d, maior itaque eſt arcus b e ipſo e d arcu: quare per 43 huius angulus b d e maior angulo e b d habebitur. Eſt autem angulus b d e æqualis angulo a g b: quare & angulus a g b maior eſt angulo d b e. adiectis igitur æqualibus angulis a b g & b a g, item a b g & a b e, erunt tres anguli trianguli propoſiti maiores tribus angulis a b g, a b e & e b d, quos conſtat eſſe duobus rectis æquales, vnde tres anguli dicti maiores erunt duobus rectis, quod oportuit demonſtrare.

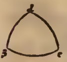
L.

Si fuerint duo latera unius trianguli æqualia duobus lateribus alterius, angulorum autem hiſce æqualibus lateribus contentorum alter altero maior, erit quoq; baſis maiorem ſubtendens angulum unius maior baſi alterius.



Duo trianguli a b g & e d 3 bina latera habent æqualia, a b quidem æquale d e, & a g æquale ipſi d 3, angulus autem a maior ſit angulo d. Dico, quòd baſis b g lõgior eſt baſi e 3. Similem paſsionem 24 primi Euclidis de triangulis planis concludit. Modus autem demonſtrandi hanc & illam non eſt varius.

L I.

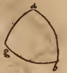


Si fuerint duo latera unius trianguli æqualia duobus lateribus alterius, baſis autem unius maior baſi alterius, erit & angulus longiorem baſim reſpiciens maior angulo breuiorem reſpiciente baſim.

Hæc conuertit præcedentem, & correſpondet 25 primi Euclidis. Quemadmodum autem illa ex 4 & 24 primi Euclidis ad impoſsibile demonſtratur, ita hæc ex 43 huius & præcedenti ad inconueniens ducendo aduerſarium, veritatem probatur habere neceſſariam.

LII.

Omnium duorum triangulorum binos angulos æquales habentium, duoq́ꝫ latera æqualibus ſubiecta angulis æqualia, reliqua quoq́ꝫ latera æquos angulos reſpicientia ſunt æqualia, & angulus reliquus angulo reliquo.

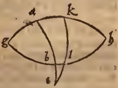




Sint duo trianguli a b g & d e 3: quorum duo anguli b & g ęquales ſint duobus angulis e & 3, latusq́ꝫ b g ęquale lateri e 3. Dico, quòd latus a b ęquabitur lateri e d, & latus a g lateri d 3, ſimiliter angulus a angulo d ęqualis habebitur. Si enim non fuerint duo latera a b & d e ęqualia, erit alterũ altero maius. ex maiori igitur eorum quod ſit, verbi gratia, d e, abſcindatur arcus e h ęqualis a b producendo arcum 3 h. ſequitur itaq́ꝫ per 41 huius angulum e 3 h æqualem eſſe angulo a g b, qui ponebatur ęqualis angulo d 3 e. angulus igitur e 3 h ęqualis erit angulo d 3 e pars toti, quod eſt impoſsibile. Non poteſt igitur alterũ duorum laterum a b & d e altero maius eſſe: quare & ęqualia habebuntur. Similiter probabis duo latera a g & d 3 eſſe ęqualia, angulum poſtremò a ęqualem angulo d conuincet 40 huius: hæc ſunt, quæ decuit ſtabilire.

LIII.

Omnium duorum triangulorũ binos angulos habentium æquales, duoq́ꝫ latera æqualibus oppoſita angulis æqualia, latera uerò reliquos æquales reſpicientia angulos coniuncta non æqualia ſemicircumferentiæ, bina latera reliqua erunt æqualia, & angulus reliquus angulo reliquo.



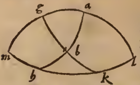
Sint duo anguli b & g trianguli a b æquales duobus angulis e & 3 trianguli d e 3, latusq́ꝫ a b æquale lateri d e: duo autem latera a g & d 3 coniuncta ſemicircũferentiæ non æqualia. Dico, quòd latus a g æquale erit lateri d 3, latusq́ꝫ b g æquale lateri e 3, & angulus a æqualis angulo d. Producã enim duos arcus g b & g a donec concurrent in puncto h, ſcindamq́ꝫ ex ſemicircumferentia h b g arcum h l ęqualem arcui e 3, & ex ſemicircumferentia h a g arcum h k ęqualem arcui d 3, neceſſe eſt autem punctum k aliud eſſe quàm punctum a, quòd duo arcus a g & d 3 non æquentur ſemicircumferentiæ, continuaboq́ꝫ duos arcus a b & k l donec concurrent in puncto n. erit autem per 52 huius arcus b l æqualis arcui d e, ſed & angulus h l k ęqualis angulo d e 3, itemq́ꝫ angulus h k l æqualis angulo e d 3, ponebatur autem angulus d e 3 æqualis angulo a b g: quare & angulus h l k æqualis etit angulo a b g: vnde & eorum contrapoſiti videlicet n b l & n l b æquales erunt: quare per 40 huius duo arcus b n & n l æquales erunt. cumq́ꝫ duo arcus a b & k l ſint æquales: eſt enim vterque eorum æqualis arcui d e, erit totus arcus a n æqualis toti arcui k n, & ideo per 41 huius angulus n a k æqualis angulo n k a, reſiduiq́ꝫ ex duobus rectis anguli ſcilicet b a g & h k l inuicem æquabuntur. erat autem angulus h k l æqualis angulo e d 3: quare & angulus b a g æquabitur angulo e d 3. duo itaque trianguli a b g & d e 3 duo latera a b &



d e habentes æqualia, binosq́ʒ angulos hiſce lateribus inſidentes æquales: per præmiſſam itaq́ʒ quod reliquum eſt abſoluemus.

LIIII.

Quicunq́ʒ duo trianguli trinos angulos habent æquales, & trina latera habebunt æqualia.



In eadem ſphæra aut diuerſis æqualibus tamen, ſint duo trianguli a b g & d e ʒ, quorum vnius tres anguli tribus angulis alterius ſingulatim ſint æquales. Dico, quòd tria latera vnius corũ tribus lateribus alterius ęqualia habebuntur, latera quidem ęquos angulos reſpicientia ad ſe cõferendo. Producam enim duos arcus a b & g b ad partem puncti b, ponamq́ʒ arcũ b h æqualẽ arcui d e, arcum aũt b k ęqualem e ʒ, & per duo puncta h k ducam arcũ circuli magni, quem continuabo vtrinq́ʒ, donec cum arcu a g vtrinq́ʒ protenſo cõcurrat in duobus punctis l & m. Cum itaq́ʒ duo latera trianguli h b k ſint ęqualia duobus lateribus trianguli d e ʒ, & angulis hiſce cõtenti lateribus æquales, angulus videlicet h b k ęqualis angulo d e ʒ, erit per 36 huius & baſis h k vnius baſi d ʒ alterius ęqualis. angulus quoq́ʒ b k h æqualis angulo d ʒ e, ſed & angulus b h k æqualis angulo e d ʒ, duo autem anguli d & ʒ ponebantur æquales duobus a & g: quare angulus b k h extrinſecus ad triangulum g l k æquabitur angulo a g b intrinſeco, & ideo per 48 huius aggregatum ex duobus arcubus g l & l k æquabitur ſemicircumferentiæ. Similiter angulus g a b extrinſecus ad triangulum a l h intrinſeco angulo b h k ſiue a h l æqualis duos arcus a l & l h collectos æquari conuincet ſemicircumferentiæ, demptis ergo communibus arcubus a l & l k, relinquetur arcus a g æqualis arcui h k. Duo itaq́ʒ triãguli a b g & b h k duo latera a g & h k habent æqualia, angulosq́ʒ binos ipſis inſidentes lateribus ęquales: quare per 42 huius triangulus a b g æquilaterus & æquiangulus erit triangulo h b k, qui pridem ęquilaterus & ęquiangulus demonſtrabatur triangulo d e ʒ, vnde & duo trianguli a b g & d e ʒ, trina latera habebunt æqualia, quod erat abſoluendum. Ne autem ſuſpiceris arcũ a g vtrinq́ʒ protenſum occurrere arcui h k in punctis h & k: ſic enim ceſſaret forma argumẽtationis noſtræ, oſtendemus id fieri non poſſe. Nam ſi ita accideret, fieret arcus h g a k ſemicircumferentia per 19 huius, quòd duæ circumferentię circulorum magnorum ſe ſecarent in duobus pũctis h & k, ſimiliter oportet arcum g a k eſſe ſemicircumferentiam, cumq́ʒ omnes ſemicircumferentiæ vnius circuli ſint ęquales, fieret pars æqualis toti, quod eſt impoſsibile. Idem ſequeretur ſi arcus a g continuatus alteri duntaxat duorum punctorum h & k occurreret, oportet igitur duo puncta l & m eſſe diuerſa à punctis k & h.

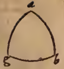


LV.

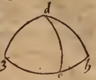
Omnes duos triangulos, quorum duo latera unius ſunt æqualia duobus lateribus alterius, duoq́ʒ anguli eorum duobus æquis lateribus oppoſiti ęquales, reliqui uero duo anguli eorum reliquis duobus æquis lateribus oppoſiti, aut ambo acuti, aut ambo obtuſi, æquilateros & æquiangulos eſſe neceſſe eſt.

Duo latera a b & a g triãguli a b g ęqualia ſint duobus lateribus d e & d ʒ trianguli d e ʒ, dextrũ videlicet dextro, & ſiniſtrũ ſiniſtro, angulusq́ʒ g ęqualis ang

lis angulo ʒ, vterq; autem angulorum reliquorum b ſcllicet & e, aut acutus, aut vterq; obtuſus. Dico, quòd angulus a ęqualis erit angulo d, angulus etiam b ęqualis angulo e, & latus a b ęquale lateri d e. Sit enim primò vterq; angulorũ b & e acutus, ſi itaq; latus b g ęquale fuerit lateri e ʒ, per 41 huius concludemus intentum, ſi verò alterũ altero maius fuerit, ſit verbi gratia b g lon



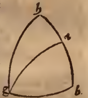
gius e ʒ, protendaturq; arcus ʒ e in h, vt ʒ h arcus ęqualis fiat b g & ducatur arcus d h, erit igitur per 40 huius àrcus d h ęqualis arcui a b, & angulus d h ʒ ęqualis angulo a b g. ponebatur autẽ arcus a b æqualis arcui d e: quare duo arcus d h & d e ſibi ęquabuntur, & ideo per 41 huius angulus d h e ęqualis angulo d e h, cumq; angulus d h e ſit acutus propter angulum a b g ei æqualem acutum, erit & angulus d e h acutus, vnde angulus d e ʒ obtuſus habebitur, quod eſt contrarium poſito. Non aliter procedemus, ſi aduerſarius arcum e ʒ maiorem arbitretur arcu b g. Quòd ſi poſuerimus vtrunq; angulorum b & e obtuſum, concludemus ſimili argumentatione angulum eſſe acutum. Volenti igitur contradicere propoſitioni noſtræ, concluditur eundem angulum eſſe acutum & obtuſum, quod cum eſſe nequeat, manifeſta relinquetur veritas theorematis.

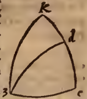


LVI.

Omnes trianguli rectanguli bina latera habentes æqualia, utraq; autem latera rectos angulos ambientia minora quadrante diuiſim, æquianguli & æquilateri comprobantur.

Sint duo trianguli a b g & d e ʒ, quorũ anguli b & e ſunt recti, vtrunq; aũt laterum a b & b g trianguli a b g minus quadrãte, ſimiliter vtrunq; d e & e ʒ minus quadrãte, duoq; latera vnius duobus reliqui lateribus quibuſcũq; ſint æqualia. Dico, quòd reliquũ latus vnius ęquale erit reliquo lateri alterius, & anguli reliqui vnius angulis reliquis alterius, hoc eſt, ipſi duo trianguli ęquilateri erunt & ęquianguli. Si enim bina eorũ latera ęqualia circa rectos fuerint angulos per 41 huius cõſtabunt omnia. Si autem latera huiuſmodi æqualia angulos ambiant alios, ſint verbi gratia duo latera b a, a g æqualia duobus e d, d ʒ, dextrum dextro & ſiniſtrum ſiniſtro cõparando, producaturq; vterq; arcuum b a & e d, donec fiat quadrans, b a quidem ad h, & e d ad k, erunt itaq; puncta h & k poli circulorũ b g & e ʒ, à quibus demittantur duo quadrantes h g & k ʒ, quos ęquales conſtat cum in vna ſphæra aut duabus æqualibus eos imaginari ſoleamus. eſt autem & arcus a h æqualis arcui d k, hi enim duo ſunt complementa duorum arcuum a b & d e, quos æquales tradidit hypotheſis, per 35 igitur huius duobus arcubus a g & d ʒ ęqualibus exiſtentibus, erit angulus h a g æqualis angulo k d ʒ, vnde & reſidui ex duobus rectis anguli ſcilicet b a g & e d ʒ non erunt inæquales, ponebantur autem & duo arcus b a, a g, æquales duobus e d, d ʒ: quare per 41 huius triangulos propoſitos ęquiangulos conuincet, & æquilateros, quæ fuere lucubranda.



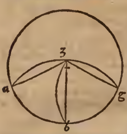


FINIS.

LIBER QVARTVS TRIANGVLORVM.

I.

Si à polo circuli magni in ſphæra ad circumferentiam ipſius, aut arcum eius arcum magnũ demiſeris, arcus ille demiſſus erit quadrans perpendicularis circumferentiæ, duos angulos ſupra arcum, cui incidit, rectos ſecernens.



Sit circulus magnus in ſphæra a b g, à cuius polo 3 demittatur arcus circuli magni qui ſit 3 b. Dico quòd arcus 3 b erit quadrans circũferentiæ magnæ, & vterq; angulorum a b 3 & 3 b g rectus erit. Producam enim lineam polarem circuli a b g, quæ ſit 3 b, quam per 11 tertij huius oportet eſſe latus quadrati inſcripti circulo magno, quatuor aũt latera quadrati huiuſmodi, cum ſint æqualia, quatuor abſcindũt æquales arcus per 29 tertij elementorũ, ex circumferentia circuli, quorum vnus eſt arcus 3 b, arcus igitur 3 b eſt quadrans circuli. Præterea circulus, cuius eſt arcus 3 b, tranſit per polũ 3 circuli a b g, quare erectus eſt ad eum per 20 tertij huius, quod non poteſt eſſe, niſi vterq; angulorum a b 3 & 3 b g ſit rectus. Sed fortaſſe infirmam ſuſpicaris hanc argumentationem, deſcribe igitur ſuper polo b ſecundum quantitatẽ b 3 circulum in ſphæra, cuius ſemicircumferentia ſit a 3 g arcus: erit itaq; ex eis, quæ ſuper hoc theoremate præſenti primum diximus, vterq; arcuum a 3 & 3 g quadrans circumferentiæ, quare per 41 tertij huius duo anguli a b 3 & 3 b g æquales declarantur, per diffinitionem igitur arcus 3 b eſt perpendicularis ad circumferentiam circuli a b g, quæ fuerunt explananda.

II.

Si ab aliquo puncto arcus circuli magni quadrans magnus orthogonaliter egrediatur, terminus eius erit polus circuli à quo egrediebatur quadrans ipſe, cum quo declarabitur punctum cõcurſus duorum arcuum orthogonaliter à tertio arcu exurgentium, eſſe polum circuli arcum ipſum continentis.

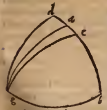
A puncto b arcus a b g circuli magni orthogonaliter egrediatur quadrãs circuli magni b 3. Dico quòd punctus 3 terminus videlicet quadrãtis egreſsi erit polus circuli a b g. Subtenſa enim quadranti dicto chorda ſua b 3, quam conſtat eſſe coſtam quadrati magni, ſecundum eius quantitatem deſcribatur circulus magnus, cuius ſemicircumferentia ſit a 3 g, cumq; duo anguli a b 3 & 3 b g ſint æquales hypotheſi id exigente, erunt per 40 tertij huius duo arcus a 3 & 3 g ſimiles, vnde & æquales, quòd de eadem circumferentia exiſtant. eſt autem arcus a 3 g ſemicircumferẽtia circuli magni, quemadmodum trahitur ex 12 tertij huius: quare vterq; arcuum a 3 & 3 g eſt medietas ſemicircumferentiæ, & ideo quadrans circumferentiæ totius circuli magni. tres igitur arcus a 3, b 3, & g 3 æquales ſunt quadrantes circumferentiarum magnarum æqualium, quare per 29 tertij chordæ eorum æquales declarantur, à puncto itaq; 3 ad circumferentiã circuli a b g tribus æqualibus rectis deſcen-

dentibus

dentibus 13 tertij huius punctum 3 polum circuli a b g declamabit, quod volebamus aperire. Corollarium autem ſic conſtabit. In vtroq; arcuum orthogonalium, quantum ſat eſt protenſorum, neceſſe eſt inueniri polum circuli huiuſmodi, quemadmodum ex præſenti trahitur, aut igitur punctus coincidentiæ duorum arcuum orthogonalium eſt polus, aut duo erunt poli vnius circuli ex eadem parte, ſed nullus circulus duos ex eadem parte polos habet per 9 huius tertij. punctus igitur in quo confluunt dicti arcus orthogonales, polus circuli, à cuius arcu egrediuntur ipſi, habebitur.

III.

In omni triangulo rectangulo latera rectum angulum continentia ad quadrantem circumferentiæ & anguli eis oppoſiti ad rectum angulum ſimiles habebunt comparationes.

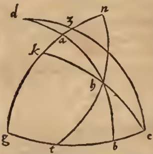


Volo dicere. Si angulus, qui vni ex lateribus rectum angulum continentibus opponitur, recto fuerit æqualis, latus ipſum quadranti æquale erit. ſi maior recto, & ipſum latus quadrante maius. ſi minor, ipſum minus quarta circumferentię. Verſa demum vice. Si alterum ex huiuſmodi lateribus rectū ambientibus quadrans exiſtat, angulus ei oppoſitus erit rectus. ſi maius quadrãte, maior recto erit angulus, & ſi minus, minor. Sit igitur exempli cauſa triangulus ſphæralis a b g, ex arcubus circulorum magnorum conſtitutus, angulum b rectum habens. Dico quòd ſi angulus g rectus fuerit latus, a b erit quadrans. ſi verò recto maior, arcus a b quadrantem ſuperabit, & ſi minor recto extiterit, arcus a b quadrante minor habebitur. Similiter ſi arcus a b quadranti æqualis occurrat, angulus g rectus erit, ſi verò quadrante maius, & angulus g rectum ſuperabit. & ſi minus quadrante, angulum g recto minorem enunciabimus, quæ ſic habebis. Sit primò angulus g rectus, vterq; igitur circulorum, in quibus ſunt duo arcus a g & a b, erectus eſt ad ſuperficiem circuli, cuius eſt latus tertium b g, tranſibitq; per polum circuli b g. cum autem hi duo arcus in puncto a coincidant, erit a polus circuli b g magni, quare per primam huius arcus a b reſpiciens angulum g, erit quadrans circumferentiæ. Sit deinde angulus a g b maior recto, & fiat iuxta punctum g arcus b g angulus rectus b g e, docente 34 tertij huius producendo arcum g e. erit itaq; e polus circuli b g, & ideo arcus e b quarta circuli, quare arcus a b angulum a g b ſubtendens quadrantem ſuperabit. Quod ſi angulus a g b minor fuerit recto, ſtatuatur angulus d b g rectus, eritq;, quemadmodum antea concluſum eſt, d polus circuli b g, & arcus d b quadrans circumferentiæ, quare arcus a b angulum a g b ſubtẽdens minor quadranre. Præterea ponamus arcum a b quartam circumferentiæ, eritq; propter hoc a polus circuli b g, & ideo arcus a g erectus ad arcum b g, angulus ergo a g b rectus habebitur. Sed intelligatur arcus a b maior quadrante, fiatq; arcus e b quarta circuli, & ideo e polus circuli b g: arcus itaq; e g erectus erit ad arcum b g, & angulus e g b rectus, quare angulus a g b maior recto. Quod ſi ſtatuerimus arcum a b minorem quadrante, prolongetur ipſe in directū vſq; ad d, donec b d fiat quarta circuli, ideoq; d polus circuli b g. demiſſo igitur arcu d g, erit angulus d g b rectus, & angulus a g b minor recto. manifeſtam itaq; effecimus theorematis noſtri veritatem.

IIII.

In omni triangulo rectangulo, ſi fuerit alterum ex lateribus rectum

ambientibus quarta circuli, latus quoq; rectum ſubtendens angulum erit quarta circuli. ſi uerò fuerint latera rectum angulum continentia, aut ambo maiora quadrante, aut ambo minora, erit latus rectum ſubtendens angulum minus quarta circuli. quòd ſi alterum maius quadrante, & alterum minus extiterit, latus rectum angulum reſpiciens, maius quadrante pronunciabitur.

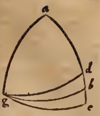


Habeat triangulus a b g angulum b rectum, & latus a b quadrantem circumferentiæ. Dico quòd latus a g rectum ſubtendens angulum, erit quarta circuli. Erit enim a polus circuli b g, quare per 1 huius arcus a g erit quarta circuli. Si verò vterq; arcuum a b & b g minor quarta fuerit, erit arcus a g minor quadrante. fiat enim arcus g e quarta circuli & arcus b d ſimiliter, tranſeatq; per duo puncta d & e arcus circuli magni d e, arcus autem g a prolongetur, donec occurret arcui d e in puncto z. Quoniam itaq; anguli apud b ſunt recti, & arcus b d quarta circuli erit d polus circuli g e, & ideo angulus e rectus, ſed & e g eſt quarta circuli. quare punctus g eſt polus circuli d e, & ideo arcus g z eſt quadrans circumferentiæ, arcus igitur partialis a g minor quadrante fiet. Sit deinceps vterq; arcuum a b, b g maior quadrante. Dico quòd arcus a g erit minor quarta circumferentiæ. Abſcindam enim vtrunque arcuum g t & b h quadrantem, per duoq; puncta t & h producã arcum circuli magni occurrentem arcui g a continuato in n: quoniam itaq; angulus b eſt rectus, & arcus b h quarta circuli, erit h polus circuli b g, & angulus apud t rectus. cumq; arcus t g ſit quarta, erit g polus circuli t n, quare arcus g n eſt quarta, & ideo arcus a g minor quadrante. Poſtremò ſit arcus a b maior quarta, & arcus b g minor. Dico quòd arcus a g maior erit quadrante. Fiat enim vterque arcuum g e & b h quarta circuli, prolongando quidem arcum g b vſque ad e, arcum autẽ b h reſecando ex arcu a b, incedatq; arcus circuli magni per duo puncta h & e, occurſurus arcui a g in puncto k. Cum igitur arcus b h eſt quarta, & angulus b rectus, erit h polus circuli g b e, quare & angulus apud e rectus. eſt autem & arcus e g quadrans. g igitur eſt polus circuli e k, quare arcus g k erit quarta circuli, vnde & a g arcus quadrantem ſuperare dinoſcitur, quæ fuere concludenda.

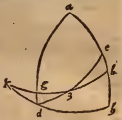
V.

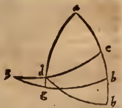
In omni triangulo rectangulo ſi fuerit latus rectum ſubtendens angulum quarta circuli, erit alterum ex duobus rectum ambientibus quarta circuli. Si uerò fuerit minus quadrante, erit utrunque reliquorum aut maius quadrante, aut minus eo. quòd ſi ipſum fuerit maius quadrante, erit alterum ex duobus rectum ambientibus quadrante maius, reliquum autem minus eo.

Hæc eſt conuerſa præcedentis. Si itaq; in triangulo a b g angulum b rectum habente, latus a g quadrans circumferentiæ. Dico quòd alterum duorũ laterum a b, b g erit quarta circuli. Super puncto enim a facto polo, ſecundum

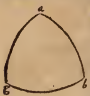


dum quantitatem a g deſcribatur circulus, quem oportebit eſſe magnum, quòd arcus a g ſit quarta circumferentiæ magnæ. ſi igitur circumferentia eius tranſibit per punctum b, planum eſt arcum a b eſſe quadrantem. ſi verò prætereat ipſum, aut ibit ſupra aut infra ipſum. ſi ſupra, ſecabit arcum a b in puncto qui ſit d, per 1 itaq; huius duo arcus a d & d g orthogonaliter ſibi inuicē inſiſtent, eſt autem & arcus g b orthogonalis ad arcum a b propter angulum b rectum ex hypotheſi: quare per 2 huius g eſt polus circuli a b, & ideo per 1 huius arcus g b, latus videlicet trianguli propoſiti erit quarta circumferentiæ. Similem priſtinis concludes medijs, ſi circumferentia circuli ſuper a polo deſcripti, tranſibit infra pūctum b, occurrens arcui a b prolongato in puncto e. Sit, demum arcus a g minor quadrāte. Dico, quòd vterq; arcum a b, b g aut erit maior quarta, aut minor ea. Creſcat enim arcus a g in directum donec habeatur arcus a d quadrans, ſecundum cuius chordam circumducatur circulus magnus, qui nequaquam offendet punctum b, aliâs enim per 4 huius & hypotheſim ſequeretur rectum angulum eſſe minorem recto. Aut igitur ſecādo arcum a b, ſi opus fuerit: prolongatum tranſibit ſupra b punctum aut infra. Tranſeat prius ſupra, ſecans neceſſariò arcum b g in puncto qui ſit 3, erit itaq; per 1 huius angulus 3 e b rectus, cumq; ſit etiam angulus e b 3 rectus ex hypotheſi, erit per corollarium 2 huius 3 polus circuli a b, & ideo per primam huius arcus 3 b quarta circumferentiæ: latus igitur b g quadrantem ſuperabit, latus deniq; a b quadrantem excedere nemini dubium erit: conſideranti ſaltem arcum a e æqualem arcui a d eſſe quartam circumferentiæ. Sed tranſeat circulus dictus infra punctum b, ſecando arcum a b protenſum opportunè in puncto h, arcum autem b g prolongatum in puncto k, erit itaq; per media nunc commemorata, ne iuſto crebrius primam atq; ſecundam huius repetam propoſitiones, angulus apud h rectus, ſed & angulus apud b rectus ex hypotheſi: quare punctus k erit polus circuli a b, ideoq; arcus k b quadrans, & latus g b trianguli noſtri quadrante minus, latus autem a b quadrante breuius eſſe nemo dubitabit. Tandem arcus a g rectum ſubtendens angulum quartam ſuperare ponatur. Dico, quòd alterum duorum laterum a b, b g maius erit quadrante, reliquum verò minus. Reſecto enim quadrante a d, chordam ipſius ſuper a polo circumferentes creabimus circulum magnum, cuius profectò circumferentia punctum b præteribit, aliâs enim monſtrum naſceretur mathematicum, imò verius impoſsibile, rectus ſcilicet angulus recto maior. Tranſeat itaq; prius ſupra punctum b, ſecando arcum a b in puncto e, arcum verò b g opportunè extenſum in puncto 3, quem conſtabit eſſe polum circuli a b angulis apud b & e rectis exiſtentibus, vnde & arcus 3 b circumferētiæ quarta pars habebitur. latus igitur b g trianguli a b g quadrante breuius relinquitur, latus autem reliquum a b quadrantem ſuperabit proculdubio. Quòd ſi circumferentia dicta deſcenderit infra pūctum b, ſecando arcum a b ſatis porrectum in puncto h, arcum autem b g (nam ita



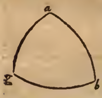


fieri neceſſe eſt) in puncto k, priſtino freti ſyllogiſmo, declarabimus k eſſe polum circuli a b, & arcum b k quadrantem circumferentiæ, vnde conſequitur latus b g trianguli noſtri quadrante longius eſſe, reliquum verò latus a b quadrantis a h longitudinem haud attingit. Tres igitur theorematis partes confirmauimus, quod libuit efficere. Poſſumus præterea propoſitionem noſtram ſtabilire, aduerſario oppoſitum aſſerenti concludentes impoſsibile per 4 huius. Nam ponendo latus a g quadrantem ſi dixerit neutrum reliquorum laterum eſſe quadrantem, erit neceſſariò vtrunq; eorum aut maius vel minus quadrante, aut alterum maius & reliquum minus. quocunq; autem illorum exiſtente, ſequitur per 4 huius arcū a g non eſſe quadrantem, ſic idem arcus quadrans & non quadrans aduerſario proteruienti habebitur, quod eſt impoſsibile. Si verò latus a g fuerit minus quadrante, & non fuerit vtrunq; reliquorum laterum aut maius quadrante, aut minus ſententia quidem aduerſarij, erit neceſſariò alterū eorum quadrās, aut alterum maius quadrante, & reliquum minus eo, quo ita exiſtente, ſequitur per 4 huius arcum a g eſſe quadrantem aut maiorem eo, qui pridem ponebatur minor eo. Quòd ſi latus a g maius ſupponatur quadrante, & credat aduerſarius, alterum duorum laterum a b & b g eſſe quadrantem, aut vtrunq; eorū maius vel minus quadrante, concludemus ei per 4 huius arcum a g aut eſſe quadrantē, aut quadrante breuiorem, quem nuperrimè conceſsit eſſe maiorem quadrante. Deſtructis igitur impoſsibilibus, ad quę duximus aduerſarium, theorematis noſtri fundabitur veritas.



VI.

In omni triangulo rectangulo, ſi alter duorum angulorum, quos ſuſtinet latus, rectum reſpiciens angulum, rectus fuerit, erit latus ipſum quarta circuli, ſi uterq; eorum aut obtuſus aut acutus extiterit, latus dictum quadrante breuius erit: ſi uerò alter eorū obtuſus, reliquus autem acutus occurrat, latus ipſum quadrante maius conijcietur.

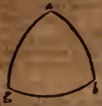


Triangulus a b g angulum b rectum habeat. Dico quòd ſi alter duorum angulorum a aut g rectus fuerit, latus a g erit quarta circumferentiæ, ſi verò vterq; eorum aut obtuſus aut acutus extiterit, latus a g quadrāte breuius habebitur, & ſi angulus a fuerit obtuſus, angulus autem g acutus vel econtrà, arcus a g quadrantem ſuperabit. Si enim alter angulorum a & g rectus fuerit, erit per 3 huius alterum duorum laterum a b & b g quarta circuli: quare per 4 huius arcus a g erit quarta circuli. Si verò vterq; angulorum a & g aut obtuſum aut acutum ſeſe præbeat, erit per allegatam 3 huius vtrunq; duorum laterum a b & b g aut maius quadrante, aut minus eo, vnde per 4 huius latus a g quadrante breuius arguetur. Quòd ſi alter angulorum a & g obtuſus, reliquus autem acutus extiterit, erit ex 4 huius alter duorum arcuum a b & b g maior quadrante, reliquus autem minor eo: quare per 4 huius latus a g quadrantem ſuperabit, quæ cenſuimus explananda.

VII.

Si latus rectum angulum trianguli ſphæralis reſpiciens quadrans circumferentiæ fuerit, alter angulorum ſibi inſidentium rectus indicabitur,

cabitur. ſi uerò quadrante minus extiterit, erit uterque dictorum angulorum aut obtuſus aut acutus. & ſi latus ipſum quadrante longius offeratur, alter dictorum angulorum obtuſus, reliquus autem acutus prædicabitur.



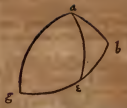
Hæc eſt conuerſa præcedentis. Sit triangulus a b g rectangulus, angulum uidelicet b rectum habens. Dico quòd ſi latus a g fuerit quadrans circumferentiæ, alter angulorum a & g rectus erit. ſi verò arcus a g minor fuerit quadrante, vterque angulorum a & g aut obtuſus erit, aut vterque acutus. & ſi arcus a g quadrantem excedat, erit alter angulorum a & g obtuſus, reliquus autem acutus. Nam arcu a g quadrante exiſtente, erit alter duorum arcuum a b & b g quarta circumferentiæ per 5 huius, quare per 3 huius alter angulorum a & g rectus concludetur. Si verò arcus a g quadrante minor extiterit, erit per eandem 5 huius vterque arcuum a b & b g aut maior quadrante, aut minor eo, quare per 4 huius vterque angulorum a & g aut obtuſus erit, aut acutus. Quòd ſi arcus a g quarta circumferentiæ maior occurrat, erit alter duorum arcuum a b & b g maior quadrante, & reliquus minor eo, quare per 3 huius alter angulorum a & g obtuſus erit, & reliquus acutus, quæ fuere declaranda.

VIII.

Si quis triangulus ſphæralis duos acutos habeat angulos, aut duos obtuſos, arcus egrediens à uertice tertij anguli, lateri ſe reſpicienti perpendiculariter occurſurus, intra triangulum reperietur. ſi uerò alter eorum acutus, & reliquus obtuſus extiterit, extra triangulum neceſſariò cadet.



Sit triangulus huiuſmodi a b g, duos angulos b & g habens acutos, aut ambos obtuſos. Dico quòd arcus ab a puncto lateri b g: quanuis vtrinque indefinito, perpendiculariter occurſurus, intra triangulum a b g conſiſtet. Non enim poterit egredi triangulum ipſum, quod ſi poſsibile arbitreris, ſit arcus ille a d coincidens arcui g b, quantum ſat eſt porrecto dextrorſum in puncto d, erit itaque arcus a d latus commune duobus triangulis a d b & a d g rectangulis. ſi igitur duo anguli b & g trianguli a b g fuerint acuti, erit angulus a b d obtuſus, quare per 3 huius arcus a d minor erit quadrante propter angulum a g d trianguli a g d acutum, & per eandem maior quadrante propter angulum a b d trianguli a b d obtuſum. idẽ itaque arcus minor erit quadrãte circumferentię eiuſdem, & maior eo, quod eſt impoſsibile, arcus ergo perpendicularis huiuſmodi non cadet extra triangulum. Prohibet autem hypotheſis, ne arcus ille tranſeat per alterum punctorum b & g, ſic enim angulus acutus aut obtuſus haberetur rectus, quod eſt impoſsibile. Deſtructis autem inconuenientibus illis relinquitur quod non niſi intra triãgulum permaneat, quod pollicebatur prima pars theorematis. Sit demum alter prædictorum angulorum, verbi gratia, b obtuſus, & reliquus g acutus. Dico quòd perpendicularis cadet extra triangulum. Non enim poteſt coincidere alteri duorum laterum a b & a g, ſic enim angulus obtuſus aut acutus eſſet rectus, ſed neque intra triangulum conſiſtere poterit. Si enim



ita putaueris, ſit arcus a e perpendicularis ad arcum b g, cui ſecundum punctum e communicat. erit itaq; latus a e commune duobus triangulis a b e & a g e rectangulis, quorum vnus angulum a b e habet obtuſum, reliquus autem angulum a g e acutum, quare per 3 huius bis aſſumptam arcus a e maior erit quarta circumferentiæ, & minor ea, quod eſt inconueniens. Cum igitur arcus perpendicularis huiuſmodi non poſsit coincidere alteri duorum laterum a b & a g, neque intra triangulum cadere, reliquum eſt neceſſariò vt extra triangulum reperiatur, quæ cupiebas addiſcere.

IX.

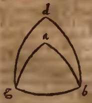
Cuiuslibet trianguli tres angulos acutos habentis, trium laterum unumquodq; minus quadrante pronunciabitur.



Trianguli a b g tres anguli ſint acuti. Dico quòd vnumquodque latus eius quadrante minus erit. Fiant enim apud duo puncta b & g duo anguli recti, eductis duobus arcubus circulorum magnorum b e & g e in puncto e concurrentibus, quem per 2 huius oportet eſſe polum circuli b g. à polo igitur e per punctum a procedat circulus magnus, qui neceſſariò ſecabit arcum b g, ſi enim non ſecaret, neceſſariò alterum duorum arcuum a b & a g, fieretq; pars quadrantis ſemicircumferentia, quod eſt inconueniens, ſecet igitur in puncto d, erit autem vterque angulorum apud d rectus per 1 huius, & ideo vterque triangulorum a b d & a g d rectangulus. cumq; duo anguli a b d & b a d ſint acuti, totum enim b a g acutum tradidit hypotheſis, erit per 3 huius arcus a b minor quadrante. ſimiliter probabimus arcum a g minorem quadrante, reſtat igitur, vt arcum b g quadrante breuiorem oſtendamus, quod quidem habebitur, ſi apud duo puncta a & b duos rectos, quemadmodum nuperrimè apud duo puncta b & g acutorum angulorum conſtituerimus, & hoc erat peragendum.

X.

Si quis triangulus duos acutos habeat angulos æquales, utrunque laterum eos reſpicientium minus quadrante prædicabitur.



Sit triangulus a b g, duos angulos b & g acutos habens æquales. Dico quòd vtrunque laterum eius, a b & a g minus erit quarta circuli. Creabimus enim apud duo puncta b & g duos rectos angulos: arcui b g inſeſſuros eductis duobus arcubus b d & g d in puncto d confluentibus, quem 2 huius non ſinit eſſe polum circuli b g, & ideo per 1 huius vterq; arcuum b d & g d quadrans habebitur. Cum itaq; duo arcus b a & g a, ex punctis terminalibus lateris b g trianguli d b g egreſsi intra triangulum d b g concurrant, erunt per 38 tertij huius duo arcus b a & a g coniuncti breuiores duobus arcubus b d & d g. Vnde & medietas horum arcus videlicet b a breuior erit medietate iſtorum, quadrante ſcilicet b d. ſimiliter arcum g a minorem eſſe conſtabit ipſo quadrante g d. oportet enim duos arcus b a & a g æquales eſſe, 40 tertij huius enunciante, quod libuit attingere.

XI.

Trianguli duos obtuſos habentis angulos æquales utrunq́ laterum eos reſpicientium, maius quadrante reperietur.

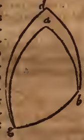
Sint duo anguli b & g, trianguli a b g obtuſi æquales. Dico quòd vtrunq́ laterum a b & a g quadrantem ſuperabit. Factis enim duobus rectis angulis apud duo puncta b & g, arcus b g, educendo duos arcus b d & g d, quos conſtat intra triangulum a b g concurrere, quod fiat in puncto d, erunt quemadmodum in præmiſſa argumentabar duo arcus b d & b g, quos oportet eſſe quadrantes, minores duobus arcubus b a & a g lateribus trianguli noſtri, & ideo ſicut duo arcus b a, a g æquales propter angulos a b g & a g b æquales, ſuperabunt duos quadrantes b d & d g, ita vterq́ arcuum b a & a g quadrante maior intelligetur, quod voluimus exponere.



XII.

Si quis triangulus inæquales habeat duos angulos acutos, latus minori eorum oppoſitum minus erit quadrante.

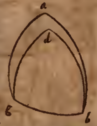
Trianguli a b g duo anguli b & g ſint acuti, ſitq́ angulus g minor angulo b. Dico quòd latus a b eſt minus quadrante. Nam conſtituendo duos rectos apud duo puncta b & g, productis arcubus b d & g d in puncto d concurrentibus, erunt duo arcus b a & a g minores duobus b d & d g, qui ſemicircumferentiam perficiunt: quoniam vterq́ eorum eſt quadrans circumferentiæ, d polo circuli b g exiſtente. duo igitur arcus b a & a g minores ſunt ſemicircumferentia. cumq́ arcus b a minor ſit arcu a g per 42 tertij huius, quòd angulus g minor exiſtat angulo b, erit arcus b a minor quadrante circumferentiæ, quod erat demonſtrandum.



XIII.

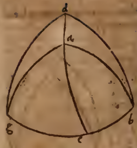
Trianguli duos obtuſos habentis angulos inæquales, latus maiori eorum oppoſitum maius quadrante pronunciabitur.

Habeat triãgulus a b g duos angulos b & g obtuſos inęquales, g ſcilicet maiorē angulo b. Dico, quòd latus a b maius eſt quadrante. A pũctis enim b & g arcus erecti orthogonaliter cõcurrent intra triangulũ a b g, quod fit in pũcto d polo ſcilicet circuli b g, eruntq́ duo arcus b a & a g maiores duobus arcubus b d, d g, qui ęquantur ſemicircũferentiæ, quare duo arcus b a, a g ſemicircumferentiã ſuperabũt, vnde & maior eorũ ſcilicet arcus a b quadrante maior habebitur, quod erat abſoluendũ.



XIIII.

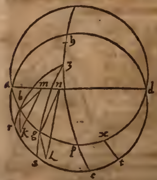
Si quis triangulus duos acutos habuerit angulos, latusq́ uni eorũ oppoſitum non minus quadrante, erit reliquus eius angulus obtuſus, latusq́ ei oppoſitum maius quadrante.



Sit triangulus a b g duos angulos b & g acutos habens, cuius latus a b alterum acutorum reſpiciens, non ſit minus quadrante. Dico, quòd angulus eius a erit obtuſus, & latus b g maius quadrante. Fiant enim apud duo puncta b & g duo anguli recti, eductis duobus arcubus in puncto d extra triangulum a b g concurrentibus, quem quidem oportet eſſe polum circuli b g, demittaturq; à polo d per pũctum a quadrans d a e, incidens arcui b g in puncto e. Cum igitur arcus a g non ſit minor quadrante, erit ipſe aut quadrans, aut maior eo. Si quadrans, per 5 huius alterum duorum laterum a e, e b trianguli rectanguli a e b erit quarta circumferentiæ. eſt autem arcus a e minor quadrante, reliquus ergo e b quadrans erit neceſſariò, quare totus arcus b g maior erit quadrante. Similiter per 3 huius probabimus angulum b a e eſſe rectum, cum angulus a b e ſit acutus ex hypotheſi, totus igitur angulus b a g maior eſt recto. Quòd ſi latus a b maius fuerit quadrante, erit per 5 huius arcus b e maior quadrante, cum reliquus a e ſit minor quadrante, arcus ergo b g multò maior erit quadrante. Similiter per 3 huius oportebit angulum b a e eſſe obtuſum, cum angulus a b e ſit acutus per hypotheſim, angulus ergo b a g multò magis erit obtuſus, patet igitur propoſitio.

XV.

Si fuerint in ſphæra duo circuli magni ad ſe inclinati, ſignenturq; in circumferentia unius eorum duo puncta, aut in utriuſq; circũferentia punctus unus, & producatur ex unoquoq; pũctorum ad circumferentiam circuli alterius perpendicularis arcus, proportio ſinus arcus, qui eſt inter unum illorum punctorum, & punctum ſectionis circulorum ad ſinum arcus perpendicularis ex eo protracti ad circulum alterum eſt, ut proportio ſinus arcus comprehenſi inter punctum aliũ & punctum ſectionis ad ſinum arcus producti ex illo puncto.



Non abſterreat obſecro te verboſa præſens propoſitio, & primo aſpectu intricata: rebus enim Mathematicis vix ſatis lucidum, ne dixerim venuſtum, accommodabis ſermonem: fructum profectò dulciſsimum hac arbore quanuis rigida decerpes, quem vbi perſenſeris, totum fermè præſentem librum intelliges. Sint igitur duo circuli magni in ſphæra ad ſe inuicem inclinati a b g d & a e d, quorum circumferentiæ ſecent ſe in punctis a & d, ſignenturq; duo puncta b g in circumferentia circuli a b g d, à quibus deſcẽdant duo arcus perpendiculares b r, g s ad circumferentiam circuli a e d. Dico quòd proportio ſinus arcus a b ad ſinum arcus b r eſt, vt ſinus

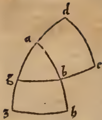
arcus

arcus a g ad ſinum arcus g s. A punctis enim b & g binæ perpendiculares rectæ demittantur, vnæ quidem ad ſectionem communem circulorum ſcilicet lineam a d, quæ ſint b m, g n, alteræ verò ad ſuperficiem circuli a e d, quę ſint b k & g l ductis lineis k m & l n: quoniam itaq; duæ lineæ m b, b k angulariter coniunctæ, æquediſtant duabus n g, g l angulariter cõiunctis, b m enim æquediſtat lineæ g n per 28 primi, b k autem ipſi g l per 6 vndecimi, erit angulus m b k æqualis angulo n g l, vterq; autem angulorum b k m & g l n rectus eſt ex diffinitione lineę perpendicularis ad ſuperficiem: quare per 32 primi duo trianguli m b k & n g l ſunt æquianguli, & ideo per 4 ſexti permutatim arguendo proportio m b ad b k eſt, vt proportio n g ad g l. eſt autem m b ſinus rectus arcus a b per tertij & diffinitionem, n g verò ſinus arcus a g, item b k ſinus arcus b r, g l autem ſinus arcus g s. proportio igitur ſinus arcus a b ad ſinum arcus b r eſt vt ſinus arcus a g ad ſinum arcus g s. Habemus ergo partem propoſitionis veram, quando duo puncta in vna circumferentia ſignantur. Signemus ea demum in duabus circumferentijs dictorum circulorum, ſitq; vnus b in circumferentia circuli a b g d, reliquus autem t in circumferentia circuli a e d, deſcendat à puncto r perpendicularis arcus r x ad circumferentiam circuli a b g d. Dico quòd proportio ſinus arcus a b ad ſinũ arcus b r eſt, vt proportio ſinus arcus d t ad ſinum arcus t x. Sint enim poli duorum circulorum h & 3, per quos tranſeat circulus magnus h 3 p e ſecãs circumferentias dictorum circulorũ in punctis p & e. In circumferentia itaq; circuli a b g d ſignata ſunt duo pũcta b & p, à quibus deſcendunt duo perpendiculares b r & p e: quare proportio ſinus arcus a b ad ſinum arcus b r eſt vt ſinus arcus a p ad ſinum arcus p e. Rurſus cum in circumferentia circuli a e d ſignata ſint duo puncta e & r, à quibus duo perpendiculares oriuntur e p & t x, erit proportio ſinus arcus d t ad ſinum arcus t x, ſicut ſinus arcus d e ad ſinum arcus e p, eſt autem proportio ſinus arcus d e ad ſinũ arcus e p, ſicut ſinus arcus a p ad ſinum eiuſdem arcus p e, vterq; enim arcuum a p & d e eſt quarta circumferentiæ vnius. proportio igitur ſinus arcus a b ad ſinum arcus b r eſt, vt ſinus arcus d e ad ſinum arcus t x, quę fuere peragenda. Sed forſitan adhuc animus pendet, attento quòd à quolibet puncto in ſuperficie ſphærica præter polum circuli cuiuslibet, extra tamen circumferentiam eius ſignato, geminos demittere liceat arcus perpendiculares ad circumferentiam ipſius circuli. poſsibile eſt enim per punctum ſignatum & polum circuli tranſire circulum alium magnum 15 tertij huius docente. circuli igitur hoc pacto deſcripti, duo arcus inter punctum ſignatum & circumferentiam circuli iacentis intercepti, perpendiculares erunt ex 1 huius ad circumferentiam circuli iacentis. In figuratione itaq; præſenti à puncto b prodibit perpendicularis, vnus ad partẽ inclinationis, reliquus autem ad partem oppoſitam. Idem quoq; accidet cæteris punctis in vtraq; circumferentiarum ſignatis, verùm hoc non interturbabit ſyllogiſmum noſtrum: nam hi duo perpendiculares cum ſint æquales ſemicircumferentiæ per 19 tertij huius, cõmunis animi conceptio eundem ipſi cõmunem donabit ſinum. quicquid igitur de vno arcuum prędicabit theorema noſtrum, & de reliquo demonſtratum habebitur.

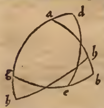
XVI.

In omni triangulo rectangulo omnium laterum ſinus ad ſinus angulorum, quos ſubtendunt, eadem eſt proportio.

Sit triangulus a b g angulum b rectũ habens. Dico quòd proportio ſinus lateris a b ad ſinũ anguli a g b eadem eſt proportioni ſinus lateris b g ad ſinũ anguli b a g, & proportioni, quam habet ſinus lateris a g ad ſinũ anguli a b g.

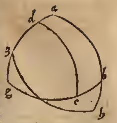


quod ſic demonſtrabimus. Neceſſe eſt, aut vtrunq; angulorum a & g eſſe rectũ, aut alterum eorum dũtaxat, aut nullum. Si vterq; eorũ rectus eſt, erit per hypotheſim & 2 huius punctus a polus circuli b g, b autem polus circuli a g & g polus circuli a b, quare per diffinitionem vnuſquiſq; trium arcuum dictorum determinabit quantitatem anguli ſe reſpicientis. idem igitur erit ſinus cuiuslibet trium laterũ & anguli ſibi oppoſiti, & ideo ſinus omnium laterum ad ſinus angulorũ ſe reſpicientium, proportionem eandem accipiunt videlicet æqualitatis. Si autem alter duntaxat angulorum a & g fuerit rectus, ſit ille, verbi gratia, angulus g. tradidit autem & hypotheſis angulum b rectum: quare per 2 huius a eſt polus circuli b g, & per 1 huius vterq; arcuum b a, & a g quadrans circumferentiæ magnæ. per diffinitionem igitur vnuſquiſq; arcuũ a b, b g & g a quantitatem anguli ſe reſpicientis determinabit, eritq; idem ſinus cuiuslibet lateris & anguli ſe reſpicientis cõuertendo diffinitionẽ ſinus anguli. vnde poſtremò conſtabit omnium laterum ſinus ad ſinus angulorum ſe reſpicientium, eandem habere proportionẽ ſcilicet æqualitatis, Quòd ſi neuter angulorum a & g rectus offeratur, non poterit aliquis trium arcuum lateralium eſſe quadrans circumferentiæ, quemadmodum ex 3 huius trahitur, verũ in triplici varietate habebuntur. Si enim vterq; angulorum a & g fuerit acutus, erit per 10 huius vterq; arcuum a b & b g minor quadrante, vnde & per 4 huius arcus a g minor quarta circumferentiæ. Creſcat igitur arcus g a verſus a donec fiet quadrans a d, ſecundum cuius chordam quæ eſt coſta quadrati magni ſuper puncto g facto polo deſcribatur circulus magnus, ſecãs arcum g b prolongatum in puncto e. prolongetur demum arcus a g ad partem pũcti g, donec quadrans habebitur a 3, cuius chorda ſuper polo a circumducta pariat circulum occurrentem arcui a b continuato in puncto h. Pinximus hoc pacto vnam figurationem. Si verò vterq; angulorum a & g obtuſum ſe prębeat, per media nuperrimè cõmemorata vterq; arcuum a b & b g quadrantem ſuperabit, arcus aũt a g quadrante minorem confitebimur. prolongato igitur vt anteavtrin q; arcu a g, donec & arcus g d quarta naſcetur & arcus a 3, ſuper polis g & a duo circuli magni deſcribãtur: quorum vnius ſuper g ſcilicet deſcripti circumferentia neceſſariò ſecabit arcum g b maiorem quadrante, quod fiat in puncto e, reliqui verò ſuper a deſcripti, ſecabunt arcum a b, quod contingat in puncto h. Sic altera ſurgit figuratio. Quòd ſi alter angulorum a & g obtuſus fuerit, reliquus autem acutus, ſit a obtuſus & g acutus, erit itaq; ex præallegatis locis vterq; arcuũ b g & g a quadrante maior, arcus autẽ a b minor eo. abſcindantur ergo ex arcu a g duo quadrantes g d & a 3 in arcu d 3 participantes, deſcriptoq; circulo vt prius ſuper g polo, circumferentia eius ſecabit arcum b g maiorẽ quadrante, quod fiat in puncto e, circũferentia autem circuli ſuper a deſcripti, non ſecabit arcum a b, cum ſit minor quadrante, ſed occurret ei quantũ ſat eſt porrecto, quod fiat in puncto h: Neutro igitur angulorum a & g recto exiſtente, tametſi figuratione triplici vtamur, ſyllogiſmus tamen erit vnicus. Cum enim duo circuli g d & g e ad ſe inclinati ſint, & in circumferẽtia circuli g d ſignentur duo puncta, ex quibus duo perpendiculares a b & d e deſcendunt, erit per præcedentem proportio ſinus arcus g a ad ſinum arcus a b ſicut ſinus arcus g d ad ſinum arcus d e, & permutatim ſinus g a ad ſinum g d, ſicut ſinus



a b ad

a b ad ſinum d e. Item duo circuli a 3 & a h ad ſe incli-
nati ſunt, ſignanturq́ue duo puncta g & 3 in circumferen-
tia circuli a 3, ex quibus deſcendunt duo arcus perpen
diculares g b & 3 b: quare per præmiſſam proportio
ſinus a g ad ſinum g b eſt tanquam ſinus a 3 ad ſinum
3 h, & permutatim ſinus a g ad ſinum a 3 ſicut ſinus g
b ad ſinum 3 h. eſt autem ſinus a g ad ſinum a 3, ſicut
ſinus g a ad ſinum g d, quòd vterq; arcuum a 3 & g
d quadrans habeatur. Sinus igitur lateris a b ad ſinum
d e, & ſinus lateris b g ad ſinum 3 h, eandem habent

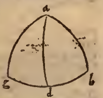


proportionem, quam videlicet ſinus lateris a g ad ſinum quadrantis. Sinus au
tem d e eſt ſinus anguli a g b, arcus enim d e determinat quãtitatem anguli
a g b, puncto g polo exiſtente circuli d e. Similiter ſinus 3 h eſt ſinus anguli
b a g. ſinus autem quadrãtis eſt ſinus anguli recti. quare ſinus lateris a b ad ſi-
num anguli a g b, & ſinus lateris b g ad ſinum anguli b a g, ſinus quoq; late-
ris a g ad ſinum anguli recti a b g vnam & eandem ſuſcipiũt proportionem,
quod erat declarandum.

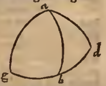
XVII.

In omni triangulo non rectangulo ſinus laterum ad ſinus angulorum eis oppoſitorum eandem habent proportionem.

Quam præcedens de triangulis rectangulis prædicabat paſsionem, præſens
quoq; de triangulis non rectangulis enunciat. Sit igitur triangulus a b g, nul-
lum habens rectum angulum. Dico quòd ſinus lateris a b ad ſinum anguli g,
ſinusq́ue lateris a g ad ſinum anguli b, & ſinus lateris b g ad ſinum anguli v-
nam & eandem proportionem accipiunt. Demittam enim ex pũcto a perpen
dicularem a d incidentẽ arcui b g ſi intra triangulum manſerit, aut occurren-
tem arcui b g opportunè prolongato ſi extra triangu-
lum ceciderit, quæ neutri arcuum a b & a g ſibi conter
minalium coincidere poterit: ſic enim alter angulorũ b
& g rectus haberetur, quem hypotheſis noſtra non re-
ctum tradidit. Cadat itaq; prius intra triangulum, diſtin-
guens duos triangulos a b d & a g d rectangulos, erit
ergo per præcedentem terminis permutatis proportio
ſinus a b ad ſinum a d, ſicut ſinus anguli a d b recti ad
ſinũ anguli a b d, ſed & per eandem præmiſſam propor-



tio ſinus a d ad ſinum a g tanquam ſinus anguli a g d ad ſinum anguli a d g
recti. cumq; ſit idem ſinus anguli a d g & anguli a d b, quòd vterq; eorum re-
ctus eſt, erit per æquam proportionalitatem indirectam ſinus a b ad ſinũ a g
veluti ſinus anguli a g b ad ſinum anguli a b g, & permutatim ſinus lateris a
b ad ſinum anguli a g b tanquam ſinus lateris a g ad ſinum anguli a b g. Ean-
dem deniq; cõcludes proportionẽ ſinus lateris b g ad
ſinum anguli b a g, ſi prius ab altero punctorũ angula-
rium b & g ad latus ſibi oppoſitũ demiſeris arcũ per-
pendicularem. Quòd ſi perpendicularis a d extra trian
gulum ceciderit mutata parumper figuratione priſtinũ
repetemus ſyllogiſmum. Erit enim ex præmiſſa permu-
tatim arguendo ſinus a b ad ſinum a d tanquam ſinus



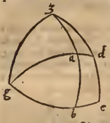
anguli a d b ad ſinum anguli a b d recti. itemq; ſinus a d ad ſinum a g, ſicut
ſinus anguli a g b ad ſinum anguli a d g recti; quare per æquam indirectam

erit ſinus lateris a b ad ſinum lateris a g, ſicut ſinus anguli a g b ad ſinum anguli a b d. ſinus autẽ anguli a b d eſt etiam ſinus anguli a b g per cõmunem ſcientiam. ſinus igitur a b ad ſinum a g eſt vt ſinus anguli a g b ad ſinum anguli a g b, & ideo permutatis terminis, erit ſinus lateris a b ad ſinum anguli a g b, tanquam ſinus lateris a g ad ſinum anguli a b g. Hanc demum conuincemus eſſe proportionem ſinus lateris b g ad ſinum anguli b a g, quemadmodum hactenus proceſsimus. Paſsionem igitur quæ de triangulis rectangulis & non rectangulis ſingulatim in hiſce demonſtrabatur theorematibus, cõmuniter tandem de omnibus triangulis qualeſcunq; fuerint concludere licebit, quę res quantos & quàm iucundos allatura ſit fructus pedetentim intuebimur.

XVIII.

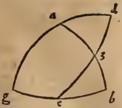
In omni triangulo unicum habente rectum angulum, proportio ſinus anguli non recti ad ſinum anguli recti eſt, ut ſinus complementi anguli reliqui ad ſinum complementi lateris eum ſubtendentis.

Sit triangulus a b g, cuius angulus b quidem ſit rectus, neuter autem duorum a & g rectus habeatur. Dico quòd proportio ſinus anguli b a g ad ſinũ anguli b recti eſt, vt ſinus complementi anguli a g b ad ſinum complementi lateris a b, ſimiliter ſinus anguli a g b ad ſinum anguli b recti ſe habet, tanquam ſinus complementi anguli b a g ad ſinum complemẽti arcus b g, quod ſic demonſtrabimus. Quoniam neuter angulorum a & g eſt rectus, erit aut vterq; eorum acutus vel obtuſus, aut alter acutus & reliquus obtuſus. Sit primò vterq; acutus, quamobrem per 10 huius vtrunq; laterum a b & b g minus erit quadrante, ideoq; per 4 huius & arcus a g minor exiſtet quadrante, protendatur ergo g a ad partem puncti a, donec fiat quadrans g d, ſecundum cuius chordam ſuper g facto polo circumducatur circulus ſecans arcum g b ſatis prolongatum in puncto e, arcus deniq; b

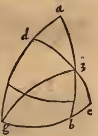


a ad partem puncti a porrectus coincidat circumferentiæ circuli ſuper g polo circumducti in puncto 3, quem ex 1 huius conſtabit eſſe polum circuli g b e. per 2 autem huius vterq; arcuum 3 b & 3 e quadrans habebitur, & angulus 3 e g rectus: quare per diffinitionem arcus a 3 erit complementum lateris a b, arcus autem d 3 complementum arcus d e. cumq; arcus d e determinet quantitatem anguli a g b, puncto g polo exiſtente circuli 3 d e, determinabit arcus 3 d quantitatem complementi anguli a g b, quod facilius ducto arcu g 3 confiteberis. Eſt autem proportio ſinus anguli b a g ad ſinum anguli a b g recti per 16 huius conuerſim arguendo, ſicut proportio ſinus b g ad ſinum g a. ſinus demum b g ad ſinum g a, ſicut ſinus d 3 ad ſinum 3 a per 15 huius: quoniam in circumferentijs duorum circulorum g a d & 3 a b ſignata ſunt duo puncta g & 3, à quibus alternatim deſcendunt duo arcus perpendiculares ad circumferentias huiuſmodi circulorum, g b quidem propter angulum a b g rectum ex hypotheſi, 3 d autem propter angulum 3 d g rectum, g polo circuli 3 d exiſtente. Sinus autem 3 d eſt ſinus complementi anguli a g b, & arcus a 3 eſt complementum lateris a b. Proportio igitur ſinus anguli b a g ad ſinum anguli a b g recti, eſt tanquam ſinus complementi anguli a g b ad ſinum complementi lateris eum ſubtendentis. Quòd ſi fuerit vterq; angulorum a & g obtuſus per 11 huius vtrunq; laterum a b & b g quadrantem ſuperabit: vnde & latus a g minus quarta enunciabitur. Creſcat igitur arcus g a, donec arcus g d per a punctum incedens fiet quadrans, ſecundum cuius

chordam



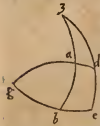
chordam deſcribatur circulus magnus, ſecans neceſſariò arcum g b, quod fiat in puncto e, ſecabit autem circulus ille neceſſariò arcum a b in puncto qui ſit 3. per 1 itaq; huius duo arcus g e & e 3 perpendiculariter ſibi inuicem inſiſtent, cumq; per hypotheſim arcus a b perpendicularis ſit ad arcum b g angulo b recto exiſtente, erit per 2 huius 3 polus circuli b g, & per corollarium eiuſdem vterq; arcuum 3 b & 3 e quadrans circumferentiæ: quare per diffinitionem arcus a 3 erit complementum arcus a b, arcus etiam 3 d determinabit complementum anguli a g b, quod apertum videbitur ſi arcum g 3 produxerimus. erit enim angulus h g 3 rectus, arcu 3 b quadrante exiſtente, ſinus ergo arcus 3 d erit ſinus complementi anguli a g b. Cum itaq; in circumferentijs duorum circulorum a g & a b ad ſe inclinatorum ſignauerimus duo puncta g & 3, à quibus deſcendunt duo perpendiculares, g b quidem ad arcum a b propter angulum b rectum ex hypotheſi, 3 d autem ad arcum g d propter g polum circuli d 3, erit per 15 huius cōuerſis terminis proportio ſinus arcus b g ad ſinum arcus g a, tanquam ſinus d 3 ad ſinum arcus 3 a, videlicet tanquam ſinus complementi anguli a g b ad ſinum complementi lateris a b, ſinus autem arcus b g ad ſinum arcus g a ſe habet per huius permutato terminorum ſitu, tanquam ſinus anguli b a g ad ſinum anguli a b recti, & ideo ſinus anguli b a g ad ſinum anguli a b g recti ſe habet, ſicut ſinus complementi anguli a g b ad ſinum complementi lateris a b ipſum ſubtendentis. Poſtremò alter angulorum a & g ſit obtuſus, verbi gratia, angulus a, & reliquus g acutus, erit itaq; per media ſupradicta arcus a b minor quadrante, vterq; verò arcuum a g & g b quadrantem ſuperabit. reſecabo igitur ex arcu a g quadrantem g d, deſcriptoq; circulo ſecundum quantitatem g d ſuper g polo, circumferentia eius neceſſariò concurrens cum arcu g b quadrantem ſuperante ſecabit arcum a b, quod fiat in puncto 3, quem oportet eſſe polum circuli b g, per 2 huius propter binos angulos apud b & e rectos, vnde & ex corollario eiuſdem vterq; arcuum 3 b & 3 e quadrans conuincetur. Cumq; arcus d e quātitatem anguli a g e determinet, arcu 3 e quadrante exiſtente, arcus d 3 quantitatem complementi anguli a g b determinabit, quod aut incertum affirmabis, vbi arcum g 3 produxeris. ſimiliter a 3 erit complementum lateris a g. In circumferentijs autem duorum circulorum a g & a b ad ſe inclinatorum (eiſdem enim characteribus nunc arcus nūc circulos ſuos more noſtro repræſentamus) ſignata ſunt duo puncta g & 3, à quibus alterni egrediuntur perpendiculares g b & 3 d, quod non niſi ex locis cōmemoratis oſtendemus, & tandem ſyllogiſmo freti priſtino concludemus ſinum anguli b a g ſe habere ad ſinum anguli a b g recti tanquam ſinum complementi anguli a g b ad ſinum complementi arcus eum ſubtendentis, quod iuuat attigiſſe. Non aliter procedemus angulum a g b vice anguli b a g aſſumentes, cæteris vt res ipſa poſtulat commutatis.



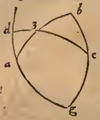
XIX.

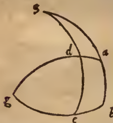
In omni triangulo, cui unicus eſt rectus angulus, ſinus complementi lateris rectum ſubtendentis angulum ad ſinum complementi alte-

rius rectum ambientium, eam habet proportionem, quam ſinus complementi reliqui lateris ad ſinum quadrantis.



Sit triangulus ſphæralis a b g angulum b rectum habens, & vtrunq; reliquorum non rectū. Dico, quòd proportio ſinus complementi lateris a g ad ſinum complementi lateris a b, eſt vt ſinus complementi lateris b g ad totum ſcilicet ſinum quadrantis, itemq; ſinus cōplementi eiuſdem lateris a g ad ſinum complementi lateris b g tanquam ſinus complementi lateris a b ad ſinum quadrantis. Huius demonſtrationem afferemus ſimplicem, tametſi triuaria ſoleat eſſe figuratio. Si enim vterq; angulorum a & g acutus fuerit, erit per media in præmiſsis ſæpenumero adducta, vnumquodq; laterum trianguli noſtri minus quadrante. Prolongetur ergo latus g a ad partem puncti a, donec fiet arcus g d quarta circumferentiæ, ſecundum cuius chordam ſuper g polo circulus deſcriptus ſecabit arcum g b ſatis cōtinuatum, quod fiat in puncto e: ſecabit autem & arcum b a prolongatum, quod fiat in puncto 3. Si denique vterq; angulorum a & g obtuſum ſe præbeat, erit vterq; arcuum a b & b g maior quadrante, arcus autem a g quadrante minor, quo creſcente donec fiet quadrans a d, ſecundum chordam ipſius deſcribatur circulus magnus ſecans neceſſariò arcum g b quadrante maiorem in puncto qui ſit e, arcum autem a g in puncto quem vocabimus 3. Et ſi poſtremò alter angulorum a & g obtuſus fuerit, verbi gratia angulus a, reliquus autem acutus, erit vterq; arcuum a g & g b quadrante maior ex allegatis locis, arcus autem a b minor quadrante. Abſcindam igitur ex arcu g a quadrantem g d, ſecandum cuius chordam ſuper polo g circulum magnum deſcribo, qui ſecet arcum b g in puncto e, & arcum b a cōtinuatum in puncto 3. Quibus ita ordinatis conſtabit per 2 huius 3 eſſe polum circuli b g propter binos angulos apud b & e rectos, & per corollariū eiuſdem vtrunq; arcuum 3 b & 3 e eſſe quadrātem: quare per diffinitionem arcus a 3 eſt complementum lateris a b, arcus autem a d complementum lateris a g, & arcus b e complementum lateris b g. Cumq; duo circuli 3 b & 3 e ad ſe inclinati ſint, in quorum vnius ſcilicet 3 b circumferentia ſignantur duo puncta a & b, ex quibus perpendiculares arcus ad circumferentiam alterius deſcendunt, qui ſunt a d & b e, propter binos angulos apud d & e rectos g polo circuli 3 e exiſtente, erit per 15 huius proportio ſinus 3 a ad ſinum a d, ſicut ſinus 3 b quadrantis ad ſinum b e, & permutatim ſinus 3 a complementi, ſcilicet arcus a b ad ſinum quadrantis 3 b tanquam ſinus a d complementi lateris a g rectum ſubtendentis angulum ad ſinum b e complementi ſcilicet lateris b g rectum ambientis, quod proponebatur confirmandum.



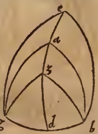


XX.

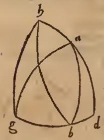
In omni triangulo non rectangulo perpēndicularis à uertice anguli cuiuslibet ad latus ſibi oppoſitum demiſſus cum duobus lateribus ſibi

bus ſibi conterminalibus duos complectetur angulos, eritq́ proportio ſinus dextri ad ſinum ſiniſtri eorum angulorum, tanquam ſinus complementi anguli dextri ipſius trianguli ad ſinum complementi anguli ſiniſtri.

Angulum dextrum appello, quem facit perpendicularis cum latere trianguli dextro. Siniſtrũ autem quem cum ſiniſtro. Sit triangulus a b g, nullum habens rectum angulum, à cuius anguli vertice deſcendat arcus a d perpendicularis ad arcum b g, complectens cum duobus lateribus trianguli ſibi cõterminalibus duos angulos, cum latere quidem a b dextro angulum b a d, cum latere autem ſiniſtro a g angulum a g d. Dico quòd proportio ſinus anguli b a d ad ſinum anguli g a d, eſt ſicut proportio ſinus complementi anguli a b g ad ſinum complementi anguli a g b. Perpendicularis enim arcus aut cadit intra triangulum, aut extra, cum neutri arcuum ſibi conterminalium coincidere poſsit. ſic nanq́ alter angulorum b & g rectus fieret, quem hypotheſis non rectum tradidit, vnde etiam palam quod perpendicularis cum duobus lateribus duos continebit angulos. Cadat primum intra, & ſit minor quadrante, quod quidem accidit, dum vterq́ angulorum b & g acutus fuerit, quemadmodum ex 8 huius trahitur, non poteſt autem eſſe quadrans angulo a b g non exiſtente recto. Extendatur ergo d a vſq́ ad e donec arcus d e quadrans habeatur, eritq́ per 2 huius e polus circuli b g, à quo duobus punctis b & g occurrant duo arcus circulorũ magnorum e b & e g, quos oportet eſſe quadrantes perpendiculariter quidem arcui b g inſiſtentes, eritq́ per diffinitionem angulus a b e complementum anguli a b g, & angulus a g e complementum anguli a g b. Per 17 autem huius conuerſis terminis eſt proportio ſinus anguli a b e ad ſinum arcus a e tanquã ſinus anguli e a b ad ſinum quadrantis e b, & per eandem ſinus arcus a e ad ſinum anguli a g e, ſicut ſinus quadrantis e g ad ſinum anguli e a g. Sinus autem quadrantis e g eſt etiam ſinus quadrantis e b, per æquam igitur ſinus anguli a b e ad ſinum anguli a g e proportionem habet, quam ſinus anguli e a b ad ſinum anguli e a g. Cumq́ ſinus anguli e a b ſit etiam anguli b a d, quòd ſimiliter ſinus anguli e a g ſinus habeatur anguli d a g, quod bini binis rectis equipolleant, erit proportio ſinus anguli b a d ad ſinum anguli g a d, tãquam ſinus anguli a b e, ſcilicet complementi anguli a b g ad ſinum anguli a g e, ſcilicet complemẽti anguli a g b, quod libuit efficere. Si autem arcus a d quadrante maior extiterit, quod quidem euenit vtroq́ angulorum b & g obtuſo exiſtente, abſcindatur ex eo quadrans 3 d, & à puncto 3 quem 2 huius polum circuli b g demonſtrat, duo arcus procedant duobus punctis b & g occurſuri, quos liquet eſſe quadrantes per 1 huius orthogonaliter inſidentes arcui b g, angulus igitur a b 3 eſt complementum anguli a b g per diffinitionem. itemq́ angulus a g 3 complementum anguli a g b diffinietur. Eſt autem per 17 huius conuerſim arguendo proportio ſinus anguli b a 3 ſiue b a d ad ſinum quadrantis 3 b, veluti ſinus anguli a b 3 ad ſinum arcus a 3, & per eandem ſinus quadrantis 3 g ad ſinum anguli g a 3 ſiue g a d tanquam ſinus arcus a 3 ad ſinum anguli a g 3, per ęquam igitur ſinus anguli b a d ad ſinum anguli g a d erit vt ſinus anguli a b 3, ſcilicet complementi anguli a b g ad ſinum anguli a g 3, ſcilicet complementi anguli a g b. Cadat demum perpendicularis extra triangulum, altero angulorum b & g obtuſo exiſtente, & reli-

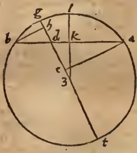


quo acuto, quemadmodum ex 8 huius trahitur. Obuiabit autem perpendicularis arcui g b prolongato ad partem anguli obtuſi, qui verbi gratia ſit b, eritq́ minor quadrante, quòd angulus a b d acutus habeatur. extendamus igitur eum donec quadrans fiet ad punctum quidem h terminatus, quem oportet eſſe polum circuli b g 2 huius arguente. ab eo itaq́ polo duo arcus egrediantur h b & h g, qui erunt quadrantes orthogonaliter arcui b g incidentes per 1 huius, quo fit vt angulus a b h complementum anguli a b g habeatur, angulusq́ a g h complementum anguli a g b. eſt autem per 17 huius conuerſis terminis proportio ſinus anguli b a h ad ſinum quadrantis h b, tanquam ſinus anguli a b h ad ſinum arcus a h. & per eandem ſinus quadrantis h g ad ſinum anguli h a g: veluti ſinus a h ad ſinum anguli a g h. per æquam igitur proportioni ſinus anguli b a h ad ſinum anguli h a g, æqualis eſt proportio ſinus anguli a b h ad ſinum anguli a g h, ſinus aũt anguli b a h eſt & ſinus anguli b a d. itemq́ ſinus anguli g a h eſt ſinus anguli g a d: quare proportio ſinus anguli b a d ad ſinum anguli g a d, tanquam ſinus anguli a b h complemẽti videlicet anguli a b g ad ſinum anguli a g h complementi ſcilicet anguli a g b habebitur. Ratum igitur exegimus, quod proponebatur.



XXI.

Si quis arcus notus minor ſemicircumferentia in duos diuidatur: quorum ſinus proportionem habeant datam, vterq́ eorũ notus erit.



Sit arcus a g b datus minor ſemicircumferẽtia diuiſus in duos arcus a g & g b, ſitq́ proportio ſinus arcus a g ad ſinum arcus g b data. Dico quòd vterq́ arcuum partialium a g & g b datus habebitur. Subtendatur enim arcui a g b chorda ſua a b, ducaturq́ per punctum g & centrum circuli 3 diameter circuli ſecans chordam a b in puncto d. ex punctis autem a & b arcum a b terminantibus duę rectæ deſcendant perpendiculares ad diametrũ, quæ ſint a e & b h, quarum vtranq́ conſtat eſſe ſinum rectum arcus ſibi conterminalis, a e quidem arcus a g, & b h arcus b g, educatur etiam ſemidiameter 3 l orthogonaliter ſecans chordam a b in puncto k. Si igitur proportio ſinuum data fuerit proportio æqualitatis, erunt duo arcus a g & g b æquales per communem ſcientiam ſinibus ſuis æqualibus exiſtentibus. cumq́ totus arcus a g b ſit notus, erit & vterq́ arcuum a g & g b notus ex communi animi ſenſu. Si verò proportio dictorum ſinuum non fuerit proportio æqualitatis, erit alter eorum altero maior: ſit itaque a e maior ſinu b h, vnde & arcus a g maior erit arcu g b. cum autem proportio a e ad b h ſit nota, oportet eam in terminis notis reperiri per diffinitionem proportionis datæ, & ideo per quintam primi huius in numeris notis, qui ſint r & s, r quidem maior, & s minor, ita vt ſit proportio ſinus a e ad ſinum b h ſicut r ad s: cum autem duo trianguli a e d & b h d rectanguli duos angulos apud contrapoſitos habeant æquales, erunt ipſi per 32 primi æquianguli, & ideo per 4 ſexti proportio a e ad b h, ſicut

ſicut a d ad d b, proportio autem a e ad b h erat tanquam r ad s: quare & proportio a d ad d b eſt veluti r ad s, & coniunctim a b ad b d, ſicut r s ad s, tres autem harum quantitatum notæ ſunt, r s quidem propter duos numeros r & s notos, numerus autem s ex eis quæ ſupradicta ſunt, chorda deniq; a b propter arcum a g b notum, intercedente tabula ſinuum aut chordarum, quarta igitur ſcilicet linea b d nota veniet per 19 primi huius, eſt autem b k nota medietas chordæ a b per communem animi ſententiam. Nam cuius totum datur, eius etiam medium innoteſcit: reliqua igitur d k nota erit. educta inſuper ſemidiametro 3 a, erit triangulus 3 a k rectangulus, cuius duo latera 3 a & a k nota ſunt, vnde & per 26 primi huius linea 3 k nota prodibit. triangulus itaq; 3 d k duo latera 3 k & k d habens cognita, angulum d 3 k cognitum afferet per 27 primi huius, qui quidem ad quatuor rectos eam habet proportionem, quam arcus g l ad totam circumferētiam, quemadmodum ex vltima ſexti trahitur: arcus igitur g l notus habebitur, quem ſi arcui a l dimidio ſcilicet arcus a g b addideris, reſultabit arcus a g notus, ipſe demū ex eodem arcu dimidio, ſiue ex arcu b l ablatus relinquet arcum g b cognitum, vterq; igitur arcuum partialium notus habebitur, quod pollicebatur noſtrum theorema. Poſſumus autem & ea, quæ demōſtrauimus, applicare ad arcum ſemicircumferentia maiorem, vt ſi arcus a t b notus diuidatur in duos arcus a t & t b, quorum ſinus proportionem habeant notam, dum tamē vterq; arcuum partialium fuerit minor ſemicircumferentia, ſic enim neceſſe eſt diametrum circuli per punctum t tranſeuntem, quæ ſit t g ſecare chordam a b arcus a t b, quæ & arcui a g b communis, vnde & ſecabit arcum a g b minorem ſemicircumferentia, & diſtinguet ex eo duos particulares arcus ſcilicet a g & b quorum ſinus proportionem habebunt datam: quoniam & huiuſmodi ſinus communes ſunt duobus arcubus a t & t b, vtrunq; igitur arcuum a g & g b ex ſupradictis cognitum ſubtrahemus à ſemicircumferentia, & relinquetur ſocius ſuus, arcus videlicet in ſinu ſecum participans. Quòd ſi arcus a g b fuerit ſemicircumferentia, & diuidatur in duos arcus a g & g b vt contingit, tametſi fuerit data proportio ſinus illius ad ſinum iſtius, quam oportet eſſe proportionem æqualitatis per communem ſcientiam, non tamen alter eorum neceſſariò dabitur, infinitis enim modis poteſt diuidi arcus ille, qui eſt ſemicircumferentia proportione ſinuum, quos habent arcus particulares, non mutata.

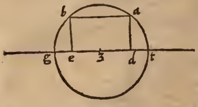
Operationem hoc pacto perficies. Si proportio ſinuum data fuerit æqualitatis, arcum datum dimidiabis, & habebis duos particulares arcus cognitos. Si verò fuerit inæqualitatis, duos terminos eius congregabis, collectumq; pro primo ſtatuas numero, minorem autem terminum proportionis datæ pro ſecundo, & numerum chordæ arcus dati pro tertio. multiplica igitur ſecundum per tertium, & productum diuide per primum, quodq; exibit à dimidia chorda arcus dati auferas, & reſiduum cuſtodias, deinde ſemidiametro circuli in ſe multiplicata, aufer quadratum dimidiæ chordę arcus dati, quod autem relinquetur quadrato eius, quod cuſtodiri præcepimus, coniunge, & collecti radicem elice quadratam, cuſtoditum deniq; per ſinum totum extende, & productum in radicem elicitam diſtribuas, exibit enim ſinus differentiæ, quæ eſt inter dimidium arcum datum, & vtrunq; arcuum quæſitorum, quam ex tabula ſinus inuentam minue ex dimidio arcu dato, & relinquetur arcus minor quæſitus, aut eidem adde, vt reſultet arcus maior. In exemplo. Ponatur arcus 40 graduum, & proportio ſinus arcus a g maioris ad ſinum arcus g b minoris, ſicut 7 ad 4 colligo 7 & 4 fiunt 11 pro primo numero: 4 autem accipiam pro ſecundo, & 41042 ſcilicet chordam arcus dati pro tertio, multiplico 41042 per 4 produ-

cuntur 164168, quæ diuido per 11 exeunt 14924, linea videlicet d b, quam ſubtrahe à medietate chordæ manenti 5597, cuſtodienda pro linea d a. Itē ſemidiameter, ſiue ſinus totus 60000, quę duco in ſe, producūtur 3600000000, à quo aufero quartum dimidiæ chordæ, quod eſt 421111441, manebunt 3178888559, hoc addo quadrato lineæ d k ſcilicet 31326409, reſultant 3210214968, huius radix quadrata ferè eſt 56659, quam ſeruo, deinde multiplico numerum lineæ d k per ſinum totum, producuntur 335820000, quę diuido per radicem ſeruatam, exeunt 5927, huius arcus $\overline{5}$ 40 ferè, quem deme ex dimidio arcu dato ſcilicet $\overline{20}$ manent $\overline{14}$.20 arcus ſcilicet g b, item eidem ipſum addo, veniunt $\overline{25}$.40 & totus ferè habebitur arcus a g.

XXII.

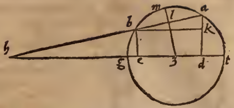
Si data fuerit differentia duorum arcuum cum proportione ſinuū ſuorum, uterq; eorum cognitus habebitur.

Duos arcus a g & g b cōterminales intelligantur, minorq́; qui eſt g b pars maioris a g: quorum differentia ſit data arcus videlicet a b, eorumq́; ſinus habeant datam proportionē. Dico quòd vterq; eorum notus reddetur. Incedat enim per g terminum cōmunem arcuum dictorum & centrum circuli 3 linea recta vtrinq; indefinita, diametrum tamen circuli g t complectens, educaturq́; ſemidiameter 3 m ſecās chordam a b orthogonaliter in puncto l, à pūctis autem a & b chordam a b terminantibus duæ perpendiculares a d & b e ad diametrum deſcendant, quas conſtat eſſe duos ſinus arcuum a g & g b.



Si itaq; ipſi fuerint ęquales, hoc eſt proportio ſinuum data fuerit proportio æqualitatis erit per communem ſcientiam arcus g b æqualis arcui a t. dempto igitur a b noto per hypotheſim ex ſemicircumferentia nota, reſidui medietas, arcus ſcilicet b g minor cognitus erit, cui ſi arcum a b notum adieceris, prodibit arcus a g maior cognitus. Si verò alter ſinuum maior reliquo extiterit, ſit verbi gratia arcus maioris a g ſinus, maior ſinu arcus minoris b g, abſcindaturq́; ex ſinu a d linea recta k d æqualis ipſi b e, ducta linea b k, quæ per 33 primi æquediſtabit lineæ e d, vnde & per 34 primi angulus e b k rectus habebitur angulo e d k recto exiſtente & ideo angulus a b e rectum ſuperabit. Producta autem linea ab a per b indefinita ex parte puncti b, erit reliquus angulus apud b acutus. cumq́; ſit angulus b e g rectus, linea dicta a b ſatis porrecta concurret cum linea t g opportunè prolongata, quod fiat in puncto h. Quoniam igitur proportio a d ad b e data eſt. in numeris eam reperiemus per corollarium quintæ primi huius, qui ſint r & s, r quidem maior numero s, quorum differentia ſit x. Eſt autem per quartam ſexti proportio a d ad b e, & ideo r ad s tanquam a h ad h b: quare diſiunctim a b ad b h ſicut differentia numerorum r & s, videlicet x ad ipſum numerum s: cumq́; tres harum quantitatum proportionalium ſint datæ, a b quidem chordam arcus ſuus notificat per tabulam ſinuum aut chordarum, erit & linea b h nota, & ideo tota a h cognita veniet. item b l medietas lineæ a b notæ non erit incognita, vnde & linea h l data comparabitur. Quod igitur ſub a h & h b continetur per 16 primi huius notum erit, ipſum autem æquatur ei quod ſub t h &

h g per

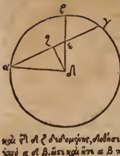


h g per tertij, quam-
obrem quod ſub t h &
h g continetur notum
erit, cui ſi quadratum ſe-
midiametri 3 g notę ad-
iecerimus, reſultabit per
ſextam 2 quadratum li-
neæ h 3 notum, vnde &
ipſa h 3 linea cognoſce-
tur. Trianguli ergo 3 h l rectanguli duo latera 3 h & h l nota ſunt: quare per
27 primi huius, angulus eius h 3 l notus erit, cuius deniq; numerus arcum g m
notum faciet, ad quem ſi arcum m a, medietatem ſcilicet arcus a b dati adiun-
xeris, arcum a g notum habebis, itemq; ſi ex eodem arcu g m dimidium ar-
cum datum reieceris, arcus b g notus relinquetur, quod hactenus expectaui-
mus. Quòd ſi maior duorum ſinuum minoris fuerit arcus, vt ſi quis offerat pro-
portionem ſinus arcus b t ad ſinum arcus a t, cum arcu a b noto, non aliter
quàm nuperrimè peragendũ erit, donec elicietur arcus b g cognitus, quo dem
pto ex ſemicircumferentia, relinquetur arcus b t notus, cui ſi arcum a b ex hy
potheſi notum ſubtraxeris, arcum minorem a t notum relinques.

Operatio. Si data proportio ſinuum fuerit æqualitatis, ſubtrahe arcum
datum ex ſemicircumferentia, & reſidui dimidium erit arcus minor quæſitus,
cui ſi arcum datum adieceris, reſultabit arcus maior. Si verò fuerit proportio
inæqualitatis, & ſinus maioris arcus maior ſinu arcus minoris, differentiam ter-
minorum proportionis datæ conſtitue primum numerum, terminum autem
minorem pro ſecundo, & chordam arcus dati, qui eſt differentia arcuum quæ-
ſitoris, pro tertio. Multiplica igitur ſecundum per tertium, & productum diui-
de per primum, & quod exibit addas chordæ dimidiæ arcus dati, collectumq;
ſerua. Idem quoq; adde toti chordæ arcus dati, & collectum multiplica per id
quod chordæ toti & eius medietati addidiſti, eiq; quod producitur, quadra-
tum ſemidiametri, ſcilicet ſinus totius adijcias, huius demum aggregati radi-
cem elice quadratam. Deinde quod ſupra ſeruatum iri iuſsimus, per ſinum to-
tum multiplica, & productum diuide in radicem iam elicitam, ab exeuntisq;
arcu dimidium arcũ datum minue, & relinquetur arcus minor quæſitus, quem
& eidem ſi addideris, maiorem arcum quæſitum numerabis. In exemplo. Po-
natur proportio ſinus arcus a g, ad ſinum arcus b g, ſicut 20 ad 13, ſitq; diffe-
rentia arcuum 40, huius chorda eſt 41042 differentia 20.4.13 eſt 7. Multipli-
co igitur 41042, per 13 producuntur 533546, quæ diuido per 7 exeunt 76221,
linea ſcilicet b h. huic addo medietatem chordæ a b, ſcilicet 20521, reſultant
96742, linea ſcilicet l h. item colligo 76221, & 41042, veniunt 117263, quæ
multiplico per 76221, procreantur 8937903123, quibus addo quartum ſinus
totius, quod eſt 3600000000, colliguntur 12537903123, huius radix quadrata
eſt 111973, quam ſeruo: deinde multiplico 96742, per 60000, producuntur
5804520000, quæ diuido per 111973, exeunt 51839 ſinus ſcilicet arcus m g,
qui erit 59 45, à quo aufero 20, manebit arcus b g 39.46 item adde 20 veniunt
79. 46, & tantus computabitur arcus a g.

Quoniam Claudius Ptolemæus duas has præcedentes pro-
poſitiones & breuiùs & faciliùs libro primo μεγάλης συντάξεως cap.
decimo demonſtrauit: non abs re fore nobis uiſum fuit, ſi hic
eas interponeremus.

δευτέρου κυκλικοῦ λημμάτιον.



Παρακολουθεῖ δὲ αὐτόθεν, ὅτι κἂν δοθῶσιν ἥτε α γ ὅλη περιφέρεια, καὶ ὁ λόγος ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς α β πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς β γ, δοθήσεται καὶ ἑκατέρα τῶν α β καὶ β γ περιφερειῶν. ἐκτεθείσης γὰρ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ἐπεζεύχθω ἡ α δ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ δ κάθετος ἐπὶ τὴν α ε γ ἡ δ ζ. ὅτι μὲν οὖν τῆς α γ περιφερείας δοθείσης, ἥτε ἀπὸ α δ ζ γωνία, τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς ὑποτείνουσα, δεδομένη ἔσται καὶ ὅλον τὸ α δ ζ τρίγωνον δῆλον. ἐπεὶ δὲ τῆς α γ εὐθείας ὅλης δεδομένης, ὑπόκειται καὶ ὁ τῆς α ε πρὸς ε γ λόγος, ὁ αὐτὸς ὢν τῷ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς α β πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς β γ, ἥτε α ε ἔσται δοθεῖσα καὶ λοιπὴ ἡ ζ ε. καὶ διὰ τοῦτο καὶ τῆς δ ζ δεδομένης, δοθήσεται καὶ ἥτε ὑπὸ ε δ ζ γωνία τοῦ ε δ ζ ὀρθογωνίου, καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ α δ β. ὥστε καὶ ἥτε α β περιφέρεια δοθήσεται, καὶ λοιπὴ ἡ β γ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

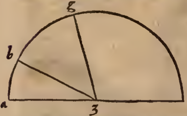
Has propoſitiones ita Latinè conuertimus.

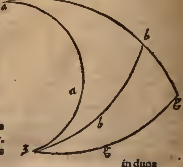
1 Si quis arcus notus in duos diuidatur, quorum ſinuum ratio inter ſe conſtet, ipſi arcus etiam cognoſcentur.

Ex hoc ſequitur, ſi dentur tota circumferentia α γ, & ratio ſubtenſæ duplo circumferentiæ α β ad ſubtenſam duplo circumferentiæ β γ, dabitur quoque vtraque circumferentiarum α β & β γ. Cōſtituta enim eadem deſcriptione, coniungātur recta linea α δ & à ſigno δ agatur cathetus δ ζ in ipſam α ε γ. Cum igitur detur circumferentia α γ cum angulo α δ ζ ſemiſſem eiuſdem circumferentiæ ſubtendente, etiam totum α δ ζ triangulum manifeſtum erit. Poſtquàm verò α γ arcum ſubtendens tota data eſt, & ex conſtituto ratio α ε ad ε γ, quę eadem rationi ſubtenſæ duplo circumferentiæ α β ad ſubtendentem duplum β γ, etiam data erit α ε, & reliqua ζ ε. Igitur data δ ζ, dabitur etiam angulus ſub ε δ ζ trigoni rectanguli ε δ ζ, & totus angulus, qui ſub α δ β continetur. hinc etiam circumferentia α β & reliqua ε γ, id quod demonſtrare oportebat. Praxis huius propoſitionis facilis ſit: quæratur ſinus verſus dimidij arcus dati, qui auferatur ex ſinu toto, & ex α ε auferatur media pars α γ, tum relinquētur ζ ε. Iam notis lateribus ζ ε & ζ δ, inuenietur angulus ζ δ ε, & iungatur α δ ζ angulo, vt habeatur totus α δ β.

XXIII.

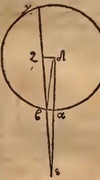
Si angulum notum in duos particulares ſecueris angulos, quorū ſinus proportionem habeant datam, vterque eorum notus erit.





Hæc ad angulos ſuperficiales & planos rectilineos & ſphærales accommodabitur. Sit angulus huiuſmodi notus a 3 g diuiſus in duos

in duos a 3 b & b 3 g. ſitq́ proportio ſinus anguli a 3 b ad ſinum anguli b 3 g data. Dico, quòd vtrunq eorum cognoſcet Geometra. Super vertice enim anguli, ſcilicet puncto 3 facto centro, ſi planus & rectilineus fuerit, ſecundum quantamlibet diſtantiam deſcribatur circulus a b g, aut ſuper puncto 3 facto polo ſecūdum chordam quadrantis magni circulus a b g circumducatur, prolongenturq́ tria latera angulos particulares complectentia, donec obuiabunt circumferentiæ deſcripti circuli in punctis a, b, & g. Vnuſquiſq igitur trium arcuum, a g quidem totalis, & duorum partialium a b & b g quantitatem anguli ſe reſpicientis determinat, vnde & ſinus illorum arcuum tanquam ſinus angulorum ſuorum cenſebimus. Oportet autem arcum a g eſſe notum per 19 primi huius, ſed & ſinus duorum arcuum a b & b g, qui ſunt etiam angulorū ſuorum, proportionem habebunt notam: quare per 21 huius vterq illorum arcuū notus erit, & ideo per corollarium primi huius vterq angulorum a 3 b & b 3 g notus habebitur, quod erat deducendum. Operatio huius ab opere 21 huius in nullo diſcrepat, niſi quòd vice angulorum arcus ſe determinantes accipias.



Καὶ ἐνταῦθα δὲ αὐτόθεν παρακολουθεῖ, διότι κἂν ἡ γ β περιφέρεια μόνη δοθῇ, καὶ ὁ λόγος τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς γ α, πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς α β δοθῇ, καὶ ἡ α β περιφέρεια δοθήσεται. πάλιν γὰρ ἐπὶ τῆς ὁμοίας καταγραφῆς ἐπιζευχθείσης τῆς δ β, καὶ καθέτου ἀχθείσης ἐπὶ τὴν β γ τῆς δ ζ, ἡ μὲν ὑπὸ β δ ζ γωνία τὴν ἡμίσειαν ὑποτείνουσα τῆς β γ περιφερείας, ἔσται δεδομένη καὶ ὅλον ἄρα τὸ β δ ζ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ δὲ καὶ ὅτι τῆς γ ε πρὸς τὴν ε β λόγος δέδοται, καὶ ἔτι ἡ γ β εὐθεῖα δεδόνηται καὶ ἡ ε β καὶ ἔτι ὅλη ἡ ε β ζ. ὥστε καὶ ἐπεὶ ἡ δ ζ δέδοται, δοθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ ε δ ζ γωνία τοῦ αὐτοῦ ὀρθογωνίου, καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ ε δ β. ὥστε καὶ ἡ α β περιφέρεια ἔσται δεδομένη.

Si detur differentia duarum circumferentiarum unà cum ratione ſinuū: etiam ipſæ circumferentiæ dabuntur.

Hinc etiam conſequitur, quòd ſi ſola γ β circumferentia detur, & ratio ſubtendentis duplum γ α ad ſubtendentem duplum α β, etiam α β circumferentia dabitur. Iterum in eadem deſcriptione connexa recta δ β, & ducta perpendiculari δ ζ in γ β, angulus ſub β δ ζ, ſemiſſem circumferentiæ β γ ſubtendens data erit, & totum β δ ζ triangulum rectangulum. Quoniam verò ratio γ ε ad ε β datur, & ipſa recta γ β, dabitur etiam ε β, & tota ε β ζ. Itaq cùm δ ζ detur, dabitur, & angulus ſub ε δ ζ eiuſdem trigoni rectanguli, & reliquus ſub ε δ β. Igitur α β circumferentia data erit.

XXIIII.

Data differentia duorum angulorum, & proportione ſinuū ſuorum, utriuſq eorum quantitatem addiſcemus.

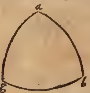
Hanc ex 22 huius non aliter quàm præmiſſam ex 21 emanare conſtat: nihil enim noui admiſcetur, quod non colligantia angulorum & arcuum ſe determinantium adminiſtret. Quæ hactenus lucubrauimus, fuēre præambula arti triangulorum ſphæralium, nunc rem ipſam ingrediamur. Habet autem triangulus ſphæralis tria latera & tres angulos: quorum tribus quibuſcunque cognitis, reliqua tria cognoſcenda via parata eſt. Demonſtrabimus enim, quòd in omni triangulo ſphærali ex arcubus circulorum magnorum

conſtante, cui non ſunt duo recti anguli, ſiue duo latera cum vno angulo, ſiue duos angulos cum vno latere, aut tria latera, aut tres angulos notos habuerimus, reliqua tria non latebunt. Cumq́ non poſsint eſſe plures combinationes huiuſmodi, omnem hoc pacto triangulorum ſphæralium artem abſoluemus, & quidem planiſsimè, quæ res quàm vtilis quamq́ iucunda veniat Aſtronomo, non ſatis dici poteſt. Vt autem res ipſa cognita facilior exiſtat, libuit intermiſcere numeros exemplares, ſæpe etenim obſcuritatem propoſitionis, numerorum ſoluit accommodatio. Huius operationem facilè comparabis, ſi pro angulis vniuerſis arcus ſe determinantes acceperis, quemadmodum in præcedenti.

XXV.

Omnis triangulus unicum habens rectum angulum, cum duobus lateribus cognitis, reliquum latus reliquosq́ angulos latère non ſinet.

Trianguli a b g angulum b rectum habentis, duo latera quæcunq́ ſint cognita. Dico quod reliquum eius latus notum erit cum reliquis duobus angulis. Erit enim proportio ſinus complementi arcus a g, ad ſinum complementi a b, ſicut ſinus complementi b g ad ſinum quadrantis. Ex quatuor itaq́ quantitatibus proportionalibus tres notæ ſunt propter duo latera nota per hypotheſim cum quadrante notos. Vnde & per 19. primi huius quarta nota erit, videlicet ſinus complementi a g tertij lateris, quare ipſum complementum quod nunquam quadrante maius exiſtit cognitum habebitur, quod quidem demptum ex quadrante, relinquet latus tertium notum, ſi ipſum quadrante minor extiterit, aut complementum illud additum quadranti, latus illud notum efficiet, ſi quadrantem ſuperauerit. Vtrum autem minus quadrante aut maius fuerit, docebunt quantitates laterum datorum, 4 huius dirigente. Tria igitur trianguli latera ſunt cognita, cumq́ ſinus ſingulorum ad ſinus angulorum ſibi oppoſitorum proportionem habeant notam, eam videlicet quam habet ſinus a g ad ſinum anguli a b g recti, quemadmodum enunciauit 16 huius, erunt & ſinus reliquorum angulorum noti, anguli autem ipſi quales ſint, volo dicere, maiores recto an minores duorũ laterũ ſe reſpicientiũ quantitates edocebunt conuerſa, 3 huius intercedente, quare & omnes anguli noti erunt.



Operatio. Si duo latera rectum ambientia fuerint data, multiplica ſinũ complementi alterius eorũ per ſinũ complemẽti lateris reliqui, quódq́ producetur in ſinum totũ, ſcilicet quadrantis partiare. exibit enim ſinus complementi lateris rectum ſubtendentis, cuius arcum, ſcilicet ipſum complementum demes ex quadrante, ſi vtrunq́ datorum laterũ aut maius quadrante fuerit aut minus eo, & relinquetur quantitas lateris rectum reſpiciẽtis angulum. ſi verò alterum ex datis lateribus quadrante maius, reliquũ verò minus extiterit, complementum ipſum quadranti adijcias, & reſultabit latus quæſitum. Quod ſi alterum datorũ laterũ recto opponatur, multiplicabis ſinum complementi lateris rectũ ſubtendentis per ſinum quadrantis, producto enim diuiſo per ſinũ reliqui lateris dati exibit ſinus complementi lateris quæſiti, cuius arcum, ſcilicet complementum ipſum ex quadrante minuas, ſi vtrunq́ datorum laterum quadrante aut maius aut minus extiterit, ſi verò alterum eorum maius, & reliquum minus quadrante occurrat, complementum ipſum quadranti adiectum, latus tertium manifeſtabit. Hæc pro latere tertio reperiendo. Duos autem angulos non rectos (rectus enim quilibet notus eſt) hoc pacto metieris. Sinum lateris oppoſiti angulo quæſito per ſinum quadrantis extende, productumq́ per ſinum lateris

rectum

rectum ſubtendentis partiaris, exibit enim ſinus anguli quæſiti, cuius arcum in tabula ſinus accipias: maiorem quidem ſi arcus ipſum reſpiciens angulum maior quadrante fuerit, minorem verò ſi minor: omnem quippe ſinũ duobus reſpondere arcubus perſpicuum eſt. In exemplo. Offeratur arcus a b 20 graduũ & b g 36, libet inuenire arcum a g. Complementum arcus a b eſt 70, cuius ſinus eſt 56382. Complementum arcus b g eſt 54, cuius ſinus eſt 48541, dum ſinus totus, ſcilicet quadrãtis eſt 60000 quemadmodum in tabula noſtra conſtituimus. Multiplico igitur 56382 per 48543 producuntur 2736838662, quę diuido per ſinum totum 60000, exeunt 45614 ſinus ſcilicet complementi arcus a g, huius arcus eſt $\overline{49}$.29 complementum ſcilicet arcus a g, quod minuo ex $\overline{90}$ relinquuntur $\overline{40}$.31, & tantus erit arcus a g. Sed ponatur latus a b $\overline{160}$ & latus b g $\overline{144}$ ſinus cõplementorum ſunt, quibus nunc vſi ſumus, venietq́ latus a g quantum antehac elicitum eſt, oportet enim arcum a g minorem eſſe quadrante. Quòd ſi latus a b fuerit $\overline{20}$ & b g 144, licet ſinus priores redeãt & complementum arcus a g idem quod prius, ipſum tamen nunc addendum eſt quadranti, vt habeatur arcus a g, quòd alter arcuũ a b & b g minor quadrante ſit re, & reliquus maior eo. Sit demum latus a b $\overline{20}$ graduum, a g autem $\overline{50}$ complementum a b eſt 70, cuius ſinus 56382, complementum a g 40, cuius ſinus 38567 multiplico 38567 per 60000, producuntur 2314020000, quæ diuido per 56382 exeunt 41042 (quod enim propinquum eſt vero, veritatis vtimur vice) hic eſt ſinus complementi arcus b g, cuius arcus $\overline{43}$ 10 ferè, quẽ demo ex $\overline{90}$ relinquũtur $\overline{46}$.50 pro arcu b g tantus deniq́ haberetur arcus b g, ſi arcus a b fuiſſet 160, & arcus a g $\overline{130}$: quoniam vtrobiq́ arcũ b g minorem quadrante oporteret eſſe. Si verò arcus a b fuerit 20, & arcus a g 130, erit arcus b g maior quadrante, repetitoq́ opere priſtino: quoniam eidem erunt numeri, veniet cõplementum arcus b g iterum $\overline{43}$.10, addendum quidem quadranti, quo facto congregabuntur $\overline{133}$.10, tantusq́ numerabitur arcus a g quæſitus. Hæc de lateribus. Poſtremò libeat inuenire angulum a g b arcu a b exiſtente 20, & b g 50. Sinus 20 graduũ eſt 20521. Sinus $\overline{50}$ eſt 45963. Multiplico 20521 per ſinum totum, producuntur 1231260000, quæ diuido per 45963, exeunt 26788, ſinus videlicet anguli a g b, cuius arcus minor eſt $\overline{26}$.31, determinans quantitatem anguli a g b: quoniam arcus a b minor eſt quadrante, & tantus cenſebitur etiam angulus a g b. Si autem arcus a b ſuperaret, angulus a g b recto maior haberetur. Vnde accipiendus eſſet arcus maior reſpondens ſinui prædicto, qui eſt $\overline{153}$.29, & tantum pronunciaremus angulum a g b. Non aliter ad notitiam anguli b a g perducemur.

XXVI.

Tribus angulis trianguli rectanguli cognitis, omnia eius latera patefient.



Sit triangulus a b g cuius tres anguli noti habeantur. Dico quòd omnia eius latera fient cognita. Aut enim duo eorum ſunt recti, aut vnus tantúm. Si duo, ſint ipſi verbi gratia, b & g, erit igitur per 2 huius punctus a polus circuli b g, & per eandem huius vterq́ arcuum a b & a g quadrans cognitus, ſed & arcus b g determinat quantitatem anguli b a g noti, vnde & ipſe notus habetur. Tria itaq́ trianguli latera nota reddidimus. Si verò vnus duntaxat angulus, verbi gratia b ſit rectus, huius 18 conſulemus. erit enim proportio ſinus anguli b a g ad ſinum anguli a b g recti, tanquam ſinus complementi anguli a g b ad ſinum complementi lateris

a b,tres autem horum ſinuum notos faciunt anguli per hypotheſim dati: quare & ſinus complemẽti arcus a b cognitus veniet,cuius arcus, videlicet ipſum complementum ex quarta circumferentiæ demptus relinquet arcum a b notum ſi arcus a b minor quadrante extiterit,aut additus quadrãti ipſum arcum a b notum conſtituet,ſi arcus a b quadrantem ſuperauerit. Arcus autem a b qualis fuerit reſpectu quadrantis, angulus a g b 6 huius dirigente indicabit. Similiter per omnia notum reddemus latus b g, & tandem per præcedentem latus tertium a g innoteſcet. Verùm inuento arcu a b hanc viam ingredi licebit. Proportio ſinus anguli a g b per 16 huius ad ſinum arcus a b eſt vt ſinus anguli b a g ad ſinum lateris b g. Tres autem huiuſmodi ſinus noti ſunt:quare & quartus,& ideo arcus b g cognitus habebitur. ſimiliter reperiemus arcũ a g mediante angulo a b g recto. Cautum profectò te velim eſſe in accipiendis arcubus per ſinus datos,ne centies idem repetendo membrana contamine tur. vnumquenq; enim ſinum minorem ſinu toto duobus reſpondere arcubus ſæpenumero dictum eſt:quorum alter quadrante maior,alter eo minor exiſtit. Volenti ergo ſinui dato arcum ſuum reddere,conſiderandum eſt, ſit ne arcus ſuus maior quadrante aut minor eo,quod nimirum ſuperiores concluſiones ſatis apertum tradidêre. Idem præterea de complementis arcuum & angulorum obſeruandum eſt,quemadmodum enim vnumquodq; complementum arcua le duobus ſeruit arcubus,quorum alter quadrante maior,alter autem eo minor eſt:ita & omne complementum angulare duos reſpicit angulos, hunc quidem maiorem,illum autem recto minorem. Si igitur complemento arcuali reddere conaris arcum ſuum,prius exploratum habeas,ſit ne arcus ille maior quadrante aut minor eo. ſi maior,complementum ſuum additum quadranti arcum conſtituet quæſitum:ſi verò minor,complementum ex quadrante reiectum arcus quæſiti relinquet quantitatem. Non aliter circa angulos procedemus,niſi quòd vbi pridem arcus erat,nunc angulum intelligamus.

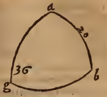
Operatio huius. Si triangulus habuerit duos rectos,iam conclamatum eſt, vtrunq; enim laterum eos ſubtendentium erit quadrans notus. tertium autem latus eum, quem angulus ſe reſpiciens ſortitur numerũ. Si verò vnus duntaxat rectus fuerit,multiplica ſinum complementi anguli non recti, quem ſubtendit latus quæſitum per ſinum totum, & productum diuide per ſinum reliqui anguli non recti,exibit enim ſinus complementi arcus quæſiti,cum quo,vt ſupra monuimus,operabere. Ad reliqua demum cognoſcenda latera, multiplicabis ſinum arcus iam inuenti per ſinum anguli reſpicientis aliud latus quæſitum, ſiue rectus ſiue non rectus extiterit, & productum partieris per ſinum anguli quem ſubtendit latus nuper inuentum, exibit enim ſinus lateris quæſiti, cum quo vt antea præcepimus, latus ipſum elicies. In exemplo. Sit vterq; angulorum b & g, 90 graduum,& angulus a 40,erit vterq; arcuum a b & g 90 graduum,& arcus b g 40. Sed ponatur angulus b rectus,angulus verò a 50 gr. & angulus g 70. volo inuenire arcum b g,ſinus 50 gr. eſt 45963. Sinus complementi 70 gr. eſt 20521 quem duco in ſinum totum,producuntur 1231260000. hæc diuido per 45963 exeunt 26788 ſinus ſcilicet complementi arcus a b, cuius arcus ſcilicet ipſum complementum eſt 26.31 quem demo ex quadrante,quòd arcum a b minorem eſſe quadrante oporteat angulo g acuto exiſtente,& relinquuntur 63.29 tantusq; computabitur arcus b g. Rurſus pro latere b g metiendo, ſinus anguli g, qui ponebatur 70 eſt 56382 ſinus lateris b g, quod iam nunc reperimus 63.29 eſt 53688 quem multiplico per ſinum anguli a, qui erat 45963,producuntur 2467661544 quæ diuido per 56382 exeunt 43767 ſinus ſcilicet lateris b g,cuius arcus minor eſt 46, 50, & tantus eſt arcus b g, quoniam angulus b a g ponebatur acutus. Similiter reperiemus

arcum

arcum a g, nihil prorſus variando, niſi quòd loco anguli b a g angulum a b g rectum conſtituamus.

XXVII.

Vno latere trianguli rectanguli cum altero duorum non rectorum cognito, & angulum reliquum cum lateribus reliquis inuenire.



Sit triangulus a b g, angulum b rectum habens, duosq́ a & g non rectos, quorum alter verbi gratia, g ſit datus cum vno latere quocunq́. Dico quod angulus a cognitus erit, & reliqua duo latera. Si enim latus datum angulo dato opponatur, vt in figura eſt latus a b 16 huius conſulemus, erit enim conuerſis terminis proportio ſinus anguli a b g ad ſinum lateris a b tanquam ſinus anguli a b g recti ad ſinum lateris a g, tribus autem primis quantitatibus cognitis, quarta dabitur nota, & ideo arcus a g cognitus. ex duobus demum lateribus a b & a g iam cognitis 25 huius intercedente, & latus b g & angulus b a g numerabuntur. Non aliter argumentabimur latere dato rectum angulum ſubtendente, erit ex præallegato theoremate proportio ſinus anguli a b g recti ad ſinum lateris a g dati, ſicut ſinus anguli a g b dati ad ſinum lateris a b, ſic iterum duo latera a g & a b cognita venient, cætera vt prius. Quòd ſi latus datum recto angulo ſubiaceat, anguloq́ non recto dato, quale eſt in figura latus b g ad 18 huius refugiendum eſt, per eam enim proportio ſinus anguli a g b ad ſinum anguli a b g recti eſt, vt proportio ſinus complementi anguli b a g ad ſinum complementi arcus b g. tres autem harum quantitatum ſunt notæ, de prima & ſecunda nemo hæſitat, quarta verò cognita erit, propter arcum b g datum, hinc ſinus complementi anguli b a g notus occurret, ideoq́ angulus ipſe non latebit. Habebimus igitur tres trianguli cognitos angulos, quamobrem auxilio præcedentis reliqua duo latera innoteſcent.

Operatio. Si latus datum angulo non recto dato oppoſitum fuerit, multiplica ſinum ipſius lateris per ſinum quadrantis, quodq́ procreabitur, per ſinum dati anguli partiaris, exibit enim ſinus lateris rectum ſubtendentis, cognito autem ipſo latere per ſinum ſuum, ad opus huius confugiendum eſt. Si verò latus datum recto opponatur angulo, ſinum eius per ſinum anguli dati extendas, & productum diuidas per ſinum totũ, exiſtentis enim arcus eſt ipſum latus quæſitum, deinde operationem 25 huius repetito. Quòd ſi angulus rectus & reliquus angulus datus lateri dato inſideant, ſinum lateris dati per ſinum complementi anguli dati multiplices, & productum per ſinum totum partiaris, exibit enim ſinus complementi anguli b a g, quo intercedente angulus ipſe notus habebitur, deinceps verò opus præmiſſæ repetemus. In numeris exemplaribus ſic habeto. Ponatur angulus g $\overline{36}$. gr. & latus a b $\overline{20}$. gr. eſt ſinus $\overline{36}$. gr. eſt 35267. ſinus $\overline{20}$. 20521. quem multiplico per ſinum totum, producuntur 1231260000. hunc diuido per 35267. exeunt 34912. ſinus ſcilicet lateris a g. inuenio igitur ex tabula latus a g $\overline{35}$. 35. deinde pro latere & angulo reliquis ad numeros 25 huius refugio. Sed maneat angulus g quantus erat, & ſit latus a g $\overline{20}$. gr. multiplico ſinum $\overline{36}$. gr. qui eſt 35267. per ſinum $\overline{20}$. gr. ſcilicet 20521. procreantur 723714107. quæ diuido per ſinum totum, exeunt 12062. ſinus ſcilicet arcus a b, quare ipſe arcus a b erit $\overline{11}$. 36. reliqua per 25 huius numerabimus. Ponatur demum angulus a g b, vt prius $\overline{36}$. & arcus a b 20. Sinus 36 eſt 35267. Sinus complementi $\overline{20}$. eſt 56382. quem ducó in 35267. producuntur 1988423994. hoc diuido per ſinum totum, exeunt 33140. ſcilicet ſinus com-

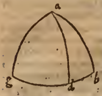
k

plementi anguli b a g, cuius arcus eſt $\overline{33}$. 32. hic demptus ex $\overline{90}$. relinquet $\overline{56}$. 28. & tantus habebit angulus b a g. ipſum enim minorem eſſe quarta circumferentiæ, arguit arcus b g datus minor quadrante. Reliqua tandem per operationem præcedentis abſoluemus. Non ęgreferas, ſi ſolito prolixiores in his tribus propoſitionibus videamur, id enim poſtulat tenor operationis, non nihil moræ attulit exemplaris numerorum manuductio, in qua ſi te ſatis exercueris, totam fermè artem triangulorum ſphæralium facilem arbitraberis.

XXVIII.

Cognitis duobus lateribus trianguli non rectanguli datum angulum continentibus, reliquum latus reliquosq́ꝫ angulos cognitum iri.

Trianguli a b g non rectanguli duo latera a b & b g ſint data cum angulo b. Dico quòd & latus a g, & duo anguli a & g innoteſcēt. Deſcendat enim ex termino alterius datorum laterum ad reliquum perpendicularis, quę neceſſariò intra triangulum conſiſtet aut extra eum cadet. neutri enim laterum ſibi conterminalium poterit coincidere, ſic enim idem angulus & rectus haberetur & non rectus. Vtrum autem horum fiat nondum ſciendi allata eſt facultas, id enim non immediate pendet ex hypotheſi, ſed paulò poſt exploratum dabimus.



Cum autem à quolibet puncto ſublimi extra circumferentiam circuli ſignato poſsimus demittere duas perpendiculares, hoc in propoſito eam duntaxat eligemus, quæ ſubtendit angulum datum. Sit itaq́ꝫ hæc perpendicularis a d, habebit ergo triãgulus a b d angulum b non rectum notum cum latere a b, quare per præmiſſam vterq́ꝫ arcuum a d & d b cognitus veniet. ſi itaque arcus b d nunc inuentus minor fuerit arcu b g dato, conſtabit perpendicularem cecidiſſe intra triangulum a b g, ſi verò maior extra, oportet autem differentiam duorum arcuum b g & b d notam eſſe, triangulus igitur a g d rectangulus duo latera a d & d g habens nota per 25 huius latus ſuum a g, quod & triangulo a b g commune eſt, duosq́ꝫ angulos d a g & d g a notificabit. triangulus itaque propoſitus a b g tria latera nota ſunt, cum duobus angulis a b g quidem per hypotheſim, a g b autem per argumentationem, erat autem & vterque angulorum b a d & d a g notus, quibus collectis, ſi perpendicularis intra triangulum ceciderit, aut minori eorum à maiori ſubtracto, angulum b a g addiſcemus, quæ fuêre declaranda. Diceres forſitan, proportio ſinus arcus a g per argumentationem cogniti, ad ſinum anguli a b g, quem dedit hypotheſis, ſit vt ſinus arcus b g noti per hypotheſim ad ſinum anguli b a g 17 huius demonſtrante. cumq́ꝫ tres harum quantitatum ſint notæ, & ideo oporteat ſinum anguli b a g fieri notum, nonne facilius hoc pacto per vnicam operationē inueniemus angulum b a g, quàm ingeminando opus duobus angulis b a d & d a g diuiſim cognitis, ipſum angulum b a g eliciemus? Reſpondeo tibi ſinum quidem anguli b a g hac via reperiri quàm latiſsimè, quæ tamen duobus reſpondente angulis incertum eſt vter eorum eligendus ſit, id autem minime turbabit viam noſtram, quoniam vterq́ꝫ angulorum b a d & d a g qualis ſit reſpectu anguli recti certum tradidimus.

XXIX.

Cognitionem duorum laterum trianguli non rectanguli, & anguli uni eorum oppoſiti, inuentioni reliqui lateris & reliquorum angulorum minimè ſufficere.

Similem



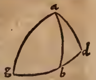
Similem paſsionem de triangulis planis rectilineis demonſtrauimus in primo huius angulo dato exiſtente acuto, quam nunc de ſphæralibus prædicauimus, ſiue angulus datus fuerit acutus, ſiue obtuſus. Sit enim angulus ſphæralis b a g, duobus arcubus æqualibus b a & a g contentus: quorum vterq; minor ſit quadrante, copulenturq; duo puncta b & g per arcum circuli magni b g, qui ſecetur per medium in puncto d deſcendente arcu a d, in arcu autem g b prolongato, ſignetur punctus h vbilibet, ſic tamen, quòd arcus g h ſit ſemicircumferentia ducto arcu a h. Cum igitur duo trianguli a b d & a g d ſint æquilateri, erunt & æquianguli per 35 tertij huius, & ideo duo anguli apud d ſunt recti, & angulus b a d eſt acutus, erit per 3 huius arcus b d minor quarta circumferentiæ, eſt autem & a b minor quarta: quare per 6 huius & arcus a d minor quadrante declarabitur, vnde & per 6 huius angulus a h g acutus erit. Offerenti ergo nobis duo latera g a & a h cognita, aut duo b a & a h ipſis æqualia, cum angulo a h g, neq; tertium latus, neque reliquos angulos reddere poterimus: nam duo trianguli g a h & b a h, etſi in omnibus quantitatibus datis participent, latera tamen tertia ſortiuntur varia, quemadmodum in figura claret. Idem declarabitur angulo h obtuſo exiſtente. Repetitæ enim priſtinæ figurationi iterum dabimus locum hoc vno variato, quòd vterq; arcuum a b & a g æqualium quadrantem excedat, erit enim vt nuper angulus b a d acutus, & ideo per 3 huius arcus b d minor quarta, cumq; ſit arcus a b maior quadrante, erit & arcus a d quadrante maior, & ideo per 3 huius angulus a h g obtuſus, cętera vt antehac proſequemur.

XXX.

Duobus lateribus trianguli non rectanguli cognitis cum angulo alteri eorum oppoſito, ſi qua lege datum angulum reſpiciens perpendicularis cadat exploratum fuerit, reliquum latus, reliquiq; anguli non latebunt.



Sit triangulus a b g non rectangulus, duo latera a b & a g nota habens, cum angulo b vni ſcilicet eorum oppoſito, ſitq; certum quonam pacto cadat perpendicularis à communi termino datorum laterum ad baſim, videlicet an intra an extra triangulum, quę ſit a d. Dico quòd & latus b & duo anguli a & g noti venient. Certi enim principiò ſimus perpendicularem a d cadere intra triangulum. habebit itaq; triangulus a d rectangulus latus a b cognitum cum angulo a b d, quare per 27 huius duo eius latera a d & d b nota venient cum angulo b a d. Triangulus demum a g d duo latera a g quidem per hypotheſim, a d autem per argumentationem habebit cognita, & ideo per 25 huius & latus eius g d & vterque duorum angulorum a g d & g a d innoteſcet. Quemadmodum autem ex duobus arcubus b d & d g ſeorſum notis arcus b g notus reſultat, ita & duo anguli b a d & d a g collecti angulum totum b a g reddent cognitum. Quòd ſi perpendicularis extra triangulum eccide-

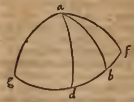


rit, ſyllogiſmum repetemus, nihil prorſus immutando, niſi quòd arcum d g ex arcu d b minuamus, vt notum relinquatur latus b g trianguli propoſiti, an-

gulum denique g a d ex angulo b a d, & angulum a g d ex duobus rectis demamus, relinquentur enim duo anguli b a g & a g b noti, quod volebamus attingere.

XXXI.

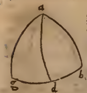
Si quis triangulus non rectangulus duos habuerit angulos cum latere eos ſuſtinente datos, reliquum angulum & reliqua latera cognitum iri.



Habeat triangulus a b g non rectangulus notos duos angulos a & b, latusq́ ipſis ſubiacens a b cognitum. Dico quòd & angulus a g b, & duo latera a g & g b innoteſcent. Deſcendat enim à vertice alterius datorum angulorum perpendicularis verſus latus non datum, ſubtendens reliquum angulum cognitum, & ſit verbi gratia a d, quæ cadátne intra an extra triangulum nondum ſciendi eſt poteſtas, id enim non ſtatim noſtram conſequitur hypotheſim. Verùm paulò longius profecti hoc explorabimus. Ex angulo igitur a b d cognito, & latere a b trianguli rectanguli a b d per 27 huius & angulus b a d & vtrunq́ laterum a d & d b cognitionem ſortientur. Si itaq́ angulus b a d ſyllogiſmo cognitus minorem ſe offerat angulo b a g per hypotheſim dato, certum eſt perpendicularem intra triangulum cecidiſſe: angulusq́ b a d ex angulo b a g ſublatus relinquet angulum g a d notum. Triangulus ergo g a d rectangulus, cui & arcum a d & angulum g a d notos declarauimus, ductu 27 huius, angulum a g d, qui & triangulo a b g terminis habetur, cum vtroq́ laterum a g & g d in lucem depromet. Duo autem arcus b d & d g ſyllogiſmo cogniti ſi coadunentur totum arcum b g datum accipiemus. Si verò angulus b a d ex argumentatione repertus maior occurrat angulo b a g quem hypotheſis tradidit, perſpicuum erit perpendicularem a d extra triangulum cecidiſſe. Proceſſuq́ ſuperiori cupitam attingemus metam, nihil immutando, niſi quòd arcum g d, quem nuperrimè arcui d b adiecimus, nunc ex eo reijciamus, arcus reliqui g d cognoſcendi gratia. Sed & angulum a g d duobus rectis ſubtrahendo relictum metiemur arcum b g, quæ cenſebam explananda. Non poterat autem perpendicularis a d alteri duorum ſibi cõterminalium laterum coincidere hypotheſi id prohibenti. ſic enim alter duorum angulorum b g & g rectus euenisset, quem tamen hypotheſis non rectum adminiſtrabat.

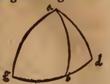
XXXII.

Duobus angulis trianguli non rectanguli cognitis cum latere alterum eorum ſubtendente, reliquum angulum, reliquaq́ latera inueſtigare.



Sint duo anguli a b g & a g b trianguli a b g non rectanguli cum latere, verbi gratia, a b, alterum eorum ſcilicet angulum g ſubtendente. Dico quòd & anguli a & vtriuſq́ laterum a g & g b noticiam conſequemur. Deſcendat enim ex vertice anguli a non dati, perpendicularis a d verſus latus, quod duos ſuſtenrat datos angulos, quę cadátne intra an extra triangulum a b g duo anguli b & g cogniti 8 huius manuducente declarabunt. Cadat prius intra. Triangulus ergo a b d rectangulus, cum & latus a b datum habeat, & angulum a

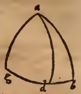
lum a b d non rectum, per 27 huius & anguli ſui b a d & duorum arcuum a d & d b notitiam afferet, per eandem denique 27 huius latere a d & angulo a g d notis exiſtentibus, & angulus g a d, & duo latera a g & g d innoteſcēt. eſt autem & a g commune triangulo propoſito, latus demum b g ex duobus arcubus b d & d g ſingulatim notis, quemadmodum angulus b a g ex duobus angulis b a d & d a g inuentis cōflabitur. Quòd ſi perpendicularis extra triangulum ceciderit, non aliter ratiocinabimur, verùm angulum d a g, quem prius addidimus angulo b a d, nunc ex eo minuemus, vt relinquatur angulus b a g cognitus. ſimiliter arcus g d ex arcu d b demptus, relinquet latus b g trianguli noſtri cognitum, anguloque tandem a g d ex duobus rectis ſublato, manebit anguli propoſiti cognitio, planum ergo reddidimus quicquid præſens pollicebatur theorema.



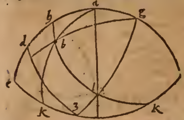
XXXIII.

Datis tribus angulis trianguli ſphæralis non rectanguli, tria eius latera menſurare.

Sit triangulus huiuſmodi a b g tres notos habens angulos non rectos. Dico quòd tria eius latera fient cognita. Ex vertice enim anguli cuiuſuis verbi gratia a verſus arcum ſibi oppoſitum procedat perpendicularis a d, quæ cadátne intra an extra triangulum 8 huius manuducente callebimus, vtroque angulorum b & g noto per hypotheſim exiſtente, neutri enim duorum laterum a b & a g coincidet, ſic enim alter angulorum b & g rectus eſſet, quod interdixit hypotheſis. Cadat ergo prius intra triangulum, erit itaque per 20 huius proportio ſinus anguli b a d ad ſinum anguli d a g, ſicut ſinus complementi anguli a b g ad ſinum complementi anguli a g b. proportio autem ſinus complementi anguli a b g ad ſinum complementi anguli a g b nota eſt, propter vtrunque angulorum b & g cognitum: quare & proportionem ſinus anguli b a d ad ſinum anguli d a g datam non inficiaberis. cumque totum angulum b a g notū tradiderit hypotheſis, erit & per 23 huius vterque angulorum apud a particularium non ignotus. Triangulus igitur b a d rectangulus omnes angulos ſuos habens cognitos, argumento 26 huius duo latera ſua a b & b d cognitioni noſtræ ſubijciet, non aliter triāguli a g d rectanguli, tres angulos habentis datos, duo latera a g & g d metiemur. ſic duo latera a b & a g trianguli propoſiti gemino didicimus proceſſu. duobus autem arcubus b d & d g congregatis (nam eos ſingulatim dimenſi ſumus) reſultabit tertium latus b g trianguli a b g cognitum. Si verò perpendicularis trianguli egreſſa fuerit, erit ex præallegata 20 huius proportio ſinus anguli b a d ad ſinū anguli g a d nota: quoniam proportio ſinus complementi anguli a b g ad ſinum complementi anguli a g b data eſt. cumque nota ſit differentia duorum angulorum b a d & g a d, videlicet angulus b a g, erit per 24 huius vterque angulorum b a d & g a d cognitus. Triangulus ergo a d b rectangulus omnes angulos ſuos habet notos, angulum enim a d g notum relinquit angulus a b g, quem dedit hypotheſis, poſteaquàm ex duobus rectis auferetur, quare per 26 huius latus ſuum a b quod & triangulo a b g commune eſt notum habebitur cum arcu b d. Non aliter ad noticiam duorum laterum a g & g d trianguli a g d rectanguli tres cognitos habentis angulos perueniemus. duo itaque trianguli propoſiti latera a b & a g nota reddidimus, dempto autem arcu b d ex arcu d g quos geminus



eliciuit ſyllogiſmus tertij lateris b g noticiam conſequemur, quæ decreuimus promulgare. His autem poſtremis theorematibus tenorem operationis numeroſoſq; exemplares ſubiungere non erat conſilium, ſatis enim res huiuſmodi apud ſuperiores concluſiones lucubrauimus, quas ſi memoria tua perdiderit cenſeo repetendas.

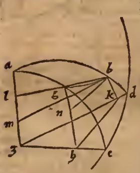


Triãguli a b g tria latera ſint data, ſiant a & g poli circulorum e k & d 3, intelligaturq; paralellus h k ſuper polo g deſcriptus ſecundum quantitatem arcus g b, quo facto erit opus omnino ſimile ei, vbi ex altitudine ſolis data quæritur diſtantia eius à meridie. ſic habebis quatuor modos demonſtrandi problema de tribus datis lateribus trianguli ſphæralis.

XXXIIII.

Cuiuslibet trianguli tria latera nota habentis, tres angulos reddere cognitos.

Sit triangulus a b g, cuius tria latera nota ſint a b, a g & b g. Dico quòd tres eius anguli noti habebuntur. Libeat primò inuenire angulum b a g. Si igitur vterq; arcuum a b & a g quadrante minor extiterit, protendatur vterq; ad partem lateris b g, donec fiant duo quadrantes a d & a e, & ſuper polum a ſecundũ chordam quadrantis a d deſcribatur circulus, quẽ conſtat tranſire per punctum e, qui ſit d e, arcus itaq; d e quantitatem anguli b a g quem quęrimus determinabit, qui vt notus emergat, procedant à centro ſphæræ 3 tres ſemidiametri ad tria puncta a, d, & e, quæ ſint 3 a, 3 d & 3 e. à punctis autem b & d chordam b g terminantibus, binæ ducantur perpendiculares g h quidem & b k ad duas ſemidiametros 3 e & 3 d, duæ verò reliquæ g l & b m ad ſemidiametrum 3 a, quas quidem perpendiculares conſtat eſſe ſinus arcuum, à quorum terminis egrediuntur, duoq; tandem puncta h & k copulentur per lineam h k. Si igitur duo arcus a b & a g æquales fuerint, erunt duæ lineæ g l & b m æquales & conterminales, itemq; linea g h lineæ b k ęqualis quidem propter arcus b d & g e æquales, ęquediſtans autem per diffinitionem ſuperficiei ad ſuperficiem erectæ, & quartam vndecimi, vnde & per 33 primi duę lineæ rectæ b g & k h æquales habentur. eſt autem g b nota ſcilicet chorda arcus g b dati: quare & linea h k nota fiet. Item duæ ſuperficies l h & m k ſunt ęquediſtantium laterum, quare per 34 primi g l nota æqualis erit h 3 & b m cognita ipſi k 3, triangulus itaq; h 3 k planus rectilineus tria latera habens cognita per 43 primi huius angulum h 3 k manifeſtabit: cuius quantitatem determinat arcus d e, & ideo arcus d e diffiniens quantitatem anguli b a g notus concluditur. habet igitur triangulus ſphęralis a b g duo latera b a & a g cognita cum angulo b a g, vnde & per 28 huius reliqui ſui anguli non latebunt. Aliter tamen & facilius procedere poterimus, ſi duo arcus a



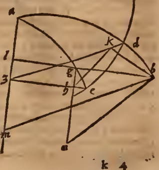
b &

b & a g æquales fuerint, hoc pacto, ex a puncto deſcendet perpendicularis arcus a d, qui neceſſariò ſatis cõtinuatus ſecabit latus b g ipſius triãguli, quod fiat in puncto d. eritq; b d æqualis g d per 36 tertij: quare cum totus arcus b g ſit notus, erit b d datus, per 19 autem huius ſinus complementi b a ad ſinũ complementi a d ſe habet, ſicut ſinus complementi b d ad ſinum totum, vnde a d notus erit. Hinc quoq; angulus a b d, & ei æqualis a g b. item tandem angulus b a g &c. Si autem alter duorum arcuum b a & a g reliquo maiorem ſe offerat, vterq; tamen minor quadrante. ſit verbi gratia arcus a b maior arcu a g, quamobrem alternatim erit arcus g e maior arcu b d, repetitaq; figuratione priſtina, erit linea g h longior linea b k, abſcindatur ergo ex ea portio h n æqualis lineæ b k, ducta linea b n, quam vt ſupra oportet eſſe æqualem lineę h k, ſimiliter tam g l lineę h 3 æqualis erit, quàm b m ipſi k 3. erit autẽ angulus b n g rectus, cumq; duo latera b g & g n trianguli g b n rectanguli ſint cognita. eſt enim b g chorda arcus b g per hypotheſim noti. g n autem differentia duorum ſinuum b k & g h notorum, erit & latus eius b n per 19 primi huius notum, & ideo h k nota declarabitur. Duas autem lineas h 3 & 3 k quemadmodum antehac notas declarabimus. tria igitur latera trianguli h 3 k nota ſunt, vnde angulum h 3 k & reliqua vt nuperrimè dimetiemur. Quòd ſi vterq; arcuum a b & a g quadrante maior extiterit, protendantur ipſi donec in puncto s coincident, quo fit vt duo arcus b s & s g noti reddantur. Eſt enim per primi huius vterq; arcuum a b s & a g s ſemicircumferentia nota. Triangulus ergo b s g trium notorum laterum ex iam dictis angulum b s g æqualem angulo b a g ſortietur cognitum. Ad viam itaq; priſtinam perducti ex duobus lateribus a b & a g cum angulo b a g cognitis, reliquos duos angulos 28 huius dirigẽre inueſtigabimus. Poſtremò ſit alter duorum arcuum a b & a g maior quarta circumferentiæ, reliquus verò minor. & ſit verbi gratia a b quadrante maior, a g autem minor eo, reſumptaq; figuratione nihil in ea variabimus, niſi quòd lineam g h cõtinuemus ad partem puncti h, donec h n fiet æqualis ſinui b k arcus b d. ſimiliter a 3 ſemidiameter prolongetur, ita vt b m ipſi perpendiculariter inſidere poſsit. quibus ita diſpoſitis argumẽtabimur hoc pacto. Chorda b g nota eſt propter arcum ſuum notum, linea g h complectitur ſinum arcus g e noti, & lineam h n æqualem b k ſinui arcus b d noti, tota ergò g n nota eſt, angulus autem b n g rectus eſt: nam ſuperficies h n b k æquediſtantibus continetur lineis, & angulus eius apud k rectus: quare per 27 primi huius latus n b trianguli b n g rectanguli notum erit, cui æqualis eſt linea h k, trianguli itaq; plani h 3 k tribus lateribus cognitis angulum h 3 k & reliqua quemadmodum antehac menſurabimus.





Operationi autem parum loci dabimus, nihil enim docebimus niſi quo pacto reperiantur tria latera trianguli plani, cuius vnus angulus in centro ſphæ-

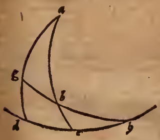


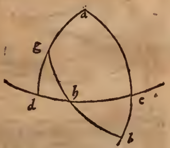
ræ quieſcens reſpondet angulo ſphærali quæſito, qualis in figura eſt triangulus h 3 k. reliqua enim in locis ſuis ſuperioribus ſatis explanaſſe videmur. Siue igitur duo arcus a b & a g æquales fuerint, ſiue non, ſinus eorum accipiemus pro duobus lateribus continentibus angulum trianguli plani in centro ſphæræ quieſcentem, qui reſpondet angulo ſphærali quæſito. pro tertio autem latere trianguli plani chordam arcus tertij conſtituemus, ſi æquales occurrant duo arcus angulum quæſitum continentes, qui ſi fuerint inæquales, vterq; tamen aut minor quarta, aut maior ea ſinus complementorum arcuum, qui angulum quæſitum ambiunt, eliciere, & differentiam eorum in ſe multiplicatam ex quadrato chordæ arcus tertij minuas, relictiq; radicem quadratã pro latere tertio trianguli plani ponas. Quòd ſi alter eorum maior quadrante, reliquus autem minor eo fuerit, ſinus complemẽtorum huiuſmodi collige, & ſummam eorum in ſe ductam, ex quadrato chordæ arcus tertij ſubtrahas, relicti enim radix quadrata lateri tertio trianguli plani adnumerabitur. In exemplo. Sit vterq; arcuum a b & a g 20 gr. & arcus b g 36 ſinus 20 graduum eſt 20521, tantumq; numerabo vtrunq; laterum k 3 & 3 h. Sinus 36 gr. eſt 35267, tantum eſt latus h k, ſimiliter faciam, ſi vterq; arcuum a b & a g occurrat 160 gr. & arcus b g 36 redibunt enim priſtini numeri. Sed dabit mihi quiſpiam latus a b 35 gr. latus a g 16 & latus b g 46 ſinus 25 gr. eſt 25357, quem dabo lateri k 3, ſinus 16 eſt 16538 lateri 3 h adnumerandus chorda b g 46888. Sinus complementi 16 graduum eſt 57676. Sinus complementi 25 gr. eſt 54378, quem minuo ex 57676 manent 3298, hæc in ſe faciunt 10876804, quę ſublata ex quadrato chordæ b g, ſcilicet 2198484544, manent 2187607740, quorum radicem quadratam 46772, conſtituo pro linea h k. Tandem ponatur latus a b 130 gra. latus a g 75 & latus b g 65. Sinus 130 gra. eſt 45963 pro latere k 3. Sinus 75 gr. 57956 numerus lateris h 3, & chorda 65 gr. eſt 64476, ſinus complementi 130 gr. eſt 38567 ſinus complementi arcus a g eſt 15529 quem addo ad 38567 colliguntur 54096, hæc in ſe faciunt 2926377216, quæ ſubtraho ex quadrato chordæ b g, quod eſt 4157154576, manent 1230777360 huius radicem quadratam 35082, lateri h k deputabo. Perducti igitur ad hypotheſim 43 primi huius, quæ nobis angulum h 3 k cognitum faciet, vnde & angulus d e numerabitur, quod non erit ambiguum, ſi ea quæ in proceſſu 43 primi huius commemorauimus, memoriæ mandaſti. arcus autem d e quantitatem anguli b a g determinat, vnde & b a g & reliqui anguli non erunt ignoti. Poterimus autem alio tramite idem attingere. Nam propoſitus triangulus a b g habeat duo latera a b & a g inæqualia, vtrunque tamen minus quadrante, & libeat inuenire quantitatem anguli b a g ſuper puncto a facto polo deſcribatur circulus magnus in ſphæra d h, cuius circumferentiæ occurrat arcus g b prolongatus in puncto h. duo etiam arcus a b & a g extendantur ad puncta e & d, erit vterque arcuum a e & a d quadrans orthogonaliter erectus ad arcum d h, per 15 autem huius proportio ſinus arcus g d ad ſinum arcus b e eſt tanquam ſinus g h ad ſinum arcus b h, eſt autem vterq; duorum arcuum g d & b e notus, propter ſua complementa a g & a b per hypotheſim nota, proportio igitur ſinus g h ad ſinum b h nota habebitur, cumq; differentia duorum arcuum g h & b h ſit nota, ſcilicet arcus g b, erit per 15 huius vterq; eorum arcuũ nota. hinc ex arcu b h & b e cognitis per 25 huius propter angulum e rectum, complementum arcus e h, & ideo ipſe arcus e h innoteſcet. Similiter ex duobus arcubus g d & g h, arcus d h cognoſcetur, quare differentia duorum arcuum d h & e h ſcilicet arcus d e non ignorabitur, ipſe autem determinat quantitatẽ anguli b a g: quare angulus ille

notus

notus erit, hinc & reliqui vt antehac noti fient anguli. Si verò alter quidē duorum arcuum a b & a g maior quadrante fuerit, alter autem minor eo, ſit a b maior quadrante, deſcriptoq́ vt prius circulo magno ſuper a polo circumferentia eius ſecabit arcum g b, quod fiat in puncto, ſecabit etiam arcum b g in puncto, qui ſit h, arcus autem a g continuatus, occurrat ei in puncto d, erit autem vterq́ duorum arcuum e b & g d notus: ſunt enim complemēta arcuum datorum, eſt autem proportio ſinus b e ad ſinum g d nota, ſicut proportio ſinus b h ad ſinum h d per 15 huius: ſic proportio ſinus b h ad ſinum h g nota habebitur: cumq́ totus arcus b g datus ſit per hypotheſim, erit per 21 huius vterq́ arcuum b h & h g cognitus. ex duobus autem arcubus b h & b e cognitis, & propter angulum e rectum per 25 huius innoteſcet arcus e h. ſimiliter duo arcus h g & g d propter angulum d rectum notificabunt arcum d h, ſic totus arcus d e determinans quantitatem anguli b a g non latebit, vnde angulus b a g cum reliquis trianguli propoſiti angulus notus proclamabitur. Si verò vterq́ arcuum a b & a g quadrantem ſuperauerit, producantur ipſi donec concurrant, eritq́ angulus apud concurſum eorū æqualis ipſi angulo a, fietq́ nouus triangulus ſuper baſi b g, cuius duo latera minora quadrante nota erunt, vnde reliqua vt ſuperius abſoluentur. Operationis autem tenorem prætereo: nam ab operationibus 15 huius atq́ 28 pendêre dinoſcitur.

FINIS.

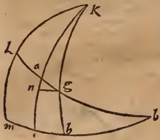




LIBER QVINTVS TRIANGVLORVM.

I.

Si fuerint duo trianguli rectanguli, qui duos angulos acutos & æquales habeant, latera autem rectos ſubtendentia angulos inæqualia, erit proportio ſinus differentiæ eorum laterum ad ſinum differentiæ duorum laterum rectis atq; acutis æqualibus ſubſtratorum, tãquam proportio eius, quod ſub ſinibus complementorũ acutis angulis ſubtenſorum laterum continetur, ad id, quod ſub ſinu toto & ſinu complementi anguli acuti.



Triangulos huiuſmodi ex arcubus circulorum magnorũ vnius ſphæræ aut duarum ęqualium concludi ſubauditur, de reliquis enim in præſentiarum nihil diſſerimus. Sint tales duo trianguli a b c & d e f, duos quidem angulos a c b & d f e rectos, duos autem a b c & d e f acutos ęquales habentes: ſitq; latus a b trianguli a b c longius latere d e triãguli d e f, quę res arguet etiam latus b c vnius trianguli longius eſſe latere e f alterius, ſi tertium huius ſatis tenes. Dico itaque, quòd ſinus rectus differentiæ duorum laterum a b & d e ad ſinum differentiæ duorum laterum b c & e f eam proportionem habet, quam id, quod ſub ſinu toto & ſinu complementi anguli a b c, ſiue d e f ad id, quod ſub ſinubus complementorum duorum arcuum a c & d f continetur.

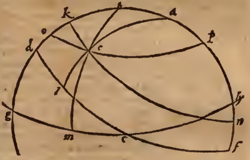


Quod vt facilius demonſtretur, ſcindo ex a b arcum g b æqualem arcui d e, & ex b c arcum b h æqualem arcui e f, continuatisq; duobus punctis g & h per arcum g h, conſtabit per 35 tertij huius angulum g h b eſſe rectum: & ideo per 2 quarti huius duo circuli, quorum ſunt arcus a c & g h per polos circuli b c tranſibunt: duo itaq; arcus a c & g h continuati paulò ſuperius concurrant in puncto k, qui neceſſariò polus circuli b c habebitur, & vterq; arcuum k c & k h quadrans circumferentiæ magnæ pronunciabitur, intelligatur deniq; circulus magnus tranſiens per polum k, & polum circuli a b, cuius arcus k m occurrat duobus a b & b c prolongatis, quoad ſatis erit verſus ſiniſtram, huic quidem in puncto l, iſti autem in puncto m: occurret autem orthogonaliter 1 quarti huius arguente, eritq; per 1 eiuſdem vnuſquiſq; trium arcuum k m, b l & b m quarta circumferentiæ magnæ: vnde & arcus l m quãtitatem anguli a b c determinabit, cuius complementum eſt k l: nemo autem ignorat arcum a g eſſe differentiam duorum arcuum a b & d e. item c h exceſſum arcus c b ſuper f e, demittatur itaq; ex puncto g perpendicularis arcus g n ad quadrantem k c, proportio igitur ſinus a g ad ſinum c h componitur ex duabus, proportione ſcilicet ſinus a g ad ſinum g n, & ex proportione ſinus g n ad ſinum c h. eſt autem per conuerſam quarti huius ſinus a g ad ſinum g n, ſicut ſinus a k ad ſinum

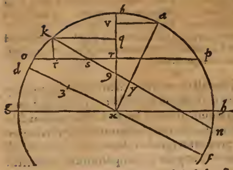
ad ſinum k l. ſinus præterea g n ad ſinū c h ex eodem loco eſt, vt ſinus g k ad ſinum k h, proportio igitur ſinus a g ad ſinum c h componitur ex duabus ſcilicet proportione ſinus a k ad ſinum k l. & proportione ſinus g k ad ſinū totum, ſed ex illis componitur etiam quod ſub ſinibus a k & g k continetur ad id, quod ſub ſinu toto & ſinu k l ſcilicet complementi anguli a b c cōtinetur, verum igitur enunciabat theorema præſens.

II.

In omni triangulo ſphærali ex arcubus circulorum magnorum conſtante, proportio ſinus uerſi anguli cuiuslibet ad differentiā duorum ſinuum uerſorum, quorum unus eſt lateris eum angulum ſubtendentis: alius uerò differentiæ duorum arcuum ipſi angulo circumiacentium eſt tanquam proportio quadrati ſinus recti totius ad id, quod ſub ſinibus arcuum dicto angulo circumpoſitorum continetur rectangulum.



Sit huiuſmodi triangulus a b c, duo latera habens inæqualia a c maius a b, & vtrūq; eorū minus quadrante, ſuper punctis a & b factis polis deſcribantur duo circuli magni, quorum circumferentiæ ſe ſecent in puncto e: prolongeturq; arcus a b vtrinq; donec occurret circulo ſuper a deſcripto in punctis d & f, circulo autem ſuper b lineato in punctis g & h conſtat arcum g d æqualem eſſe arcui a b: vtrunq; autem arcuum e d & e g eſſe quadrantē circumferentiæ magnæ. continuentur deniq; duo arcus a c & b c, donec vterq; eorum quarta circumferentiæ fiat: hic quidem occurrens arcui d e in l puncto, ille autem arcui g e in puncto m: factisq; iterum punctis a & b polis, ſuper a quidem ſecundum quantitatē chordæ a c deſcribatur circulus minor in ſphæra k n: ſuper b aūt ſecundum diſtantiā b circulus minor o p, erit itaq; arcus b k differentia duorum arcuū a b & a c, & arcus b o ęqualis arcui b c, arcus aūt d l quantitatem anguli b a c determinabit. Dico igitur, quòd proportio ſinus verſi d l ad differentiam duorū ſinuum verſorū, quos habent arcus b k & b c eſt vt quadrati ſinus recti totius ad id, quod cōtinetur ſub duobus ſinubus rectis arcuū a b, & a c. Quod vt apertius demōſtretur, altera figuratio aſſumenda eſt, in qua ſit circulus g b h, quemadmodū in prima ſuper cētro x, quod & centrū ſphęrę habebitur, ſitq; cōis ſectio circulorū g b h & g e h diameter g h, quā in prima figura lineare non decuit, cōfuſionis vitandæ gratia, ſed & cōis ſectio circulorū g b h & d e f ſit linea d f. item duo circuli g b h & k c n ſecēt ſe in linea k n, duo demū circuli g b h & o c p in linea recta o p cōuincēt, deinde educantur duę ſemidiametri ſphęrę x a quidem ſecans lineā k n in puncto y, x b aūt ſecans o p in puncto r, conſtat autem in ſectione duorum circulorum g a f, & k c n, cum circulus magnus per polum eius a tranſeat: eſſe diametrū circuli k c n, & o p lineam eſſe diametrū circuli o c p, quod circulus magnus



g b h per polos vtriuſqꝫ eorũ incedat, punctuſqꝫ y erit centrum circuli k c n, & punctus t centrũ circuli o c p, rurſus ex puncto k duæ proueniant perpendiculares, vna quidem k t ad lineã o p, alia autem k 9 ad lineam b x, punctus item a ſit caput perpendicularis a v ſupra lineam b x deſcendentis, erit itaqꝫ linea a v ſinus rectus arcus a b: b q autem ſinus verſus arcus b k, & b r ſinus verſus arcus b o ſiue b c, horum ſinuum verſorum differentia eſt linea q r æqualis lineæ k t, ſignato iterum puncto s, in quo communicant duæ diametri circulorum k c n & o c p ſcilicet lineæ k n & o p, ſciendum eſt lineam k s eſſe ſinum verſum arcus k c primæ figuræ, cum enim vterqꝫ circulorum k c n & o p c orthogonaliter ſit erectus ſupra circulum g b h, per polos eorum incedentem, vt docet 18 tertij huius, erit eorum ſectio communis, quæ pertranſit punctum s ex 19 vndecimi elementorũ orthogonaliter erecta ſuper circulum g b h, & ideo per conuerſionem diffinitionis lineæ perpendiculariter erectæ ſupra ſuperficiem, hæc communis ſectio lineæ k n, diametro ſcilicet circuli k c n orthogonaliter incidit, & ideo hanc ſectionem communem diameter k n diuidet per medium, eritqꝫ medietas eius ſinus rectus arcus k c, & ideo k s ſinus verſus eiuſdem. cumqꝫ d f recta ſit diameter circuli d e f, ſumatur ex ea d 3 linea ſinus ſcilicet verſus ipſius arcus d l, ad quam ſe habebit k s ſicut ſemidiameter circuli k c n, quę eſt k y ad ſemidiametrũ circuli d e f ſcilicet d x: ſunt enim duo arcus k c & d l ſimiles per 23 huius, propter duos arcus a d & a l à polo duorũ circulorum k c n & d e f deſcendentes, & dictos arcus includentes. Iam ad portum accedemus, vbi prius duos triangulos k t s & a v x æquiangulos oſtendemus hoc pacto: duo anguli t k s & r 9 s, ideoqꝫ x 9 y ſunt æquales propter ęquediſtantiam linearum k t & r 9, quare cum vterqꝫ angulorum k t 3 & x y 9 ſit rectus, erit reliquus angulus k s t æqualis reliquo y x 9 ſiue a x v, angulus autem a v x rectus diſponebatur, ſunt itaqꝫ duo trianguli k t s & a v x æquianguli, & ideo per quartam ſexti & permutatim proportio x a ad a v ſicut s k ad k t, proportio autem d 3 ſcilicet ſinus verſi anguli b a c ad lineam k t, ſcilicet differentiam duorum ſinuum verſorum ſupra memoratorum componitur ex duabus ſcilicet proportione ſinus d 3 ad k s, & ex proportione k s ad k t: erat autem d 3 ad k s ſicut d x ſcilicet ſinus totius ad lineam k y, quæ eſt ſinus rectus arcus a k ſiue a c, & proportio k s ad k t ſicut a x ſinus recti totius ad lineã a v, quæ eſt ſinus rectus arcus a b, proportio igitur ſinus verſi arcus d l ſiue anguli b a c, ad differentiam ſinuũ verſorum ſupradictorũ componitur ex duabus, ex proportione ſcilicet ſinus recti totius ad ſinum rectũ arcus a c, & ex proportione ſinus recti totius ad ſinum rectum arcus a b, ex eiſdem autem duabus proportionibus componitur etiam proportio quadrati ſinus recti totius ad id, quod cõtinetur ſub ſinibus rectis duorum arcuum a b & a c, proportio igitur ſinus verſi anguli b a c ad differentiam duorum ſinuum verſorum, quos habent duo arcus b o & b k eſt, vt proportio quadrati ſinus recti totius ad id, quod cõtinetur ſub duobus ſinibus rectis duorum arcuum a b

& a c

& a c, quod erat demonſtrandum. Hoc tamen non ignorare videris, quòd duo ſinus verſi duorum arcuum b k & h o eam habent differentiam, quam duo ſinus recti complementorum ſuorum: vnde ſi in copiam negocio tuo opus fuerit hoc theoremate, poteris ſupradictam differentiam inuenire, ſubtrahendo ſinum rectum complementi alterius duorum arcuum b k & b o ex ſinu recto complemẽti reliqui eorum. Aſſumpſimus autem duos arcus angulum, de quo ſermo habitus eſt, minores quadrante, quo demonſtratio noſtra planior putaretur: nam ſi fuerit vterq; eorum maior quadrante, intelligant prolongari, donec concurrant angulum alium æqualem priori comprehendendo: fiet itaque nouus triangulus ſupra arcum tertium, cuius duo latera quadrante minora habebuntur. Quòd ſi alter eorum minor quadrante, alter verò maior eo præbeatur, tametſi figurationem parumper mutari oporteat, vna tamen eadem ſyllogiſmi forma veritatẽ theorematis concludet: hoc vno attento, quòd arcus quilibet cum eo, qui ſibi ex ſemicirculo deficit, eundem ſinum rectum accipit. Satis ergo certitudinem propoſitionis noſtræ oſtendiſſe videmur.

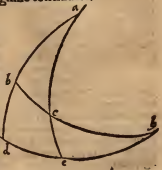
III.

Datis tribus lateribus trianguli ſphæralis ex arcubus circulorum magnorum conſtantis, omnes angulos eius dimetiri.

Etſi propoſitum illud exequi liceat per 34 huius, tamen quo iucundior eſſet veritatis contemplatio, dum per plures ac diuerſas vias ad eandem metam peruenitur, libuit præcedens theorema propoſito noſtro ſuppeditare. Talis ergo ſit triangulus a b g, ex arcubus circulorum magnorum conſtans, propoſitum eſt inuenire angulum eius b a c, aut alium quemlibet, ſubijciamus tria latera eius inæqualia, nam ſi duo eius quæcunq; latera fuerint æqualia, procedendum erit iuxta monita 34 huius. Cum itaq; ex præcedenti ſit proportio quadrati ſinus recti totius ad id, quod ſub ſinibus rectis duorum arcuum a b & a c continetur, tanquam proportio ſinus verſi anguli b a c quæſiti differentiam duorum ſinuum verſorum, quorum vnus eſt ipſius arcus b c, alter verò differentiæ duorum arcuum a b & a c, & tres harum quantitatũ ſunt notæ propter hypotheſim, erit & quarta cognita ſcilicet ſinus verſus anguli b a c, hinc arcus ſuus, qui determinat quantitatem anguli b a c, & ideo angulus ipſe menſuratus offeretur. pro reliquis autem duobus angulis cognoſcendis nihil noui præcipimus, quoniam ex angulo b a c iam cognito cum latere b c eum reſpiciente, reliquisq; lateribus notis argumento huius, quod reliquum eſt enitemur.

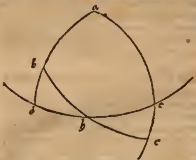
IIII.

Quod præcedens tradidit alio ſyllogiſmo concludere.



Habeat enim propoſitus triangulus a b c, duo latera a b & a c inæqualia, quadrante diuiſim minora, libeatq; inuenire quantitatem anguli b a c, ſuper puncto a facto polo, deſcribatur circulus magnus in ſphæra d h, cuius circumferentiæ occurrat arcus b c prolongatus in pũcto h: duo inſuper arcus a b & a c extendantur vſque ad arcum d h, cui incidant in punctis e & d, erit itaque vterque arcuum a e & a d quadrans orthogonaliter erectus ſupra arcum d h. duo autem arcus b d & c e noti erunt, ſunt etenim complementa

duorum arcuum a b & a c per hypotheſim notorum, ſed proportio ſinus recti b d ad ſinum rectum c e eſt per 15 hujus, vt ſinus recti arcus b h ad ſinum rectum h c. proportio igitur ſinus recti b h ad ſinum rectum h c nota eſt, cumq́ differentia duorum arcuum b h & h c nota ſit, ſcilicet arcus b c, erit per 21 huius vterque eorum cognitus, deinde ex duobus arcubus h c & c e notis, & angulo e recto per 25 huius cognoſcetur arcus h e, ſimiliter duo arcus h b & b d noti cum angulo d recto notificabunt arcum h d: arcus igitur h e demptus ex arcu h d, relinquet arcum d e cognitum, qui determinat angulum a b c, vnde & ille notus habebitur: reliquos autem duos angulos latera ſibi oppoſita per 28 huius notos elicient. Si verò alter duorum arcuum a b & c a maior quadrante fuerit, reliquus verò minor eo, ſit a c maior, deſcriptoq́, vt prius circulo magno ſuper a polo, circumferentia eius ſecabit duos arcus a c & b c: hunc ergo ſecet in e, illum verò in puncto h, prolongetúrque arcus a b, donec occurret dictæ circumferentiæ in puncto d, erit iterum vterque arcuum b d & c e notus, quoniam ſunt complementa duorum arcuum a b & a c datorum, eſt autem per 15 huius proportio ſinus recti b d ad ſinum rectum c e, ſicut ſinus recti b h ad ſinum rectum h c propter duos angulos d & e rectos, ſic ergo proportio ſinus recti b h ad ſinum rectum h c nota habebitur. cúmque totus arcus b c ſit notus per hypotheſim, erit per 21 huius vterque arcuum b h & h c cognitus: ex duobus autem arcubus h b & b d cognitis cum angulo d recto cognoſcetur arcus d h per 25 huius: ſimiliter duo arcus h c & c e cum angulo e recto, arcum h e notum ſuſcitabunt: duo tandem arcus d h & h e collecti, totum arcum d e notificabunt, qui determinat quantitatem anguli b a c, vnde & ipſe notus concludetur, cætera vt antehac perficientur.

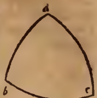


Quòd ſi vterque arcuum a b & a c quadrantem ſuperauerit, intelligantur prolongati donec concurrent, facientes angulum nouum æqualem ipſi angulo a quæſito, fiet itaque alius triangulus ſupra arcum b c, cuius duo latera minora quadrante nota erunt. per modum ergo prædictum angulus duobus illis lateribus contentus innoteſcet, qui eſt æqualis angulo a, vnde & ipſe angulus a notus enunciabitur. Eſt præterea alius modus inueniendi angulum trianguli ſphæralis quemcunque voles ex tribus lateribus datis, intelligantur enim duci tres chordæ ipſorum arcuum datorum, tres quoque ſemidiametri ſphæræ egrediantur ad tria puncta angularia ipſius trianguli: habebis igitur pyramidem ſupra baſim trilateram, cuius ſex lineæ notæ ſunt, poteris igitur aliunde diſcere inclinationem vnius ſuperficiei lateralis ſupra aliam, ſuperficiem inquam quæ clauditur duabus ſemidiametris ſphæræ, & vna trium chordarum dictarum: quantitas enim huius inclinationis angulum duorum arcuum, quorum chordæ aſſumptæ ſunt manifeſtabit. in hac autem inquiſitione ſinus recti arcuum datorum, ac ſinus recti complementorum ſuorum maximè vtiles erunt, ne tamen prolixius nimium videar, poſt tres vias bonas iam abſolutas, hanc quartam prætereundam arbitratus ſum, præſertim cum ex alijs ſcriptis meis planè colligi poſsit.

Dati

V.

Datis duobus angulis trianguli ſphæralis cum aggregato duorum laterum eis oppoſitorum, utrunq; eorum ſecernere.



Triangulus a b c, duos angulos a b c & a c b notos habeat, congeriemq; duorum laterum a b & a c cognitam. Quærimus vtrunq; eorum ſeorſum: quoniam per 17 huius proportio ſinus recti arcus a b ad ſinum rectum a c eſt, vt ſinus recti anguli a c b ad ſinum rectum anguli a b c: illa autem nota eſt propter angulos datos, ſinus ergo rectus a b ad ſinum rectum a c proportionem habebit datam, cumq; aggregatum ex iſtis arcubus ſit datum, erit per 21 huius vterq; eorũ ſeparatim cognitus, quod erat inueniendum, pro reliquo autem latere, reliquoq; angulo cognoſcendis 32 huius repetendam cenſeo.

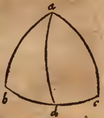
VI.

Datis duobus angulis trianguli ſphæralis ex arcubus circulorũ magnorum conſtantis, cum differẽtia laterum eis oppoſitorum, utrunq; eorum ſecernere.

Hæc quemadmodum præcedens ex 17 quarti huius pendere dinoſcitur: erit enim proportio ſinus recti vnius quæſitorum arcuum ad ſinum rectum alterius cognita, propter angulos datos ratiocinante 17 quarti huius: cumq; differentiam eorum præbuerit notam hypotheſis, vterq; eorum proculdubio cognitus emerget.

VII.

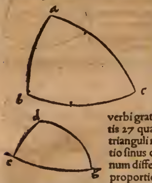
Si ab angulo quolibet trianguli ſphæralis ad latus ſibi oppoſitum deſcendat, arcus circuli magni angulum à quo ducitur diuidens per medium, ſinus recti duorum arcuum angulo diuiſo circumpoſitorum, & ſinus recti portionum lateris diuiſi eandem proportionem acceptabunt.



In triangulo tali a b c ducatur arcus a d ex puncto a diuidens angulum quidem b a c per æqualia, arcum autem b c in duas portiones b d & d c. Dico, quòd proportio ſinus recti a b ad ſinum rectum a c eſt, vt ſinus recti b d ad ſinum rectum d c. Erit enim per 17 huius ſinus rectus a b ad ſinum rectum b d ſicut ſinus rectus anguli a d b ad ſinum rectum anguli b a d. item proportio ſinus recti a c ad ſinum rectum c d ſicut ſinus recti anguli a d c ad ſinum rectum anguli c a d: ſinus autem anguli b a d æqualis eſt ſinui recto anguli c a d, ſinus deniq; anguli a d b æqualis, imò idem eſt ſinui recto anguli a d c: hi enim duo anguli duobus rectis æquantur, quemadmodum enim duo arcus ſemicircumferentiæ coniunctim æquales vnum & eundem ſuſcipiunt ſinum rectum, ita & duo anguli duobus rectis coniunctim æquales in ſinu recto communicare oportet. vnam igitur habent proportionem ſinus rectus a b ad ſinum rectum b d, & ſinus rectus a c ad ſinum rectũ c d: permutatis itaq; terminis verum enunciaſſe propoſitionem confiteberis.

VIII.

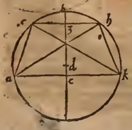
Si fuerint duo trianguli rectanguli, quorum angulus acutus unius datus fuerit æqualis angulo acuto alterius, differentia quoq; laterum rectos ſubtendentium æqualis differentiæ duorum arcuum, qui rectis & acutis datis ſubſternuntur, fueritq; latus unum quodcunq; alterius duorum triangulorum cognitum, reliqua omnia cum ipſa differentia prædicta innoteſcent.



Sint duo trianguli tales a b c & d e g, duos rectos habẽtes a b c & d e g, duosq; acutos datos a c b & d g e, ſitq; latus a c vnius longius latere d g alterius. differentia autem duorum arcuum a c & d g æqualis differentię duorum arcuum b c & e g, quãuis non ſit nota: ſit demum vnus ſex arcuum ex duobus triangulis datus. Dico, quòd omnes reliqui arcus innoteſcent. Sit arcus b c verbi gratia datus, ex quo & duobus angulis b & c notis 27 quarti huius arguente, reliqui duo arcus eiuſdem trianguli notificabuntur. eſt autem per 1 huius proportio ſinus differentiæ duorum arcuum a c & d g ad ſinum differentiæ duorum arcuum b c & e g, quæ eſt proportio æqualitatis, ſicut eius, quod ſub ſinibus complementorum arcuum a b & d e continetur ad id, quod ſub ſinu toto & ſinu complementi anguli a c b ſiue d g e continetur: hæc igitur duo ſub prędictis ſinibus contenta ſunt æqualia: quod autem ſub ſinu toto & ſinu complementi anguli a c b continetur, eſt cognitum, propter ſinum totum & ſinum complementi anguli a c b notos: quamobrem quod ſub ſinibus complementorũ arcuum a b & d e continetur notum erit, eſt autem complementum arcus a b notum propter ipſum arcum a b prius menſuratum: hinc ſinus huius complementi, & ideo per 17 primi huius ſinus complementi arcus d e innoteſcent, quo demum cognoſcemus complementum arcus d e, & inde ipſum arcum d e, qui tandem cum duobus angulis d e g & d g e intercedente 25 quarti huius reliqua latera trianguli ſui manifeſtabit. hinc etiam differentia duorum arcuum a c & d g, quæ ponebatur æqualis differentiæ duorum arcuum b c & e g nota pronunciabitur, quæ fuerunt demonſtranda.

IX.

Data differentia duorum arcuum, ſi quod ſub duobus eorum ſinibus continetur, rectangulum fuerit datum, utriuſq; arcus attingere noticiam.

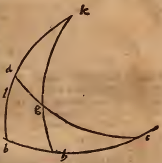


Duorum arcuum a b & b c differentia a c ſit data, quodq; ſub ſinu arcus a b qui ſit a e, & ſinu arcus b c, quem vides c 3 continetur, ſit datum. Quærimus vtrunq; arcuum a b & b c. Intelligo autem rectangulum prædictum eſſe datum reſpectu quadrati ſemidiametri circuli: continuatis itaq; duobus ſinibus a e & c 3, donec in duobus punctis h & k circumferentiæ deſinant, ducantur chordæ a c, a h, k c & k h. cum igitur quod ſub

ſub a e & c 3 continetur datum ſit, erit quod ſub duplis earum continetur datum, hoc etenim ad illud duplum conuincitur ex libro ſexto elementorum, cui ſi addiderimus quadratum chordæ a c, id eſt, quod ſub a c & h k æqualibus quidem propter æquediſtantiam chordarum a k & c h: notis autem propter arcum a c ex hypotheſi notum, colligetur quadratum chordæ a h cognitum: eſt nanq; a h diameter quadranguli a c h k circulo inſcripti æqualis c k diametro eiuſdem: quod autem ſub duabus diametris huiuſmodi quadranguli continetur, æquum eſt ei, quod ſub binis lateribus eius oppoſitis concluditur: hinc chorda a h & arcus eius a h innoteſcent, ex quo ſi dempſeris arcum a c notum, relinquetur arcus c h cognitus cum eius dimidio c b, cui ſi addideris arcum a c notum, reſultabit totus arcus a b cognitus, cuius obtentu hactenus curſum eſt.

X.

Si fuerint duo trianguli rectanguli, quorum angulus acutus vnius æqualis angulo acuto alterius, duo autem latera rectos angulos ſubtendentia habuerint differentiam notam, itemq; duo latera rectis & acutis datis ſubiacentia differentiam cognitam habuerint, omnia eorum latera innoteſcent.



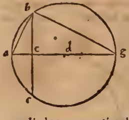


Sint duo trianguli a b c & d e f, duos angulos rectos a b c & d e f habentes, duosq; a c b & d f e acutos æquales & datos: latus autem a c vnius verbi gratia ſit longius latere d f alterius, quorum differentia ſit data, differentia quoq; duorum laterum b c & e f ſit cognita. Dico, quòd omnia latera horum triangulorum nota venient. Si enim duæ datæ differentiæ fuerint æquales, per 8 huius propoſitũ comparabimus, ſi verò inæquales offerantur, ſcindam ex a c arcum g c æqualem arcui d f, itemq; ex b c arcum h c æqualem arcui e f, ductoq; arcu g h, conſtabit angulum g h c eſſe rectum, oportebit enim per 35 tertij huius duos triangulos d e f & g h c eſſe æquilateros & æquiangulos: continuentur deinde duo arcus b a & h g, donec concurrent in puncto k, qui per 2 quarti huius erit polus circuli b c, ſuper quo ſecundum quantitatem k g deſcribatur circulus minor in ſphæra, cuius arcus g l occurrat arcui b k in l. Quia autem per 1 huius proportio ſinus a g ad ſinum b h eſt, vt eius quod ſub ſinibus arcum a k & g k ad id, quod ſub ſinu toto & ſinu complementi anguli a c b continetur, tres autem harum quantitatum notæ ſunt, duos enim arcus a g & b h dedit hypotheſis, quod autem ſub ſinu toto & ſinu complementi anguli a c b continetur notum eſt, propter angulum a c b datum: quare quod ſub ſinibus duorum arcuum a k & g k continetur, notum habebitur. eſt autem per 2 huius quadratum ſinus totius ad id, quod ſub ſinibus arcuum a k & g k continetur, tanquam ſinus verſi anguli a k g, ſiue arcus b h eum determinantis ad differentiam duorum ſinuum verſorum, quos habent duo arcus a g & a l: cumq; tres harum quantitatum ſint notæ, vt patuit, erit & differentia dictorum ſinuum verſorum cognita. cumq; arcus

a g per 42 huius ſit maior arcu a l,& ipſe notus eſt per hypotheſim, erit eius ſinus verſus cognitus, à quo ſi dempſeris prædictam differentiam duorum ſinuum verſorum, manebit ſinus verſus arcus a l inuentus: hinc arcus a l non poterit latere, qui eſt differentia duorum arcuum a k & g k: quod autem ſub ſinibus a k & g k continetur, notum pridem concludebatur, & iam differentiam eorum arcuum notam reddidimus: quare ex præmiſſa vterq; eorū cognitus offeretur, hinc ſua complementa, arcus videlicet a b & g h innoteſcent: ex arcu deniq; g h duobusq; angulis g h c & g c h datis 25 quarti huius ratiocinante, vterq; arcuum g c & h c, qui ſunt ęquales duobus d e & d f cognoſcetur, quibus ſi adiecerimus duos arcus a g & b h, ex hypotheſi notos reſultabunt duo arcus a b & a c cogniti: trina igitur latera propoſitorum triangulorum nota fecimus, quod erat proclamandum.

XI.

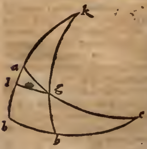
Sinu uerſo alicuius arcus ad ſinum rectum eiuſdem proportionem habente notam, arcum ipſum innoteſcere.



Sit in circulo a b g c diametrum a g habente, chorda b c, quam diameter per medium ſecet in e, conſtabit itaq; a e eſſe ſinum verſum arcus a b & b e ſinum rectum eiuſdem: det ergo quiſpiam nobis proportionē a e ad b e. Dico, quòd arcus a b cognitus reddetur. Ductis enim duabus chordis a b & b g, erunt per 30 tertij & 8 ſexti elementorum duo trianguli partiales a b e & e b g ſibi inuicem & toti triangulo a b g ſimiles, & per corollarium eiuſdem octauæ linea b e medio loco proportionalis inter g e & e a, cumq; proportio b e ad e a ſit cognita, erat enim a e ad e b data, erit & g e ad e data proportio, & coniunctim totius diametri g a ad ſinum verſum a e proportio fiet, diametrum autem circuli propter arcus circumferentiæ metiendos notam ſupponimus, quare & ſinus verſus a e notus habebitur, qui tandem arcum ſuum a b non ſinet ignotum.

XII.

Si fuerint duo trianguli rectanguli, quorum angulus acutus unius fuerit æqualis angulo acuto alterius dato, differentia etiam laterum rectis angulis oppoſitorum fuerit data, cum differentia laterum acutis angulis ſubtenſorum, omnia latera triangulorum cognita reddere.

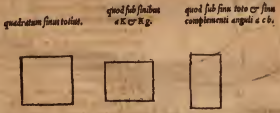


Reſumpta figuratione 10 huius datos, ſupponamus duos arcus a g & a l differentias videlicet arcuum angulos datos ſubtendentium. Quærimus omnia latera duorum triangulorum hoc pacto: Proportio quadrati ſinus totius ad id, quod ſub ſinu toto & ſinu complementi anguli a c b cōtinetur, per primam ſexti eſt, vt proportio ſinus totius ad ſinum complementi anguli a c b, ſumpto ſinu toto tanquam altitudine communi ambobus rectangulis: hæc autem componitur ex duabus proportionibus, ſcilicet proportionę

tione quadrati ſinus totius ad id, quod ſub ſinibus a k & g k continetur, & proportione eius, quod ſub ſinibus a k & g k ad id, quod ſub ſinu toto & ſinu complementi anguli a c b continetur: prima harum c omponentium per 2 huius eſt, vt ſinus verſi arcus b h ad differentiam duorum ſinuum verſorum, quorum vnus eſt ipſius arcus a g, alter vero arcus a l: ſecunda verò componens eſt, vt ſinus recti a g ad ſinum rectum b h: quare proportio ſinus totius ad ſinum complementi anguli a c b



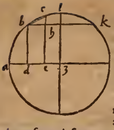
componitur ex duabus, proportione ſcilicet ſinus verſi b h ad differentiam duorum ſinuum verſorum, quos diximus, & ex proportione ſinus recti a g ad ſinum rectum b h, & ideo etiam proportio ſinus totius ad ſinum complementi anguli a c b componitur ex proportionibus duabus, ſcilicet proportione ſinus recti a g ad differentiam duorum ſinuum verſorum prædictorū, & proportione ſinus verſi b h ad ſinum rectum eiuſdem arcus b h. hæc autem proportio compoſita eſt cognita propter ſinum totum, & ſinum complementi anguli a c b dati, cognitos, prima deniq; componens eſt nota: eſt enim arcus à g datus, & ideo ſinus eius rectus cognitus: item arcus a l eſt datus, ipſe enim eſt differentia duorum arcuum a k & g k, ſiue duorum a b & g h, quare vterq; arcuum a g & a l ſinum verſum accipiet notum, quorum ſinuum verſorū differentia non latebit: ſic igitur prima proportio componens notos habet terminos, ea autem proportione ſubtracta ex ipſa proportione relinquetur ſecunda componens proportio cognita, quæ erat ſinus verſi b h ad ſinum rectum eiuſdem, quare per 11 huius arcus ipſe b h non ignorabitur. ex duobus autem arcubus a g & b h cognitis, reliqua quæ præponebantur quærenda, argumento huius abſoluentur, quorum gratia contemplati ſumus.



ſinus totus.	ſinus uerſus b h.	ſinus rectus a g.	ſinus totus.	ſinus a g.	ſinus uerſus b h.
ſinus cōplementi anguli a c b.	differentia ſinuum uerſorum.	ſinus b h.	ſinus cōplementi anguli a c b.	differentia ſinuum uerſorum	ſinum rectus b h.

XIII.

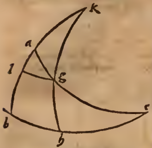
Si duorum arcuum differentia data fuerit, cum differentia ſinuum eorum uterq; notus reſultabit.



Sint duo arcus a b & a c, quorum differentia b c ſit data, duo autem ſinus eorum b d & c e differentiam habeant cognitam. Dico, quòd vterque eorum innoteſcet. Duco enim chordam b k orthogonaliter incidentem ſinui recto c e in puncto h, eritq; c h differentia duorum ſinuum, ſubtendatur etiam arcui b c chorda ſua b c, quam oportet eſſe notã propter arcum ipſum datum: ſic ex duabus lineis b c & c h notis angulo apud h recto exiſtente, per 27 primi huius angulum c b h metiemur, ac ſi in centro alicuius circuli quieſceret: nunc autem, quoniam in circumferentia ſupra arcum conſiſtit, erit & arcus eum ſubtendens, ſcilicet arcus c k notus, cui ſi adiunxerimus arcum b c ex hypotheſi notum, totus arcus b k notus redundabit, & ideo dimidius arcus b l, inde quoq; complementum ſuum a b innoteſcent: ex arcu autem a b & b c notis conflabitur totus arcus a c notus, ſic vtrunq; memoratorũ arcuum notum effecimus, quod erat abſoluendum.

XIIII.

In omni triangulo rectangulo duos habente acutos angulos, ſicut ſinus complementi anguli cuiuſuis acuti ad ſinum totũ, ſic, quod ſub ſinu complementi lateris ſibi oppoſiti, & ſub ſinu reliqui acuti continetur ad quadratum ſinus totius.



Triangulus a b c habeat angulum a rectum, & reliquos duos acutos. Dico ſinum complemẽti anguli c acuti eſſe ad ſinum totum ſicut quod ſub ſinu complementi a b & ſinu anguli continetur ad quadratum ſinus totius, quod ſic demonſtratur. Producatur vterque arcuum c a & c b, vt fiant duo quadrantes c e & c d, ſimiliter b g & b h fiant quadrantes, continuenturq; puncta d & e per arcum d e, qui extenſus concurrat cum h g educto in f, erit ergo vterq; arcuũ d f & h f quartã circuli propter angulos d & h rectos. deniq; duo arcus e d & a b inferius educti concurrant in k. Iam k d ad d f componitur ex duabus k b ad b g, & g h ad h f, de ſinibus loquor. Sed k d eſt complemẽtum anguli a c b, quoniam k eſt polus circuli c e propter angulos a & e rectos. k b autem eſt complementum lateris a b oppoſiti angulo a c b, & g h eſt quantitas anguli a b c, vnuſquiſq; autem arcuum d f, b g & h f eſt quadrãs circuli. Cum itaq; proportio eius, quod ſub antecedentibus componentium continetur rectangulum ad id, quod ſub conſequentibus eorum cõtinetur, id eſt ad quadratum ſinus totius ex eiſdem proportionibus componentibus componitur, patet propoſitio.

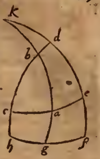


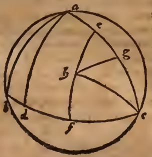
XV.

Dato triangulo ſphærali circulum circumſcribere.

Modus circumſcribendi & inſcribendi circulos eſt, vt in rectilineis triangulis, diuid

lis, diuidendo ſcilicet latera per æqualia, aut angulos &c. verum diametrum circuli circumſcripti aut inſcripti inueſtigare, alia requirit media. Dupliciter nanque poteſt inueniri diameter circuli circumſcripti, aut ſcilicet per tres chordas notas, aut per arcus ipſos & ſcientiam triangulorum ſphæraliū de inſcriptione non ſic: nam quicunque circulus circumſcribit ſphæricum triangulum, is etiam rectilineum circumſcribit, ex tribus chordis trium arcuum conſtantem, quod inſcripto circulo non accidit. Triangulo a b c ſphæralo circumſcriptus eſto a b c circulus, cuius ſemidiametrum quærimus per rationem arcuum. Sit a d arcus perpendicularis ad b c, b c per medium diuidatur in f puncto, vnde exeat perpendicularis f e, in quo neceſſe eſt eſſe polum circuli circumſcripti. diuidatur item a c per medium in g, eductusque perpendicularis occurrat arcui f e in h, qui erit polus circuli circumſcripti. ex tribus autem datis lateribus angulum c habebis, & deinde propter f c notum perpendicularis quoque f e cum angulo f e c innoteſcet &, cum arcu e c, hinc e g notificabitur, & deinde propter angulum e notum arcus g h patefiet. cumque & g c notus ſit, erit etiam h c notus, qui inter polum & cuſpidem anguli c, id eſt circumferentiam circuli circumſcripti comprehenditur.





FINIS.

HIERONYMO SCHREIBERO RERVM MATHEMATICARVM STVDIOSO, AMICO ſuo, Ioannes Schonerus Caroloſtadius Mathematicus S. D. P.

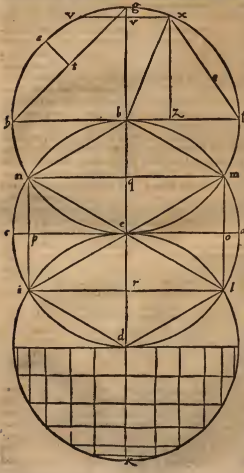
CONTINERE me non poſſum, doctiſsime Hieronyme, quin ſępe illum animi tui, iampridem cognitum mihi candorem in memoriam reuocem: præterquàm enim quòd me ſemper ſingulari proſequutus es amore, etiam à ſtudijs noſtris uerè cœleſtibus, nūquam abhorrente uiſus es ingenio, quod unum, maxime perpetuæ inter nos amicitiæ uincula cuſtodire debet. Quare cum mecū conſtituiſſem, hoc potiſsimum tempore in publicum edere librum Ioannis Regiomontani uiri citra controuerſiam, ſua tempeſtate, Mathematicorum omnium principis, cui titulum fecit ille de Sinubus & Chordis, quibus ad maiorem utilitatem & facilitatem, compoſitionem quoq; tabularum eorundem Sinuum, artificio ſe equidem adiecit: eum librum nominatim tibi dicare uolui, cum quòd rebus Aſtronomicis non tantùm utilia, ſed & neceſſaria uiſa mihi ſint omnia, quæ nobis Regiomontanus noſter ſcripta reliquit, tum etiam quòd hic liber recta ducat ad cognitionem ſiue intelligentiam librorum, quos idem Regiomontanus de Triangulis Sphæricis conſcripſit. Sunt præterea in hoc libro præclara multa ſine quibus, in Aſtrorum ſcientia, alijsq; Mathematicis diſciplinis, haud facilè excellere poterit quiſquam. Quocirca admiratione dignum eſt, fuiſſe quoſdam, qui huius doctiſsimi uiri labores, tanquam ingenij ſui fœturas, ſui nominis inſcriptione, ſuppreſſo interim nomine Regiomontani publicare non erubuerint, ſecus facientes, quàm facere decet bonos uiros. Mihi quod facio, conſcientia ſatisfacit, neq; alienis plumis ornatus alijs placere uolui aut ſtudui unquam. Scripſit eiuſdem argumenti librum, uir doctiſsimus Georgius Peurbachius, præceptor olim Regiomontani noſtri, quem in præſentia huic editioni adiecimus, cum quòd diſcipulum cum magiſtro ſuo cōferre pulchrum eſſe putamus, tum quòd omnes bonarum artium ſtudioſos, ad horum uirorum inuentiones, ut ſedulò legant, inuitarem. Id uolui ne ignorarent ſtudioſi. Ipſe hoc potiſsimum ago in hac editione, ut Regiomontano, à quo in hiſce ſtudijs meis non parum ſum adiutus, tanquam ueteri colono, ſui reſtituātur agri. Quam uoluntatem, nemo eſt, opinor, inter doctos, qui improbare uelit. Vale in Domino, & ſtudia noſtra excelſo animo proſequi non graueris. Norimbergæ anno Chriſti 1541.

TRACTATVS GEORGII PEVRBACHII SVPER PROPOSITIONES PTOLEMAEI DE SInubus & Chordis.

SINVVM, Chordarum & Arcuum noticia ad cœleſtiũ motuum cognitionem peruալde neceſſaria exiſtit, ideo de eorum doctrina reſtat in præſenti perquirendum. Vnde videndum quid ſit Sinus, quid Sinus rectus, quid Verſus, quid Chorda, quid Arcus, quid Kardaga. Magiſtri Geometrię non potuerunt perfecta ratione comprehendere, quanta eſſet diameter circuli reſpectu ſuæ circumferentiæ, eo quòd recti ad curuum non eſt proportio. Practici tamen poſuerunt circumferentiam triplam ſeſquiſeptimam diametro. Archimedes autem probat circumferentiam cõtinere ter diametrum, & minus quàm decem ſeptuageſimas & plus quàm decem ſeptuageſimas primas. Sed Ptolemæus in Almageſti probat, quòd decima circumferentiæ habet chordam 27 grad. & 4 minut. ferè. Et ideo dicit, ſi ponimus diametrum 150 graduum, erit circumferentia ferè 377 graduum, qui nunc ad numerum graduum diametri nullam proportionem habent notam. Indi verò dicunt: Si quis ſciret radices numerorum recta radice catẽtium inuenire, ille faciliter inueniret quanta eſſet diameter reſpectu circumferẽtiæ. Et ſecundum eos, ſi diameter fuerit vnitas, erit circumferentia radix de decem: ſi duo, erit radix de quadraginta: ſi tria, erit radix de nonaginta, & ſic de alijs. Et eſt differẽtia inter Indos & Practicos Geometriæ 1 minut. & pluſquàm ſeptima pars vnius minuti, vnde patet diametrum ex circumferentia, & circumferẽtiam ex diametró diuerſimode poſſe reperiri. Dicunt etiam nõnulli quòd proportio diametri ad circumferentiam, ſit ſicut 20000, ad 62832, & ex hoc iterum vno noto alterum reperitur. Sed his modis diuerſis non ſemper reperitur eadem quantitas, ſed diuerſa, ſecundum quòd auctores diuerſimode imaginati ſunt de proportione eorum. primus tamen modus communior eſt alijs. Item licet inter ſinum & portionem non ſit proportio propriè loquendo, eo quòd rectum & curuũ non ſunt eiuſdem ſpeciei, eſt tamen inter eos mutua relatio: nam ſinus eſt portionis ſinus, & portio eſt ſinus portio. Quanquam igitur non ſit nobis noticia certa de proportione diametri ad circumferentiam, poſſumus tamen ad placitum ponere diametrum quotquot partium voluerimus, & ſecundum eas quantitates chordarum aliarum & ſinuum reperire.

Ad demonſtrandum igitur quãtitatem ſinus cuiuslibet portionis, & primo 6 kardagarum circuli. Sit circulus a b c d, centrũ eius e, quadratus duabus diametris orthogonaliter ſe ſecantibus a c, b d. Sit etiã circulus f g h ęqualis priori ſupra centrum b, cuius circumferentia contingit lineam a c ſupra cẽtrum e. Item circulus i k l ſupra centrũ d, ęqualis priori, contingens ſimiliter lineã a c in e. Et primus ſecet ſecundum in punctis m & n, & ſecundus tertiũ in punctis i & l. Circulo a b c d inſcribatur hexagonus æquilaterus per penultimã quarti, qui ſit b n i d l m, ex qua etiam patet, quòd latus hexagoni talis eſt æquale ſemidiametro circuli. Ducaturq́; linea m n ſecans b e in q, ſimiliter i l ſecans e d in e. Quia igitur linea m n eadem de circulis æqualibus abſcindit duos arcus, ſcilicet m b n & n e m, ipſi erunt æquales per 27 tertij. Eadem ratione arcus m b æqualis erit arcui m e. Eruntq́; quatuor arcus, m b, b n, n c, c m, ſibi inuicem ęquales. Item per octauam primi vel quartam & 26 primi, patet quod

linea b e diuiditur in duo æqua, in q, ſimiliter n m diuiditur per ęqua in q. Eadem ratione linea f l diuidit lineam c d per æqua, & econtra. Et ita patet quatuor lineas b q, q e, e r, r d, ſibi eſſe æquales, & lineam q r eſſe æqualem ſemidiametro, & per 27 tertij, patet circulum eſſe diuiſum in ſex arcus æquales. Item per quartam ſecundam partem 28 & 34 primi n p & q e eſſe ęquales, & n q & p e ſimiliter æquales, & ita n p erit quarta pars diametri circuli ſiue medietas ſemidiametri, vnde ſinus duodecimæ partis circuli ſiue 30 gra. erit quarta pars diametri, & ita notus eſt ſinus duarum kardagarum ſimul. Linea autem n q eſt ſinus rectus quatuor kardagarũ ſiue ſextę partis circuli, & ipſa nota erit per penultimam primi, eo quòd e q eſt nota, ſimiliter e n. Poſtea in circulo f g h protrahe diametrum f h orthogonaliter ſecantem g e in centro b, & ducta linea g h, quam per vndecimam primi, diuide per æqua in t, ſimiliter



arcum g h per 29 tertij per æqua in s. Tunc arcus g s erit octaua circuli ſiue 45 gra. quæ ſunt tres kardagę, & cuius ſinus g t notus erit per penultimã primi, quadratum g h duplũ eſt ad quadratũ ſemidiametri, vnde ſinus totus eſt quadrandus, & poſtea dupli eius radix quadrata erit linea g h cuius medietas eſt g t, ſinus trium kardagarũ ſiue 45 grad. Patet a m eſſe 30 gr. & eius chorda erit nota, ſubtrahendo e o, quæ eſt æqualis n q ſinui 60 graduũ, ab e a ſinu toto, & manebit o a cuius quadratum iungatur cum quadrato m o, ſcilicet ſinus 30 gr. & producti radix erit chorda quæſita, cuius medietas eſt ſinus primę kardagæ ſiue 15 gr. Deinde in circulo f g h accipiatur portio 30 grad. quæ ſit v g x, ita quòd v g ſit 15 gr. ſimiliter g x 15 gr. & erit arcus x f 75 gr. Duc ergo per 31 primi, lineã x z ęquædiſtantem lineæ g b, quæ erit ſinus portionis x f 75 gr. Ductaq́ꝫ

lines

linea b x à quadrato ſemidiametri,ſcilicet b x, aufer quadratum ſinus portionis 15 gr.ſcilicet lineæ y x,& manebit quadratum lineæ y b,quæ eſt æqualis lineæ x z,erit ergo ſinus portionis 75 gr.notus, & eſt ſinus 5 Kardagarum. Sinus autem totus ſiue ſemidiameter eſt ſinus ſex Kardagarum.

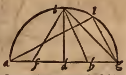
Habitis igitur ſinibus ſex Kardagarum,minue ſinuum arcus 15 gr. de ſinu arcus 30 gr.& reſiduum erit ſinus Kardagæ ſecundæ.Deinde ſubtrahe ſinũ duarum Kardagarũ,hoc eſt arcus 30 gr. à ſinu arcus trium Kardagarũ,& remanebit ſinus tertiæ Kardagæ,& ita de cæteris. Ex his igitur manifeſta eſt quantitas tam ſinus recti quàm verſi cuiuslibet Kardagæ, & quarumlibet ſimul ſumptarum.Nam ſinus rectus primæ Kardagæ eſt ſinus verſus ſextę,& ſinus rectus ſecundæ eſt ſinus verſus quintæ &c.Item ſinus rectus duarum Kardagarum primarum,ſcilicet primæ & ſecundæ, eſt ſinus verſus duarum vltimarum, ſcilicet quintæ & ſextæ.Et ſinus verſus primarum duarum, eſt ſinus rectus duarum vltimarum. Hæc ſiquidem ſunt ſex Kardagæ gratia, quarum introducta eſt hæc demonſtratio.

Ad inueniendum autem ſinus minorum circuli portionum.Sinũ ſextæ Kardagæ multiplica per ſinum arcus 30 gr.& producti radix erit ſinus arcus 7.gr. & dimidij.Quem in ſe multiplicatũ aufer à quadrato totius ſinus, & remanentis radix erit ſinus 82 & dimidij gr.Hunc minue à toto ſinu,& reſiduum multiplica per ſinum 30 gr.& prouenientis radix erit ſinus arcus 3 gr.& trium quartarum.Et quadratum huius aufer de quadrato totius ſinus, & reſidui radix erit ſinus 86 gr.& vnius quartæ.Poſt ſubtrahe ſinum 45 gr.de toto ſinu,reſiduum multiplica per ſinum arcus 30 gr.& collecti radix erit ſinus arcus 22 gr.& dimidij,cuius quadratum minue de quadrato totius ſinus, & radix remanentis erit ſinus arcus 67 gr.& dimidij.Quem aufer de ſinu toto,& remanens multiplica per ſinum 30 gr.& excreſcentis radix erit ſinus arcus 11 gr.& 15 minut. cuius quadratum minue à quadrato totius ſinus,& radix reſidui erit ſinus portionis 78 gr.& 45 min.Poſt hæc deme ſinum 15 gr.de ſinu toto, & reſiduum multiplica per ſinum 30 grad. & numeri producti radix erit ſinus portionis 37 gr. & 30 min. cuius quadratum ſubtrahe à quadrato totius ſinus,radixq́ reſidui erit ſinus 52 gr.& dimidij.Eodem modo fit in vniuerſis circuli portionibus,vſq; ad minutiſsimas eius portiones. Hæc de mente Arzahelis.

Nunc ſecundum ſententiam Ptolemæi in prima dictione Almageſti, 9 & 10 cap. videndum eſt de inuentione chordarum, præmittit autem primo ſex propoſitiones.

PROPOSITIO I.

Data circuli diametro,latera decagoni,hexagoni,pentagoni, tetragoni atq; trianguli æquilateri,omnium ab eodem circulo circumſcriptorum reperire.



Sit ſemicirculus a b g erectus ſupra diametrum a d g, circumductus ſupra centrum d, & ſit d b perpendicularis à centro ſuper a g per vndecimam primi,& ſemidiameter d g in duo media diuiſa in h per decimam primi, & ducta linea b h, ſitq; h f,æqualis h b per tertiam primi, & protrahatur linea b f. Dico quòd linea b d,ſimiliter d g,eſt latus hexagoni, & f d latus decagoni,& f b latus pentagoni. Primum patet per corollarium penultimę quarti.Secũdum ſic:Nam g d diuiditur inæqualia in h,& additur ei in longum d f. Igitur per ſextam ſecundi, quod fit ex g f in f d, cum quadrato d h

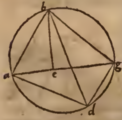
æquatur quadrato h f. igitur & quadrato h b, vnde etiam per penultimam primi quadratis, quadratũ duarum linearum b d & d h. Dempto igitur quadrato d h cõmuni, erit quòd ex g f in f d æquale quadrato d b ſiue d g, igitur per ſecundam partem decimæſextę ſexti, tres lineę f g, g d, & d f continue proportionales erũt. Eſtq́ etiã linea g f diuiſa in d ſecundum proportionem habentẽ medium & duo extrema, cuius maior portio g d eſt latus hexagoni, igitur per cõuerſam nonæ decimitertij, linea d f erit latus decagoni ęquilateri circulo inſcripti, & hoc eſt ſecundum. Tertium verò ſic: Nam angulus d eſt rectus, igitur per penultimam primi, quadratũ b f ęquatur duobus quadratis b d & d f, ſed b d eſt latus hexagoni, & d f latus decagoni, vt patuit. Igitur per conuerſam decimę decimitertij b f erit latus pentagoni. Nam latus pentagoni æquilateri per eandem decimã decimitertij, tanto potentius eſt latere hexagoni, quãtum potẽtius latus decagoni æquilateri, ſi ſint eidem circulo omnes inſcripti. Latus verò tetragoni æquilateri, inuenitur ſi in priori ſemicirculo ducatur linea b g. Nam linea d b diuidit ſemicirculum in duo media, erit igitur arcus b g quarta circumferẽtiæ circuli, vnde per quartam ſexti, b g linea erit latus quadrati &c. Latus autem trigoni æquilateri circulo inſcripti habebitur, ſi intra eundem ſemicirculum coaptetur linea recta g l æqualis ſemidiametro g d per primam quarti, quę tangat diametrum a g in termino eius. ſ. g, ipſaq́ erit latus hexagoni, & ducatur linea a l, dico quòd ipſa erit latus trigoni æquilateri circulo inſcripti. Nam latus g l hexagoni abſcindit de ſemicirculo arcum g l, qui erit ſexta pars circumferentiæ totius circuli, ſcilicet 60 gr. erit igitur arcus a l reſiduus complementum ſemicirculi, ſcilicet 120 gr. & ipſum eſt tertia pars circuli. Eius igitur chorda erit latus trigoni per 28 tertij. Et ita patet tota propoſitio. Corollarium ex hoc. Vnde manifeſtũ eſt, quòd ſi nota fuerit circuli diameter, & prænominata latera nota erunt, chordæ quoq; quæ reſiduis ſemicirculi arcubus ſubtenduntur, erunt notæ, patet ex ipſa demonſtratione prima pars, ſed ſecunda patet ex 30 tertij & 46 primi.

Cuiuſcunq; arcus ſinus uerſus, ſe habet ad ſinum rectum medietatis arcus, ſicut idem ſinus rectus ſe habet ad ſinum arcus 30 graduum. Hoc eſt dicere. Cuiuslibet arcus in quarta circuli ſinus rectus, eſt medio loco proportionalis, inter ſinum uerſum arcus dupli, & ſinum rectum arcus 30 graduum.

PROPOSITIO II.

Si quadrilaterum infra circulum deſcribatur, rectangulum quod ſub duabus eius diametris continetur, eſt æquale duobus rectangulis pariter acceptis, quæ ſub utriſq; eius lateribus oppoſitis continentur.

Sit circulus a b g d, in quo deſcribam quadrilaterum a b g d, & eius duas diametros a g, b d. Dico quòd rectangulum quod fit ex a g in b d, eſt æquale duobus quę fiunt ex a d in b g, & a b in d g, ſimul acceptis. Faciam enim per 23 primi angulũ a b e, æqualem angulo g b d. Adiectoq́ vtriq; eorum angulo e b d, erit angulus a b d æqualis angulo g b e. Sed per 20 tertij angulus b g e, æquatur angulo b d a. Igitur per ſecundam partem triceſimæſecundæ primi, reſiduus angulus b e g, erit ęqualis reſiduo angulo b a d, ſunt igitur trianguli æquiãguli, igitur per quartam ſexti latera æquos angulos reſpicientia, proportionalia erunt, vnde a d eſt ad e g, ſicut b d ad b g, ergo per decimamquintam ſexti, quod fit ex a d in b g, æquatur ei quod fit ex e g in b d. Itẽ angulus a b e per hypotheſim ęquatur angulo d b g, ſed per 20 tertij angulus b a e, ęquatur angulo b d g. Igitur per ſecundam partẽ 32 primi tertius angulus tertio eſt



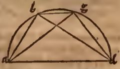
æqualis,

ęqualis, vnde triãgulus a b e, eſt ęquiangulus triangulo d b g, igitur per quartam ſexti latera erunt proportionalia. Erit igitur a b ad b d, ſicut a e ad d g, & permutatim a b ad a e, ſicut b d ad d g, ergo per decimam quintã ſexti, quod fit ex a b in d g, eſt æquale ei quod fit ex a e in b d. Iam autem demonſtratũ eſt, quod fit ex a d in b g, eſt æquale ei quod fit ex e g in b d. Igitur per primam ſecundi totum rectangulum, quod fit ex ductu a g in b d, æquatur duobus rectangulis, quorũ vnum fit ex a d in b g, & aliud ex a b in d g. Nã quod fit ex a g in b d, æquatur duobus rectangulis per primam ſecundi, ſcilicet vni quod fit ex b d in e g, & alij quod fit ex b d in a e, ſimul ſumptis. Sed primũ rectangulũ æquatur ei quod fit ex a d in b g, & aliud ei quod fit ex a b in d g, vnde quod fit ex a g in b d, eſt æquale duobus rectangulis, ſcilicet ei quod fit ex a d in b g, & illi quod fit ex a b in d g, ſimul ſumptis, quod eſt propoſitũ.

PROPOSITIO III.

Si in ſemicirculo chordæ arcuum inæqualium notæ fuerint, chorda quoq; arcus quo maior minorem ſuperat, erit nota.

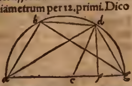
Sint in ſemicirculo a b g d ſupra diametro a d deſcripto, duæ chordæ a b & a g notę. Dico quòd chorda arcus b g nota erit. Ductis enim duabus chordis b d & g d, quæ cum duæ a b & a g ſint notæ, erit manifeſtum per corollarium primæ huius, eo quòd quęlibet earum eſt chorda reſidui ſemicirculi. Eſt igitur quadrilaterum a b g d infra circulum, cuius duæ diametri a g & b d ſunt notæ, tunc per præmiſſam duo recta ſimul, quæ fiunt ex a b in g d, & ex b g in a d nota erunt. Rectangulũ autẽ quod fit ex a b in g d, eſt notũ, eo quòd ambæ lineæ ipſum rectangulum continentes ſint notę, quo ablato de totali rectangulo, quod fit ex a g in b d, manebit rectãgulum quod fit ex b g in a d, & quia vna eius linearum ipſum continentiũ eſt nota, quia a d diameter circuli erit per diuiſionẽ, reliqua linea ſcilicet b g nota, quod eſt propoſitum.



PROPOSITIO IIII.

Si in ſemicirculo alicuius arcus chorda nota fuerit, chorda quoq; quæ eius medietati ſubtenditur, nota erit.

Si in ſemicirculo a b g deſcripto ſupra diametro a g, arcus b g chordam notam habens, diuiſo arcu b g per æqua per 29. tertij, & ductis chordis a b, b d, a d & d g, ducatur perpendicularis d f ſupra diametrum per 12. primi. Dico quòd linea f g eſt medietas ſuperflui lineæ a g ſuper lineam a b. Pono enim lineam d e æqualem lineæ a b per tertiã primi, & produco d e. Et quia a b eſt æqualis a e, poſita a d communi, erunt duæ lineæ a b & a d trianguli a b d, æquales duabus lineis a e & a d triãguli a e d, quælibet videlicet ſuæ relatiuę, & arcus b d æqualis arcui d g, & per 26. tertij, angulus b a d æqualis angulo e a d, igitur per quartam primi baſis b d æqualis baſi e d. Et quia linea b d per 28. tertij, eſt æqualis lineæ d g. Igitur d g eſt æqualis d e, igitur per quintam primi, trianguli d e g anguli ſupra baſim ſunt æquales. Quare d f linea demiſſa per 26. primi, diuidit e g in æqualia. Tota autem e g eſt ſuperfluum lineæ a g ſuper a b, & f g eſt medietas ſuperflui, & ita patet quod dictum eſt. Et quia chorda arcus b g eſt nota ex hypotheſi, erit chorda reſidui ſemicirculi, quæ eſt linea a b nota, quæ eſt æqualis a e, erit igitur e g nota, & per conſequens eius medietas f g. Quia ergo per 30. tertij, an-



gulus a d g in ſemicirculo conſiſtens eſt rectus, & ab eo ſuper baſim egreditur d f perpendicularis, erit d g per octauam ſexti, medium proportionale inter a g & g f, ſed cum a g & g f ſint nota, vna ducta in aliam erit quadratum lineæ d g notum & per conſequens ipſa linea.

PROPOSITIO V.

Si duæ chordæ duorum arcuum in ſemicirculo fuerint notæ, chorda quoq; quæ toti ſubtenditur arcui ex illis duobus arcubus compoſito erit nota.

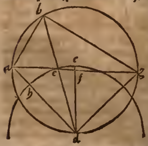


Circuli cuius diameter a d, & cētrum f, ſint duo arcus noti a b & b g notas chordas habentes, & ſit vna chorda alteri copulata in b, & protracta chorda a g, dico quòd ipſa chorda a g nota erit. Protraho enim diametrum b f e, & lineas b d, d g, d e, & g e, Tunc enim ex noticia lineæ b g nota erit linea g e, & ex noticia a b, nota erit b d, & ex noticia b d ſcietur d e. Eſt ergo quadrilaterum b g d e circulo inſcriptū, cuius ſunt duo diametri b d & g e, per ſecundam huius rectangulū, quod fit ex eis, erit æquale duobus rectāgulis, quorum vnum fit ex b e in g d, & a d ex b g in d e: quia igitur diametri ſunt noti, erunt illa duo rectangula nota, ſed vnum eorum rectangulorū notum eſt, eo quòd b g & d e ſunt notę, erit aliud rectangulum notū, ſcilicet quod fit ex b e in g d, & quia vnū eius latus eſt notum, ſcilicet diameter b e, erit per diuiſionē ipſius rectanguli per diametrum linea g d nota, qua nota per corollarium primæ huius erit g a nota, nam ipſa eſt reſidui arcus de ſemicirculo chorda. Vel aliter & facilius, quia chordæ e g & e d ſunt notę, erit per tertiam huius chorda g d nota, vnde & a g ſimiliter nota erūt. Et nota quòd chorda e d eſt æqualis chordæ a b, quia vtraq; eorum eſt chorda reſidui de ſemicirculo vltra arcū b d.

PROPOSITIO VI.

Si protrahantur in circulo duo lineæ inæquales, proportio chordæ longioris ad chordam breuiorem, erit minor proportione arcus longioris ad arcum breuiorem.

Sint in circulo a b g d protractæ duæ chordæ, minor a b, & longior b g. Dico quòd proportio chordæ b g ad chordam a b, eſt minor proportione arcus b g ad arcum a b. Diuidam enim angulum a b g per æqualia ſecundum nonam primi, per lineam b d, eritq; per 25. tertij arcus a b g d æqualis arcui d a b g, ſuper quos ipſi anguli æquales cadūt.



Dempto igitur arcu a b g communi vtriq;, manebit arcus a d æqualis arcui d g, eritq; per 28. tertij linea d a æqualis lineæ d g, & per 5. primi anguli d a g & d g a ſupra baſim æquales. Et à puncto d duco ſuper a g perpendicularem d f per 12. primi, eruntq; per 26. primi, a f & f g æquales, & angulus a d f æqualis angulo g d f, & per conſequēs linea g e erit maior linea e a. Et quia angulus e f d rectus eſt, igitur maior angulorum eiuſdem trianguli, erit per 18. primi d e maior d f.

Angul

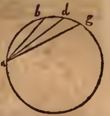
Angulus autem a e d extrinſecus per 32 primi, maior eſt angulo recto, igitur per 18 primi a d longior c d. Eſt ergo a d longior e d, & e d longior d f, circulus deſcriptus ſuper d ſecundum quantitatem lineæ d c proculdubio lineam a d ſecabit, ſed lineam f non attinget. Circumducto igitur ſuper d circulo h e c, ſecante d a in h, & ducta d f vſque ad c, ſector e d c erit maior triangulo e d f, & triangulus a d e eſt maior ſectore h d e. Igitur per primam partem octauæ quinti Euclidis, proportio trianguli e d f ad ſectorem h d e, eſt minor proportione ſectoris e d c ad ſectorem h d e. Et per ſecundam partem eiuſdem proportio trianguli e d f ad triangulum a d e, eſt minor proportione eiuſdem trianguli ad ſectorem h d e. Quare per communem animi conceptionem, quicquid eſt minus minore, eſt etiam minus maiore, erit proportio trianguli e d f ad triangulum a d e, minor proportione ſectoris e d c ad ſectorem h d e. Proportio autem trianguli e d f ad triangulum a d e, per primam ſexti, eſt ſicut proportio lineæ e f ad lineam e a. Proportio verò ſectoris e d c ad ſectorem h d e, eſt ſicut arcus e c ad arcum e h, quę eſt ſicut anguli f d e ad angulum a d e per vltimam ſexti, igitur proportio lineæ f e ad lineam e a, eſt minor proportione anguli f d e ad angulum e d a, igitur coniunctim proportio lineę f a ad lineam e a, eſt minor proportione anguli f d a ad angulum a d e. Quare proportio lineæ duplæ prædictæ lineæ a f, quæ eſt lineæ a g, ad lineam a e, minor erit proportione anguli e d a, qui eſt duplus a d f ad angulum a d e. Ergo diſiunctim proportio lineę g e ad lineam a e, minor erit proportione anguli g d e ad angulum e d a. Et quia in triangulo a b g linea b e ducta ab angulo a b g, ad baſim a g, diuidit eundem angulum per æqua, erunt per tertiam ſexti duę partes ipſius baſis, ſcilicet g e & e a, reliquis eiuſdem trianguli lateribus, ſcilicet lineis b g & b a proportionales. Igitur proportio lineæ g e ad e a, eſt ſicut proportio chordæ g b ad chordã b a, & proportio anguli g d b ad angulum b d a per vltimam ſexti, eſt ſicut arcus g b ad arcũ b a, quare proportio chordæ b g ad chordam b a, eſt minor proportione arcus b g ad arcum b a, quod erat demonſtrandum.

Ex præmiſsis propoſitionibus cuiuslibet arcus noti quãtitas chordæ reperitur.

Ex prima enim propoſitione nota eſt chorda ſextæ partis circuli, eo quòd ipſa ęqualis ſemidiametro: Nota eſt etiam chorda decimę partis circuli, ſcilicet arcus 36 gr. nam ipſa eſt latus decagoni. Nota eſt ſimiliter chorda quintæ partis circuli, eo quòd ipſa eſt latus pentagoni, & ipſa eſt chorda arcus 72 grad. Similiter chorda arcus 90 grad. ipſa enim eſt latus quadrati. Item chorda 120 gr. quia latus trigoni.

Amplius ex ſequentibus propoſitionibus conſtat, ex certorum arcuũ differentijs chordas multas poſſe inueniri. Per ſecundam enim propoſitionẽ & tertiam poſſunt inueniri plures chordæ ſuperfluæ arcuum, ſecundum ſeipſas chordas notas habentium. Et hoc taliter: Propoſitis nanque chordis duabus arcuum inæqualium notis, ſi vis inuenire chordam arcus, quo maior excedit minorem: Primò ſcias chordas arcuum reſiduorum ſemicirculi reſpectu vtriuſque chordæ propoſitæ, ſubtrahendo quadratum chordæ propoſitę à quadrato diametri, & manebit quadratum chordæ reſidui arcus ſemicirculi vltra arcum chordæ propoſitæ, per corollarium primæ huius, cuius radix oſtendit quantitatem talis chordæ. Illud autem quod fit ex ductu chordæ arcus maioris in chordam reſidui arcus minoris, eſt æquale illis duobus, quæ fiunt ex ductu chordæ arcus minoris in chordam reſidui arcus maioris, & ex ductu diametri in chordã arcus, quo maior excedit minorem, vt poteſt deduci ex tertia propoſitione. Subtra-

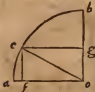
pars arcus 1 gr. & dimidij, omnes chordæ arcuũ aliorum veraciter eſſent notæ. Nam in Tabula Ptolemæi ponuntur arcus ſecundum augmentũ dimidij grad. Vnde ſi reperiretur chorda arcus medietatis gr. inuenirentur cum ea per pręcedentem capitulum, quantitates chordarum reliquorum arcuum, quæ ſunt inter chordas notas, quas nominamus ſecũdum veritatem numerationis linearum, & per hoc compleremus omnes chordas ſemicirculi ſecundum ſuperfluũ dimidij gr. Hoc autem ſecundum veritatem non reperitur. Quoniam & ſi chorda arcus 1 gr. & medij ſit nota chorda, tamen eius tertia, ſcilicet arcus 30 min. ſub numeri computo, & ſecundum veritatem numerationis non eſt reperta. Eiuſdem tamen rei noticia pręſenti intentioni eſt neceſſaria. Summo igitur ſtudio & induſtria, quanuis non contineat verè quantitatem omnium chordarũ, poſsibile tamen eſt, vt per ipſum inueniatur quantitas chordarum paruorum arcuum, ita vt ſecundum veritatem nihil quod ſenſibilis ſit quantitatis deficiat, inuẽtus eſt modus, quo chorda arcus medietatis gr. per chordam arcus 1 gr. & dimidij, & per chordam arcus medietatis & 4 gr. reperta eſt. Et eſt talis: Sit circulus a b d g, in quo ſint tres chordæ, vna a b ſubtendatur arcui medietatis & 4 gr. Alia a d ſubtendatur 1 gradui. Tertia a g ſubtendatur arcui gr. & dimidij. Quia ergo per ſextam huius proportio chordæ a d ad chordam a b, minor eſt proportione arcus a d ad arcum a b. Arcus autem a d ad arcum a b eſt ſeſquitertius. Oſtenſum eſt autem ex dictis, quòd chorda a b eſt o grad. 47 min. & 7 ſecundi ſi eius tertia, quæ eſt 15 min. 42 ſecund. & 20 tertij ſibi ſuperadditur, proueniet 1 grad. 2 min. 49 ſecund. & 20 tert. & hoc eſt ſeſquitertium ad chordam a b. Sed chorda a d minor eſt ad a b quàm ſeſquitertia, ideo chorda a d minor erit quòd 1 gr. 2 min. 49 ſecund. & 20 tert. Rurſum quia proportio chordæ a g ad chordam a d minor eſt quàm proportio arcus a g ad arcum a d per ſextam. Arcus autem a g ſeſquialterus eſt ad arcum a d. Ex dictis autem patet quòd chorda a g eſt 1 gr. 34 min. 14 ſecund. & ſi ab ea ſubtrahitur eius tertia pars, quæ eſt 31 min. 24 ſecund. & 40 tert. reſiduum erit 1 gr. min 49 ſec. & 20 tert. & ad illud chorda a g eſt ſeſquialtera. Igitur chorda a d reſpectu chordæ a g, eſt maior quàm 1 gr. 2. min. 49 ſecund. & 20 tert. Eſt ergo chorda arcus 1 gr. reſpectu chordæ vnius medietatis & 4 gr. minor quàm 1 gr. 2 min. 49 ſecund. & 20 tert. Et reſpectu chordę vnius gradus & medietatis maior eſt quàm 1 gr. 2 min. 49 ſec. & 20 tert. manifeſtum eſt, quòd conueniens eſt vt pro chorda vnius gradus circuli accipiamus 1 gr. 2 min. & 49 ſecund. de gradibus de quibus ſemidiameter eſt 60. Sic enim minus quàm in duabus tertijs vnius tertij erit error, quare multò minus quàm in vno ſecundo, ſed in inquiſitione chordarum, quod minus quàm ſecundum fuerit poſtponitur. Et ex hoc patet, quæ ſit quantitas chordæ arcus dimidij gradus, ipſa enim erit o gr. 31 min. 25 ſec. ferè. Et per illius quantitatem complebitur reſiduum reliquarum chordarum, quæ binatim cadunt inter duas chordas notas. Chordam nanque arcus duorum graduum ſciemus per compoſitionem arcus vnius gr. & dimidij, cum arcu vnius medietatis gr. Sed chordam arcus 2 gr. & dimidij, ſciemus per ſuperfluum arcus 3 gr. ſupra arcum medietatis gradus. Et ſimiliter ſciemus quantitates reliquarum chordarum: facilis ergo eſt ſecundum præmiſſorum tenorem chordarum ad ſuos arcus cognitio.



COMPOSITIO TABVLARVM SINVVM RECTO- *rum, per Ioannem de Regiomonte.*

FECERE maiores noſtri ſinus & chordarũ tabulas, quorũ vſus maximè neceſſarius eſt, certas aliarum tabularũ numerationes reddere volenti. Verùm omnes illi diametrũ circuli paucarũ admodum partium cõſtituerunt, veluti Ptolemæus 120, Arzahel 300, vnamquanq; partium in 60 minuta, minutumq; in 60 ſecunda diſtinguentes. In arcu etiam, tantùm per quartam gradus lineam numerũ in ſinubus auxerũt, propter quod fit, vt cum ex arcu ſinum, aut econtrà ex ſinu arcũ elicere velimus, ſæpe neceſſe ſit ſumere partes proportionales, itemq; in vſu ſinuum, partes in minuta, minutaq; in partes reducere. Quod profectò nedum parum in arte numerandi inſtituto, ſed etiam peritiſsimis tædium parit. Vt igitur hoc impedimẽtum tolleretur, faciliſq; fieret ſinum inuẽtio, conatus ſum nouas tabulas fabricare, quarum extenſio in arcu per ſingula minuta procederet ipſamq; circuli ſemidiametrũ, quæ ſinus totus eſt, ne amplius aliqua ſubdiuiſione opus eſſet, 6000000 partium fore ſuppoſui. Compoſitio verò ipſa talem habuit progreſſum.

PROPOSITIO I.

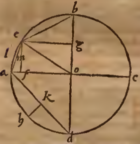


Cognito ſinu alicuius arcus quarta circuli minoris, notus fiet, & ſinus complementi talis arcus.

Nam quadratũ ſemidiametri ęquale eſt duobus quadratis ſinuum duorũ arcus & ſui cõplementi, vt in quarta a o b, arcus a e ſinus ſit e f. Arcus autem e b, ſinus ſit e g, quadratum e o, æquale eſt duobus quadratis linearum e f & f o, ſed f o æqualis eſt e g &c.

PROPOSITIO II.

Sinus arcuum per Kardagas authorum oſtendere.



Kardaga portio arcus 15 gr. appellatur. Pro huius oſtenſione ſit circulus a b c d, ſuper centro o, duabus diametris eius orthogonaliter ſeſe ſecantibus a c, b d, arcus a e ſit 30. grad. eritq; e b, 60 gr. propterea erit e b linea recta latus hexagoni circulo inſcriptibilis, ideo æquale ſemidiametro e o, aut o b. Quare e g perpendicularis ſuper o b, diuidet o b in partes ęquales, ſed e f ſinus arcus a e, æqualis eſt & æquediſtans o g. Ideo nota o b ſinu toto, nota erit e f ſinus arcus 30 gr. quia medietas ſinus totius: hinc ex priore cognita fiet linea e g, quę ſinus eſt portionis 60 gr. Pręterea facta chorda a d, & arcu a h, 45 gr. h k diuidens a d per ęqualia, diſtinguet a k ſinum 45 gr. qui patebit ex hoc quòd quadratum ſemidiametri duplum ſit quadrato lineæ a k. Deniq; ducta chorda a e, diuiſaq; per mediũ in m, fiet a m ſinus arcus 15 gr. qui innoteſcet ex quadratis a f & f e, ea enim coniuncta faciunt quadratũ a e, quod quadruplum eſt quadrato lineę a m. Tandem ex ſinu arcus 15 gr. & propoſitione prima cognitus fiet ſinus arcus 75 gr. Sic omnium arcuum per Kardagas authorum ſinus patefacti ſunt. Præſuppoſui autem in inuentione horũ ſinuum propter maiorem præciſionem, ſemidiametrũ circuli partes habere 600000000. & ſecundum hoc repperi ſinus arcuum illorum, vt hîc habes.

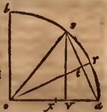
Arcus

Arcus.	Sinus.
90	600000000
30	300000000
60	519615242
45	424264069
15	155291427
75	579555496

PROPOSITIO III.

Cuiuslibet arcus quarta minoris, ſinus rectus, eſt medio loco proportionalis inter medietatem ſemidiametri & ſinum uerſum arcus duplicis.

Vt ſit in quarta circuli arcus c r datus, ad quē duplus ſit c s, ductis lineis c s, & o r ſecāte c s in t. Itē s v orthogonali ſuper o c, & medietas o c ſit o x. Dico iā c t eſſe medio loco proportionalē inter x c & c v. Sunt enim duo triāguli o c t & s c v ſimiles, ꝙ quilibet rectāgulus ſit & vniū cōmunē habeant, ideo proportio o c ad s c, eſt ſicut proportio t c ad c v, ſed o c ad s c, eſt ſicut ſuarū medietatum, ſcilicet x c ad c t, quare x c ad c t, ſicut c t ad c v, ſic patet propoſitionis intētio. Ex hac propoſitione cōcluditur, cuiuſcūq; arcus ſinus notus fuerit, cognitus etiā erit ſinus medietatis talis arcus, vt in exēplo, ſi velis inuenire ſinū medietatis primę kardagę, habes ex priore ſinū cōplementi huius kardagę, ſcilicet arcus 75 gr. cuius differētia ad ſemidiametrū eſt ſinus verſus 15 gr. ideo notus. Nā id generale eſt in quarta circuli cuiuslibet arcus ſinus differētia ad ſemidiametrū eſt ſinus verſus cōplemēti talis arcus de quarta circuli. Sic multiplicatio huius in medietatē ſemidiametri eſt nota, quę ęquatur quadrato ſinus recti arcus 7 gr. & 30 min. hinc huius cōplementi ſinus notus fiet. Itē ex hoc ſinus verſus arcus 7 gr. & dimidij, inde ſinus rectus portionis 3 gr. & 45 min. ex hoc etiā ſinus cōplementi eius. & ſic de alijs arcubus: quorū ſinus hic poſui in tabella, quos ſi cum ſuperioribus iunges, fient ſinus omniū arcuum per 3 gr. & 45 min. authorum. Ex hac etiam propoſitione cōſtat cuiuſcunq; arcus ſinus notus eſt, fiet & cognitus ſinus arcus duplicis, quāuis hac via nō gradiemur.

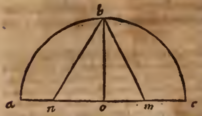


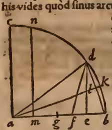
Arcus. G.	m.	Sinus.
7	30	78315719
82	30	594866917
3	45	39241877
86	15	598715354
22	30	229610059
67	30	554327720
11	15	117054193
78	45	588471168
37	30	365256858
52	30	476012004
18	45	192863679
71	15	568158078
41	15	395607489
48	45	451103884
33	45	333342140
56	15	498881767
26	15	265373214
63	45	538123645

PROPOSITIO IIII.

Latera decagoni atq; pentagoni circulo inſcriptibiliū nota facere.

Sit ſemicirculus a b c, ſuper centro o, ſemidiametro o b, orthogonaliter ſuper diametro a c ſtante, punctum m diuidat o c per æqualia, ductæ b m ſit ęqualis m o n, ſi duxeris lineam b n, dico n o latus decagoni, & b n latus pentagoni eſſe. Eſt enim c o diuiſe in m per æqualia adiuncta o n, ideo quod fit ex c n in n o cum quadrato o m, æquale erit quadrato m n ſeu m b, ſed quadratum m b, ſeu m n æquale eſt duobus quadratis b o & o m, ergo quod fit ex c n in n o, eſt æquale quadrato o b ſeu a c, ideo o c eſt medio loco proportionalis inter c n & n o. ergo linea c n, diuiſa eſt ſecūdum proportionem habentē medium & duo extrema, & quia eius maior portio c o eſt ſemidiameter circuli, ſequitur ex hoc vt n o ſit latus decagoni talis circuli. Sed quia latus pentagoni potentius eſt latere hexagoni in potentia lateris decagoni, oportet vt b n ſit latus pentagoni, quod eſt propoſitum. Ex hac inuenies ſinū arcus 36 grad. ſic, quadratū o b & quadratū o m faciunt, quadratū m n, ergo m n cognita, ablata o m, manebit o n data, cuius quadratū iunctum quadrato ſemidiametri, producet quadratum chordę arcus 72 gr. Cuius quadrata quarti pars eſt quadratū ſinus arcus 36 graduū. Ex hoc ſinu ſecundum doctrinas præcedentes inuenies ſinus arcuum hîc poſitorū, qui cum ſuperioribus iuncti ſinus arcuum per 2 gr. & 15 min. authorum efficient. In his vides quòd ſinus arcus 54 graduum, ex ſinu arcus 30 graduum, & ſinu arcus 18 gr. conſtat, cuius rei cauſam ſic accipe.





In quarta a b c ſuper centro a, ſit arcus c d 54 gr. eritq; d b 36 demiſſa d e perpendiculari ſuper a b, fiet d e ſinus 36 gr. & a e ſinus 54 gr. ſitq; b k arcus 18 gr. ductā chordam d b, ſecet a k linea in l, & medietas ſemidiametri ſit a g, dico g e æqualem eſſe b l ſinui arcus 18 gr. Fiat enim e f æqualis e b, ducantur a d & d f lineæ, à puncto m mediæ lineę a f orthogonalis m n exeat ad periferiā. Cum angulus d a b ſit quinta pars duorum rectorū ex poſito, & anguli ſupra baſim b d ſint æquales, oportet angulum a b d eſſe duas quintas duorū rectorū, cui eſt æqualis angulus d f b, ergo angulus d f a eſt tres quintę duorum rectorum, ex hoc opus eſt, vt angulus a d f ſit vna quinta duorum rectorū, ideo ęqualis angulo d a f, ergo a f ęqualis d f, ſed d f æqualis eſt d b, ideo a f æqualis erit d b, quare m f æqualis b l, & quia m e æqualis eſt g b, quòd vtraq; ſit medietas ſemidiametri, ablato communi fiet m g æqualis e b, aut e f, additoq; communi g f, habebis m f æqualem g e, ideoq; g e æqualis erit b l, quod fuit oſtendendum. Ex hoc etiam inferre potes ſinū verſum arcus 72 graduum, ex ſinu verſo arcus 36 graduum, & ſinu recto arcus 30 graduum conſtare. Nam cum a m ſit ſinus arcus 18 graduum, erit c n t arcus 18 graduū, & n b arcus 72 graduum, cuius ſinus verſus eſt m b, ſed m b conſtat ex m e & e b. m e autem ſinus rectus eſt arcus 30 graduū, quia medietas ſemidiametri, e b verò ſinus verſus eſt arcus 36 graduum, ſcilicet arcus b d.

Arcus. G.	m.	Sinus.
36	0	352671151
54	0	485410197
18	0	185410197
72	0	570633909
9	0	93860679
81	0	592613004
4	30	47075458
85	30	598150400
2	15	23555889
87	45	599537422
27	0	272394297
63	0	534603915
13	30	140067218
76	30	583421952
6	45	70522438
83	15	595841074
40	30	389668829
49	30	456243579
20	15	207670234
69	45	562914802
42	45	407280447
47	15	440593506
31	30	313499140
58	30	511584098
15	45	162864270
74	15	577473142
38	15	371456371
51	45	471190159
24	45	251195842
65	15	544885904
29	15	293172744
60	45	523497605

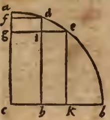
Arcus. G.	m.	Sinus.
12	0	124747015
78	0	586888561
6	0	62717078
84	0	596713137
3	0	31401574
87	0	599177721
1	30	15706169
88	30	599794394
45	0	7853773
89	15	599948596
39	0	377591235
51	0	466287577
19	30	200284116
70	30	565584895
9	45	101609702
80	15	591333635
42	0	401478364
48	0	445886895
21	0	215020770
69	0	560148256
10	30	109341315
79	30	589952945
5	15	54900971
84	45	597482957
43	30	413012745
46	30	435224623
21	45	222334462
68	15	557285732
44	15	418674276
45	45	429781166
25	30	258306658
64	30	541551171
12	45	132418461
77	15	585205392

Arcus. G.	m.	Sinus.
35	15	346287114
54	45	489984933
24	0	244041986
66	0	548127275
34	30	339843742
55	30	494475713
17	15	17792 945
72	45	573011967
39	45	383663401
50	15	461305099
23	15	236846314
66	45	551274726
32	15	320168709
57	45	507436663
33	0	326783421
57	0	703202341
16	30	179409207
73	30	575291841
8	15	86095573
81	45	593790832
27	45	279368712
62	15	530992582
28	30	286295256
61	30	527290268
14	15	147691976
75	45	581538546
36	45	358994760
53	15	480752288
30	45	306775852
59	15	515643849

PROPOSITIO V.

Latus quindecagoni circulo inſcriptibilis notum reddere.

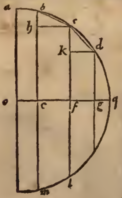
Sit in quarta circuli a b ſuper centro c, arcus a d 30 graduum. Item a e 54 graduum, ductis d f & e g perpendicularibus ſuper a c. Item d h & e k perpendicularibus ſuper b c, erunt e g ſinus portionis 54 graduum, & e k ſeu h i ſinus portionis 36 graduum. Item d f ſeu i g ſinus 30 graduum, & d h ſinus arcus 60 graduum, quę ex ſuperioribus nota ſunt. Igitur ei ſcilicet exceſſus ſinus arcus 54 graduum ſupra ſinum arcus 30 graduum notus. Similiter id nota fiet ſcilicet exceſſus ſinus arcus 60 graduum ſupra ſinum arcus 36 grad. Sed ducta chorda e d, eſt chorda arcus 24 graduū, ſcilicet latus quindecagoni, cuius quadratum æquale eſt duobus quadratis linearum e i & i d, ſic linea e d nota fiet, quod eſt propoſitum. Secūdum autem ſimile ingenium quorumcunq; duorum arcuum ſinus noti fuerint, poteris inueſtigare ſinum dimidij differentiæ eorum. Ex hac cognoſces ſinum arcus 12 graduum, ex quo per doctrinas ſuperiores inuenies multorum arcuum ſinus, adeò vt ſi proceſſeris, quoad potueris in arcu tamen minutum gradus non ſecando, reperies arcuum hic poſitorum ſinus, qui ſuperioribus iuncti ſinus arcum per 45 minuta augmentum ſuſcipientium conſtituent.



PROPOSITIO VI.

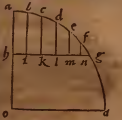
In quarta circuli ſumptis arcubus æqualibus inæqualiter à capite quartæ diſtantibus, ab eorum terminis perpendiculares ad baſim demiſſæ inæquales baſis partes intercipient, maiorq; pars erit, cuius arcus capiti uicinior fuerit.

Vt in quarta a q, cuius caput a, baſis o q, datis arcubus b c & c d æqualibus, quorum b c vicinior ſit ad a quàm c d. Demiſſæ perpendiculares ſint b e, c f, d g, dico e f maiorem eſſe f g. Tractis enim chordis b c & c d; quæ æquales erunt, fiant trianguli orthogonij c h b & d k c, quibus intelligas circulos eſſe circumſcriptos, quos neceſſe eſt æquales eſſe, quòd eorum diametri b c & c d ſint æquales. Sed angulus c b h maior eſt angulo d c k, quòd arcus c m maior ſit arcu d l, ideo oportet neceſſariò in circulis circumſcribentibus trigonos arcum anguli c b h maiorem eſſe arcu anguli d c k, hinc & chordam primi ſcilicet c h, maiorem eſſe chorda ſecundi ſcilicet d k, ſed e f eſt æqualis c h, & f g eſt æqualis k d, igitur e f eſt maior f g, quod fuit oſtendendum. Ex hac propoſitione elicies ſinum arcus vnius gradus inter duo conſtare. Sit enim in quarta circuli arcus a d 45 minutorum vnius gradus, & arcus g ſit vnus gradus cum dimidio, cuius ſinus ſit h g. Item a e ſit vnus gradus, productis d l & e m orthogonalibus ſuper h g, erit h l ſinus



arcus

arcus 45 graduum. h m verò ſinus arcus vnius gradus quem quærimus. Subdiuido arcum a d in tres æquales a b, b c, c d, & e g in duos æquales, ſcilicet e f & f g. eritq; quilibet horum quarta vnius gradus, ſicut d e, cadant quoq; b i, c k & f n perpendiculariter ſuper h g. Quia verò h l ex prioribus habetur 7853773, huius tertia pars eſt 2617924, quæ neceſſariò maior eſt vtraq; linea tam i k quàm k l, prout ex propoſitione concluditur, igitur multo magis maior quàm l m, quare iuncta cum h l producet 10471697, maiorem quàm ſit h m, ideo 10471697, maior eſt quàm ſinus vnius gradus. Item h g eſt ex prioribus 15706169, ſed h l eſt 7853773, ideo l g fiet 7852396, huius tertia pars eſt 2617465, quam vtiq; conſtat minorem eſſe l m. Cum verò ſuper h l addideris 2617465, prodibunt 10471238, quæ neceſſariò minus ſunt h m, ſcilicet ſinu vnius gradus: habes itaq; ſinum vnius gradus concluſum inter hos duos numeros, ſcilicet 10471697, & hunc 10471238. Ex maiore horum ſi proceſſeris ſecundum doctrinam primæ & tertiæ propoſitionum, inuenies ſinum 89 graduum maiorem eſſe quàm 599908613. Inde reſiduum de ſemidiametro, ſcilicet 91387, maius eſt ſinu verſo vnius gradus, quod ductum in 300000000 ſcilicet dimidium ſemidiametri, vt nunc ſupponimus, faciet quadratum, cuius radix 5236044, quæ neceſſariò plus eſt quàm ſinus dimidij gradus, ex quo etiam inuenies 599977152, minus eſſe ſinu 89 graduum & dimidij. Ex minore autem, ſi proceſſeris ſecundum eaſdem doctrinas, inuenies ſinum 89 graduum, minorem eſſe quàm 599908621, inde 91379 minus eſſe ſinu uerſo vnius gradus, hinc & 5235818, minus ſinu dimidij gradus, ex quo etiam habes 599977155 plus eſſe ſinu 89 graduum & dimidij. Ex his modo illud accipe, licet in inuentione ſinuum per augmentum 45 minutorum in arcu procedendo ſuppoſuerimus ſinum totum eſſe 600000000 propter præciſionem inuentionis, in tabulando tamen ſupponemus eum eſſe niſi 6000000, quod id ſuficiat, ſic ſinum arcus dimidij gradus inuenimus plus eſſe quàm 52358 & minus quàm 52360, conueniens eſt igitur vt ipſum inter hæc duo ſtatuamus, ſcilicet 52359, dum totus fuerit 6000000, nec vnquam aliquid erroris in opere ſenties. Hinc ſinum arcus 15 minut. reperies 26180. Item vnius gradus 104715, & ſinum arcus 89 gradum 5999086, item 89 grad. & 45 min. 5999943. Ex his igitur ſecundum doctrinas ſuperiores, ſi libet, poteris omnium arcuum per quartam gradus augmentum ſuſcipientium ſinus complere. Nam iuxta ingenium dictum in quinta ex ſinu arcus 30 minutorum ſinuq; ſui complementi, item ſinu arcus 52 graduum & 30 minutorũ, ſinuq; ſui complementi reperies chordam arcus 52 graduum, inde ſinus arcus 26 graduum notus fiet, ex hoc ſinus ſui complementi, ſcilicet 64 graduum, & ſic de alijs vſquequo habueris omnium arcuum per 15 minuta augmentatarum ſinus. Verùm id tibi non opus eſſe reor, cum alia via idem reperibile ſit. Habes antea omnium arcuũ per tres quartas gradus vnius creſcentium ſinus, eos ordinabis, vt debet, differentiasq; omnium ſibi proximorum nota, quarũ quælibet 43 minutis medijs correſpondebit, quamlibet earum, quemadmodum ab initio ad finem continuè decreſcunt, ita ſecabis in partes tres, quòd ipſæ ſectæ quoq; vniformitatem in decreſcendo ſeruent, quod facile fiet dum mediam earum ſemper adæquatã differentiæ tertiam conſtitues. Ex his perficies ſinus arcuum authorum per quindecim minuta. Hinc iterum omnium horum ſinuum differentias notabis, quæ



libet enim earum 15 minutis medijs correſpondebit, quarum etiam quamlibet quemadmodum à principio verſus finem decreſcunt, ita ſecabis in partes tres, ut ipſæ quoque in decreſcendo ſeruent regulam: & ex his complebis omnium arcuum per quinque minuta creſcentium ſinus. Simili via ſupplebis tabulam ſinus per ſingula minuta in arcu creſcentem. Quòd ſi diligens differentiarū notator atque iuxta proportionem decremento earum ſector fueris, tanta præciſione tibi ſinus conſtitues, quanta fierent, ſi iuxta doctrinas propoſitionum ſuperiorum ad vnguem ſingula proſequeris. Atque vt huic rei fidem maiorem faceremus, in plerisque locis vtrunque modum tentauimus, neque quicquàm in illis diſcordię ceciderat. Sic igitur in noſtra tabula ſinus id cōmodi eſt, vt ſingulis minutis gradus ſuos habeas ſinus correſpondentes, idque certitudinis, vt non ſicut in alijs, quæ per quartam partem gradus tantum augmentatæ ſunt, quòd vni quartæ gradus intermediæ reſpondet, æqualiter per quartam eandem extenſum ſit, ſed ſecundum differentiarum decrementum proportionabiliter per minuta intermedia eſt diſtributum. Habes quoque ſinum totum hîc poſitum 6000000 partium, per quam exteſionem, ad ſecunda minutorum in arcu cum neceſſe ſit, deuenire cum certitudine poteris. Si verò in minutis arcus ſtādum tibi fuerit, ages per ſinus eoſdem, primas verſus dextram duas figuras omittendo, & tunc ſinus totus 60000 partium ſupponetur.

PROPOSITIO VII.

Ex hac tabula ſinum arcus cuiuſcunque reperire.

Gradus arcus quæres in ſuperiore parte tabulæ, numerum verò minutorum in ſiniſtra: quòd ſi non fuerint in arcu ſecunda cum minutis, habes in angulo communi ſinum quæſitum. Si verò in arcu etiam ſecunda fuerint, uide quantum in ea parte tabulæ vni ſecundo reſpondeat, quod in numerum ſecundorum ductum, adde ſinui in angulo communi poſito, & exibit quod quæris. Sic inueniſti ſinum, prout totus eſt 6000000, quòd ſi uoles eundem habere, prout totus eſt 60000, abijcies ex eo primas duas figuras verſus dextram, & ſic de alijs, facile eſt econtrà ex ſinu arcum cognoſcere &c.

SEQVITVR TABVLA SINVVM AD 6000000 PARTES PER IOANNEM DE Regiomonte computata.

G. m.	0 Sinus	portio unius 2 10	1 Sinus	portio unius 2 10	2 Sinus	portio unius 2 10	3 Sinus	portio unius 2 10	4 Sinus	portio unius 2. 10
0	0	19 1	104715	29 1	209397	29 1	314016	19 0	418540	29 0
1	1745		106460		211141		315759		420281	
2	3491		108105		212885		317502		422022	
3	5336		109950		214630		319244		423563	
4	6982		111695		216374		320987		425504	
5	8727		113440		218118		322730		427245	
6	10472		115185		219873		314473		428986	
7	12218		116930		221606		316216		430727	
8	13963		118675		223351		327958		432467	
9	15709		120410		225905		329701		434208	
10	17454		122165		226839		331444		435949	
11	19199		123910		228583		333187		437690	
12	20944		125655		230327		334929		439430	
13	22690		127400		232071		336672		441171	
14	24435		129145		233815		338414		442911	
15	26180		130890		235559		340157		444651	
16	27925		131635		237303		341899		446392	
27	29671		134380		239047		343742		448133	
18	31416		136124		240791		345384		449873	
19	33162		137869		241535		347187		451614	
20	34907		139614		244279		348869		453354	
21	36652		141359		246023		350611		455094	
22	38397		143104		247767		352354		456834	
23	40143		144848		249510		354096		458575	
24	41888		146593		251254		355838		460315	
25	43633		148338		252998		357580		462055	
16	45378		150083		254742		359322		463795	
27	47123		151828		256485		361064		465535	
28	48869		153572		258229		361807		467275	
29	50614		155315		259972		364549		469015	
30	52359		157062		261716		365191		470755	
31	54104		158807		263460		368033		472495	
32	55850		160551		265203		369775		474235	
33	57595		161196		266947		371517		475974	
34	59341		164040		268690		373259		477714	
35	61086		165785		270434		375001		479454	
36	62831		167530		271178		376743		481194	
37	64576		169274		273921		378485		482933	
38	66322		171019		275668		380226		484673	
39	68067		172763		277408		381968		486412	
40	69812		174508		279152		383710		488152	
41	71557		176253		280895		385452		489871	
42	73302		177997		282639		387194		491631	
43	75048		179742		284382		388935		493370	
44	76793		181486		286126		390677		495110	
45	78538		183231		287869		391419		496849	
46	80283		184975		289612		394161		498588	
47	82028		186720		291355		395601		500327	
48	83774		288464		293009		397644		501067	
49	85519		190209		294842		399385		503806	
50	87264		191953		296585		401127		505545	
51	89009		193697		298328		402868		507284	
52	90754		195442		300071		404610		509023	
53	92500		197186		301815		406351		510761	
54	94245		198931		303558		408093		512501	
55	95990		200675		305301		409834		514240	
56	97735		202419		307044		411575		515979	
57	99480		204164		308787		413316		517718	
58	101225		205908		310530		415058		519454	
59	102970		207653		312273	39 1	416799		221195	
60	104715		209397		314016	19 0	418540		522934	

G. / m.	5 Sinus	portio unius 2 10	6 Sinus	portio unius 2 10	7 Sinus	portio unius 2 10	8 Sinus	portio unius 2 10	9 Sinus	portio unius 2 10
0	522934	29 0	627171	28 9	731215	28	835040	28 8	938607	28 7
1	524674		628907		732947		836768		940331	
2	526411		630642		734679		838496		942954	
3	528150		632378		736412		840225		943778	
4	529888		634113		738144		841953		945501	
5	531627		635849		739876		843681		947225	
6	533365		637584		741608		845409		948948	
7	535104		639320		743340		847137		950671	
8	536842		641055		745071		848864		952395	
9	538581		642791		746803		850592		954118	
10	540319		644526		748535		852328		955841	
11	542057		646261		750267		854047		957564	
12	543795		647996		751998		855775		959287	
13	545534		649731		753730		857502		961009	
14	547272		651466		755461		859230		962732	
15	549010		653201		757193		860957		964455	
16	550748		654936		758923		862684		966177	
17	552486		656671		760655		864411		967900	
18	554224		658405		762387		866139		969622	
19	555962		660140		764118		867866		971345	
20	557700		661875		765849		869593		973067	
21	559438		663609		767580		871320		974789	
22	561175		665344		769311		873047		976511	
23	562973		667078		771042		874773		978223	
24	564650		668813		772773		876500		979955	
25	566388		670547		774504	28 8	878227		981677	
26	568125		672281		776235		879953		983399	
27	569863		674015		777965		881679		985120	
28	571600		675750		779696		883406		986842	
29	573338		677484		781426		885132		998563	
30	575075		679218		783157		886858		990285	
31	576812		680952		784887		888584		992006	
32	578549		682686		786617		890310		993727	
33	580287		684420		788348		892036		995449	
34	582024		686154		790078		893762		997170	
35	583761		687888		791808		895488		998891	
36	585498		689622		793538		897214		100612	
37	587235		691355		795268		898939		1002333	
38	588972		693089		796998		900665		1004053	
39	590709		694822		798728		902390		1005774	
40	592446	28 9	696556		800458		904116		2007495	
41	594183		698289		802188		905841		1009215	
42	595919		700023		803917		907566		1000936	
43	597656		701756		805647		909291		1012656	
44	599392		703489		807376		911016		1014377	
45	601129		705223		809106		912741	28 7	1016097	
46	602865		706956		810835		914466		1017817	
47	604602		708689		812564		916191		1019537	
48	606338		710423		814294		917915		1021257	
49	608075		712175		816023		919640		10.2977	
50	609811		713887		817752		921365		1024697	
51	611547		715620		819481		923089		1026416	
52	613283		717353		821219		924814		2028136	
53	615920		719085		822939		926538		1029825	
54	616756		720820		824668		928263		1031575	
55	618942		722553		826397		929987		1033294	
56	620228		724885		828126		931711		1035013	
57	621964		726018		829854		933435		1036732	
58	623699		727750		831583		935159		1038451	
59	625435		729483		833311		936883		1040170	
60	627171		731215		835040		938607		1041899	

G ín	10 Sinus	portio uoius 2 10	11 Sinus	portio uoius 2 10	12 Sinus	portio unius 2 10	13 Sinus	portio unius 2 10	14 Sinus	portio unius 2 10
0	1041889	28 6	1144854	28 6	1247470	28 5	1349707	28 3	1451531	28 2
1	1043606		1146567		1249177		1351407		1443124	
2	1045326		1148280		1250884		1353108		1454917	
3	1047045		1149993		1252590		1354808		1456611	
4	1048763		1151706		1254295		1356509		1458304	
5	1050482		1153419	28 5	1256004	28 4	1358209		1459997	
6	1052200		1155132		1257710		1359909		1461690	
7	1053918		1156844		1259417		1361608		1463381	
8	1055637		1158557		1261123		1363308		1465075	
9	1057355		1160269		1262830		1365007		1466767	
10	1059073		1161982		1264536		1366707		1468460	
11	1060791		1163694		1266142		1368406		1470152	
12	1062508		1165406		1267948		1370105		1471844	
13	1064216		1167118		1269652		1371805		1473536	
14	1065943		1168830		1271359		1373504		1475228	
15	1067661		1170541		1273065		1375203		1476920	
16	1069378		1172254		1274770		1376902		1478611	
17	1071095		1173965		1276476		1378600		1480303	
18	1072813		1175677		1278181		1380299		1481994	
19	1074530		1177388		1279887		1381997		1483686	
20	1076247		1179100		1281592		1383696		1485377	
21	1077964		1180811		1283297		1385394		1487062	
22	1079681		1182522		1285002		1387092		148875[illegible]	
23	1081397		1184233		1286706		1388790		1490449	
24	1083114		1185944		1288411		1390488		1492140	
25	1084831		1187655		1290116		1392186		149383	
26	1086547		1189366		1291820		1393883		149551	
27	1088264		1191076		1293524		1395580		149721	
28	1089980		1192787		1295229		1397277		1498901	
29	1091697		1194497		1296933		1398975		150050	
30	1093413		1196208		1298637		1400672		1502281	
31	1095129		1197918		1300341		1402369		1503970	
32	1096845		1199628		1302045		1404066		1505660	
33	1098560		1201338		130374		1405762		1507345	
34	1100276		1203048		1305454		1407459		1509031	
35	1101992		1204758		1307150		1409156		15 07	
36	1103707		1206468		1308859		1410852		1512417	
37	1105423		1208177		1310562		141254		1514106	
38	1107138		1209887		1312266		1414245		1515794	
39	1108854		1211596		1313969		141594		1517483	
40	1110569		1213306		1315672		1417657		1519172	28 1
41	1112284		1215015		1317375		1419353		1520860	
42	111399		1216724		1319077		1421028		1522548	
43	1115714		1218433		1320780		1422724		1524136	
44	1117429		1220141		1322482		1424419		1525924	
45	1119144		1221851		1324185		1426115		1527612	
46	1120858		1223559		1325887		1427810		1529298	
47	1122573		1225268		1327589		1429505		1530987	
48	1124287		1226976		1329291		1431200		1532674	
49	1126002		1228685		1330993		1432895	28 2	1534362	
50	1127716		1230393		1332695		1434590		1536049	
51	1129430		1232101		1334396		1436284		1537736	
52	1131144		1233809		1336098		1437879		1539423	
53	1132858		1235517		1337799		1439673		1541109	
54	1134572		1237225		1339501		1431365		1542796	
55	1136286		1238933		1341202		1443061		1544483	
56	1138000		1240640		1342903		1444756		1546 69	
57	1139713		1242348		1344604		1449449		1547 55	
58	1141427		1243055		1346305		1448143		1549542	
59	1143140		1245763		1348006		1449837		1551228	
60	1144854		1247470		1349707		1451531		1552914	

G. min.	15 Sinus	portio unius 2 10	16 Sinus	portio unius 2 10	17 Sinus	portio unius 2 10	18 Sinus	portio unius 2 10	19 Sinus	portio unius 2 10
0	1552914	28 1	1653125	28 0	1754229	27 8	1854102	27 7	1953409	27 5
1	1554600		1655502		1755898		1855762		1955059	
2	1556185		1657180		1757567		1857421		1956709	
3	1557971		1658857		1759235		1859081		1958359	
4	1559656		1660335		1760904		1860740		1960009	
5	1561341		1661212	27 9	1763573		1862400		1961659	
6	1563027		1663889		1764241		1864059		1963308	
7	1564712		1665595		1765909		1865718		1964957	
8	1566396		1667142		1767577		1867376		1966606	
9	1568081		1668916		1769245		1869035		1968255	
10	1569766		1670565		1770913		1870694	27 6	1969904	
11	1571450		1672271		1772580		1872352		1971552	
12	1573134		1673947		1744247		1874010		1973200	
13	1574819		1675623		1775915		1875667		1974848	
14	1576503		1677299		1777582		1877325		1976496	
15	1578187		1678975		1779249		1878983		1978144	
16	1579871		1680650		1780915		1880640		1979791	
17	1581554		1682325		1782581		1881297		1981438	
18	1583238		1684001		1784248		1883954		1983086	
19	1584921		1685676		1785915		1885611		1984733	
20	1586605		1687351		1787581		1887268		1986380	27 4
21	1588288		1689025		1789247		1888924		1988026	
22	1589971	28 0	1690700		1790913		1890581		1989673	
23	1591653		1692374		1792578		1892237		1991319	
24	1593336		1694049		1794244		1893894		1992966	
25	1595019		1695723		1795910		1895550		1994612	
26	1596701		1697397		1797575		1897206		1996258	
27	1598383		1699071		1799240		1898862		1997904	
28	1600066		1700744		1800905		1900518		1999549	
29	1601748		1702418		1802570		1902172		2001193	
30	1603430		1704092		1804235	27 7	1903808		2002841	
31	1605112		1705765		1805899		1905483		2004486	
32	1606793		1707438		1807563		1907138		2006131	
33	1608475		1709111		1809228		1908792		2007775	
34	1610156		1710784		1810891		1910447		2009420	
35	1611838		1712457		1812556		1912102		2011065	
36	1613519		1714129		1814219		1913756		2012709	
37	1615200		1715802		1815883		1915410		2014353	
38	1616880		1717474		1817546		1917064		2015997	
39	1618581		1719147		1819210		1918717		2017641	
40	1620242		1720819		1820873		1920372		2019285	
41	1621922		1722491		1822536		1922025		2020928	
42	1623602		1724162		1824198		1923678		2022571	
43	1625283		1725834		1825861		1925331		2024214	
44	1626963		1727505		1827523		1926984		2025857	
45	1628643		1729177		1829186		1928637	27 5	2027500	
46	1630322		1730848		1830848		1930289		2029142	
47	1632002		1732519		1832510		1931941		2030784	
48	1633681		1738189		1834171		1933594		2031426	
49	1635361		1737860		1835833		1935246		2034068	
50	1637040		1737531	27 8	1837495		1936898		2035718	
51	1638719		1739201		1839156		1938549		2037351	
52	1640398		1740871		1840817		1940201		2038993	
53	1642076		1742542		1842478		1941852		2040634	
54	1643755		1744212		1844139		1943504		2042276	
55	1645434		1745882		1845800		1945156		2043917	
56	1647112		1747551		1847460		1946806		2045558	
57	1648790		1749221		1849121		1948457		2047198	
58	1650460		1750890		1850781		1950107		2048839	
59	1651447		1752560		1852442		1951758		2050479	
60	1653825		1754229		1854102		1953499		2052120	

G. m.	20 Sinus	portio unius 2 10	21 Sinus	portio unius 2 10	22 Sinus	portio unius 2 10	23 Sinus	portio unius 2 10	24 Sinus	portio unius 2 10
0	2051120	27 3	2150208	27 2	2247640	27 0	2344387	26 8	2440420	26 6
1	2053760		2151837		2249258		2345994		2442014	
2	2055400		2153466		2259876		2347600		2443608	
3	2057039		2155095		2252494		2349206		2445202	
4	2058679		2156724		2254112		2350811		2446796	
5	2060319		2158353	27 1	2255729		2352418		2448390	
6	2061958		2159981		2257346		2354013		2449983	
7	2063597		2161609		2258963		2355628		2451576	
8	2065235		2163237		2260580		2357223		2453169	
9	2066874		2164865		2261197	26 9	2358838		2454762	26 5
10	2068513		2166493		2263813		2360443	26 7	2456354	
11	2070151		2168121		2265429		2362047		2457946	
12	2071789		2169748		2267045		2363651		2459538	
13	2073426		2161735		2268661		2365255		2461130	
14	2075064		2173002		2270277		2366859		2462722	
15	2076702		2174629		2271892		2368463		2464313	
16	2078339		2176256		2273507		2370066		2465904	
17	2079976		2177882		2275122		2371369		2467495	
18	2081613		2179588		2276737		2373272		2469086	
19	2083250		2181134		2278352		2374875		2470677	
20	2084887		2182760		2279966		2376478		2472267	
21	2080523		2184386		2281580		2378080		2473857	
22	2088159		2186011		2283194		2379682		2475447	
23	2089795		2187636		2284808		2381[illegible]		2477037	
24	2091431		2189261		2286422		2382886		1478627	
25	2093167		2190886		2288036		2384488		2480215	
26	2094703		2192511		2289649		2386090		2481805	
27	2096338		2194136		2291262		2387691		2483394	
28	2097973		2195760		2292875		2389292		2484982	
29	2099609		2197384		2294488		2390893		2486571	
30	2101244		2199008		2296101		2392494		2488159	
31	2102879		2200632		2297713		2394095		2489747	
32	2104514	27 2	2202256		2299325		2395695		2491335	
33	2106148		2203879		2300937		2397295		2492923	
34	2107783		2205502		2302549		2398895		2494510	
35	2109416		2207105		2304161		2400495		2496097	
36	2111050		2208748		2305772		2402094		2497684	
37	2112684		2210371	27 0	2307383		2403693		2499271	
38	2114317		2211993		2308994		2405292		2500858	26 4
39	2115950		2213615		2310605		2406891		2502444	
40	2117583		2215237		2312216	26 8	2408490	26 6	2504030	
41	2119216		2216859		2313826		2410088		2505616	
42	2120849		2218481		2315436		2411686		2507201	
43	2122482		2220109		2317046		2413224		2508788	
44	2124114		2221724		2318656		2414882		2510373	
45	2125746		2223345		2320266		2416480		2511958	
46	2127378		2224966		2321875		2418077		2513543	
47	2129010		2226587		2323484		2419674		2515128	
48	2130642		2228208		2325093		2421271		2516712	
49	2132273		2229828		2326702		2422868		2518296	
50	2133904		2231448		2328321		2424465		2519880	
51	2135535		2233068		2329919		2426061		2521464	
52	2137166		2234688		2331527		2427657		2523048	
53	2138797		2236308		2333135		2429253		2524632	
54	2140418		2237927		2334743		2430849		2526214	
55	2142058		2239546		2336351		2432445		2527797	
56	2143688		2241165		2337959		2434040		2519380	
57	2145318		2242784		2339566		2435635		2530963	
58	2146948		2244403		2341173		2437230		2532545	
59	2148578		2246022		2342780		2438825		2534127	
60	2150208		2247640		2343387		2440420		2535709	

G. m.	25 Sinus	portio unius 2 10	26 Sinus	portio unius 2 10	27 Sinus	portio unius 2 10	28 Sinus	portio unius 2 10	29 Sinus	portio unius 2 10
0	2535709	26 4	2630227	26 1	2723943	25 9	2816830	25 7	2908858	25 4
1	2537291		2631796		2725498		2818371		2910384	
2	2538872		2633364		2727053		2819912		2911910	
3	2540453		2634932		2728607		2821453		2913436	
4	2542034		2636500		2730161		2822993		2914962	
5	2543615		2638068		2731715		2824533		2916487	
6	2545196	26 3	2639635		2733269		2826073		2918012	
7	2546776		2641202		2734823		2827612		2919537	
8	2548356		2642769		2736376		2829151		2921062	
9	2549936		2644336		2737929		2830690		2922586	
10	2551516		2645903		2739481		2832229	25 6	2924110	
11	2553096		2647469		2741035		2833767		2925634	
12	2554675		2649035		2742587		2835305		2927158	
13	2556254		2650601		2744139		2836843		2928681	
14	2557833		2652167		2745691		2838381		2930204	
15	2559412		2653732		2747243		2839919		2931727	
16	2560990		2655297		2748794		2841456		2933250	
17	2562568		2656862		2750345		2842993		2934772	
18	2564146		2658427		2751896		2844530		2936294	
19	2565724		2659991		2753447		2846067		2937816	
20	2567302		2661556		2754998	25 8	2847603		2939338	
21	2568879		2663120		2756548		2849139		2940859	
22	2570456		2664684		2758098		2850675		2942380	
23	2572033		2666248		2759648		2852211		2943901	
24	2573610		2667811		2761198		2853746		2945422	
25	2575187		2669374		2762747		2855281		2946943	25 3
26	2576763		2670937		2764296		2856816		2948463	
27	2578339		2672500		2765845		2858351		2949983	
28	2579915		2674063	26 0	2767394		2859885		2951803	
29	2581491		2675625		2768943		2861419		2953022	
30	2583067		2677187		2770491		2862953		2954541	
31	2584642		2678749		2772039		2864487		2956060	
32	2586217		1680311		2773587		2866020		2957579	
33	2587791		2681872		2775135		2867553		2959097	
34	2589367	26 2	2683433		2776682		2869086		2960615	
35	2590941		2684994		2778229		2870619	25 5	2962133	
36	2592515		2686555		2779776		2872151		2963651	
37	2594089		2688115		2781323		2873683		2965168	
38	2595663		2689675		2782869		2875215		2966685	
39	2597236		2691235		2784015		2876747		2968202	
40	2598809		2692795		2785961		2878279		2969719	
41	2600382		2694355		2787507		2879810		2971235	
42	2601955		2695914		2789052		2881341		2972751	
43	2603528		2697473		2790597		2882872		2974267	
44	2605100		2699032		2792142		2884403		2975783	
45	2606672		2700591		2793687	25 7	2885833		2977299	
46	2608244		2702149		2795231		2887463		2978814	
47	2609816		2703707		2796775		2888993		2980329	
48	2611387		2705265		2798319		2890523		2981844	25 2
49	2612958		2706823		2799863		2892052		2983358	
50	2614529		2708381		2801407		2893581		2984872	
51	2616100		2709938		2802950		2895110		2986386	
52	2617671		2711495		2804493		2896638		2987900	
53	2619241		2713052		2806036		2898166		2989413	
54	2620811		2724609	25 9	2807579		2899694		2990926	
55	2622381		2716165		2809121		2901222		2992439	
56	2623951		2717721		2810663		2902750		2993952	
57	2625520		2719277		2812205		2904277		2995464	
58	2627089		2720833		2813747		2905805		2996976	
59	2628658		2722388		2815289		2907331		2998488	
60	2630227		2723943		2816830		2908858		3000000	

G. m.	30 Sinus	portio unius 2 10	31 Sines	portio unius 2 10	32 Sinus	portio unius 2 10	33 Sinus	portio unius 2 10	34 Sinus	portio unius 2. 10
0	3000000	25 2	3090219	24 9	3179515	24 7	3267834	24 4	3355158	24 1
1	3001511		3091725		3180995		3269297		3356604	
2	3003022		3093221		3182475		3270760		3358050	
3	3004533		3094716		3183954		3272223		3359496	
4	3006044		3096212		3185433		3273686		3360942	
5	3007554		3097706		3186912		3275149		3362388	
6	3009064		3099200		3188391	24 6	3276611		3363833	
7	3010574		3100694		3189869		3278073		3365278	
8	3012084		3102188		3191347		3279535		3366723	
9	3013593		3103682		3192825		3280996		3366168	
10	3015102		3105176		3194303		3282457		3369612	
11	3016611		3106669		3195780		3283918		3361056	
22	3018120	25 1	3108162		3197257		3285379	24 3	3372500	
13	3019628		3109655		3198734		3286839		3373944	
14	3021136		3111148		3200211		3288299		3375387	
15	3022644		3112640		3201687		3289759		3376830	24 0
16	3024151		3114132		3203163		3291218		3378272	
17	3025658		3115624		3204639		3292677		3379714	
18	3027165		3117115		3206114		3294136		3381156	
19	3028672		3118606		3207589		3295595		3382598	
20	3030179		3120097	24 8	3209064		3297053		3384040	
21	3031685		3121587		3210538		3298511		3385481	
22	3033191		3123077		3212012		3299969		3386922	
23	3034697		3124567		3213486		3301426		3388361	
24	3036203		3126057		3214960		3302883		3389802	
25	3037708		3127547		3216434		3304340		3391242	
26	3039213		3129036		3217907		3305797		3392681	
27	3040718		3130525		3219380		3307253		3394120	
28	3042222		3132014		3220853		3308709		3395559	
29	3043726		3133503		3222326	24 5	3310165		3396998	
30	3045230		3134991		3223798		3311621		3398437	
31	3046734		3136479		3225270		3313076		3399825	
32	3048237		3137967		3226742		3314531		3401313	
33	3049740		3139454		3228213		3315986		3402751	
34	3051243		3140941		3229684		3317441	24 2	3404189	
35	3052746	25 0	3142428		3231155		3318895		3405626	
36	3054248		3143915		3232625		3320349		3407063	23 9
37	3055750		3145401		3234095		3321803		3408499	
38	3057252		3146887		3235565		3323256		3409935	
39	3058754		3148373		3237035		3324709		3411371	
40	3060256		3149859		3238505		3326162		3412807	
41	3061757		3151344		3239974		3327614		3414242	
42	3063258		3152829		3241443		3329066		3415677	
43	3064759		3154314	24 7	3242911		3330518		3417112	
44	3066259		3155799		3244329		3331970		3418546	
45	3067759		3157283		3245847		3333421		3419980	
46	3069259		3158767		3247315		3334872		3421414	
47	3070759		3160251		3248782		3336323		3422847	
48	3072258		3161734		3250249		3337774		3424280	
49	3073757		3163217		3251716		3339224		3425713	
50	3078256		3164700		3253183	24 4	3340674		3427146	
51	3076754		3166183		3254649		3342124		3428578	
52	3078252		3167665		3256115		3343573		3430010	
53	3079750		3169147		3257581		3345022		3431442	
54	3081248		3170629		3259047		3346471		3432874	
55	3082746		3172111		3260512		3347920	24 1	3434305	
56	3084243		3173592		3261977		3349368		3435736	
57	3085740		3175073		3263442		3350816		3437167	
58	3087237		3176554		3264906		3352264		3438598	
59	3088733		3178035		3266370		3353711		3440018	
60	3090229		3179515		3267834		3355158		3441458	

G m	35 Sinus	portio unius 10	36 Sinus	portio unius 10	37 Sinus	portio unius 10	38 Sinus	portio unius 10	39 Sinus	portio unius 10
0	441458	3 8	526712	3	[illegible]	2	[illegible]6[illegible]969	22 9	3775922	2 6
1	3442887		5[illegible]8[illegible]		6[illegible]2283		[illegible]095344		377727	
2	3444316		[illegible]29[illegible]35		6136[illegible]6		[illegible]696[illegible]19		3778634	
3	344[illegible]4		53094[illegible]		615069		369[illegible]094		3779990	
4	[illegible]47174		5323[illegible]		616462		3699[illegible]6		3781345	
5	3448603		533[illegible]68		61[illegible]55		[illegible]700842		3782700	
6	3450[illegible]		[illegible]17		61924[illegible]		3702215		3784054	
7	[illegible]451459		[illegible]6[illegible]8		620[illegible]		370[illegible]588		3785408	
8	[illegible]452[illegible]8		[illegible]3998		6220[illegible]1		3704[illegible]61		3786762	
9	3454[illegible]4		53940[illegible]		3623422		[illegible]706334		3788116	
10	[illegible]455[illegible]4		54081[illegible]		624813		3707707		3[illegible]470	
11	345716[illegible]		54222[illegible]		626204		[illegible]7[illegible]90[illegible]9		3790823	
12	[illegible]45859[illegible]		5436[illegible]		627[illegible]94		3[illegible]104[illegible]		3792176	22 5
13	[illegible]460[illegible]9		54504[illegible]		3628984		[illegible]7[illegible]22		3793528	
14	3461445		546451		630[illegible]4		[illegible]1[illegible]93		3794880	
15	3462[illegible]71		547851		36[illegible]1764		37[illegible]4564	22 8	3796[illegible]2	
16	[illegible]464296		549266		6[illegible]157		3715934		3797[illegible]83	
17	[illegible]465[illegible]21		5[illegible]067[illegible]		363454		[illegible]71730[illegible]		3798934	
18	346[illegible]146	23	552080		[illegible]635931		3718674		3800285	
19	[illegible]468570		355348[illegible]	23 4	637319		3720044		3801636	
20	[illegible]469994		355489[illegible]		36[illegible]87[illegible]	22	3721413		3802986	
21	4[illegible]1418		556299		[illegible]640[illegible]94		3722[illegible]2		3804336	
22	4[illegible]84		557704		[illegible]641481		3724150		3805685	
23	4[illegible]4264		[illegible]9109		642868		3725[illegible]51		3807034	
24	[illegible]568		560514		[illegible]64425		3726886		3808383	
25	4[illegible]10		56[illegible]91		64564[illegible]		3728254		38[illegible]9732	
26	4[illegible]8[illegible]		56[illegible]		647028		3729621		3811080	
27	34[illegible]9454		[illegible]47		648414		3[illegible]30988		3812428	
28	[illegible]4813[illegible]		566131		3649799		3[illegible]32355		3813775	
29	[illegible]9[illegible]		56753		3651184		3[illegible]33722		3815[illegible]2	
30	[illegible]48421		[illegible]689		365256[illegible]		373[illegible]88		3816469	22 4
31	[illegible]43[illegible]6		57034		[illegible]65395		[illegible]36454		[illegible]81[illegible]15	
32	[illegible]4[illegible]05		[illegible]4		655[illegible]		[illegible]3[illegible]819		[illegible]19161	
33	[illegible]47		[illegible]14		656[illegible]3		[illegible]39184		3820507	
34	[illegible]9[illegible]98		[illegible]454[illegible]		3658105		3740549		3821853	
35	4[illegible]31		35[illegible]5940		659485		3741924	22 7	3823198	
36	[illegible]73		35[illegible]3[illegible]0		66[illegible]87[illegible]		374327[illegible]		3824543	
37	49[illegible]56		57[illegible]751		366[illegible]55		3744642		3825[illegible]	
38	49[illegible]5[illegible]3	23 6	358015	2	[illegible]6[illegible]637		3746006		3827232	
39	[illegible]9699[illegible]		35815[illegible]		66[illegible]9	23	3[illegible]4[illegible]69		3828576	
40	3498411		358295		3666401		3[illegible]48[illegible]32		3829920	
41	[illegible]49982[illegible]		[illegible]5[illegible]4352		366[illegible]82		3[illegible]50094		3831263	
42	[illegible]0124		[illegible]58[illegible]751		3669163		3751456		3832606	
43	[illegible]2664		3587[illegible]0		3670544		3[illegible]52[illegible]18		3833949	
44	[illegible]0408		[illegible]88549		[illegible]671924		[illegible]541[illegible]0		3835292	
45	[illegible]9		3589948		3673304		3[illegible]5541		3836634	
46	[illegible]5[illegible]6[illegible]14		[illegible]59[illegible]346		3674684		3756902		3837976	
47	[illegible]0[illegible]		[illegible]92744		3676063		3[illegible]58262		38393[illegible]	
48	[illegible]0974		[illegible]59414		[illegible]67[illegible]44		3[illegible]59622		3840658	
49	3511162		[illegible]95[illegible]93		[illegible]678[illegible]21		3760982		3841999	
50	[illegible]512[illegible]		[illegible]6936		3680200		376[illegible]3[illegible]2		3843[illegible]40	22 3
51	[illegible]5[illegible]3992		[illegible]98[illegible]		3681578		3763701		3844680	
52	[illegible]515406		[illegible]9[illegible]9		3682916		3765060		[illegible]846020	
53	[illegible]5[illegible]6820		6[illegible]		3684334		3766419		3847359	
54	[illegible]518234		602[illegible]		[illegible]685711		3767777	22 6	3848698	
55	[illegible]351964		[illegible]60391		368[illegible]088		3769136		3850037	
56	5[illegible]061		[illegible]0[illegible]		[illegible]688465		3770494		3[illegible]513[illegible]5	
57	[illegible]5[illegible]14[illegible]4		606[illegible]		[illegible]6[illegible]9841		37718[illegible]		3852713	
58	[illegible]513[illegible]		[illegible]	2	691217	22 9	3[illegible]2[illegible]8		3854051	
59	[illegible]525300		360[illegible]9		[illegible]692593		37[illegible]4565		385[illegible]89	
60	[illegible]526712		3610[illegible]9		3693969		[illegible]775[illegible]22		38567[illegible]	

Gr. / Mi.	40 Sinus	portio unius 10	41 Sinus	portio unius 20	42 Sinus	portio unius 10	43 Sinus	portio unius 10	44 Sinus	portio unius 10
0	3856796	22 1	3936354	22 0	4014784	21 6	4091990	21	4167950	20 9
1	3858063		3937671		4016081		4093[illegible]66		4169203	
2	3859399		3938988	21 9	4017[illegible]		4094542		4170460	
3	3860735		3940304		40186[illegible]6		40958[illegible]		4171719	
4	3862071		3941620		4019960		4097104		4172969	
5	3863407		3942936		4021265		409836[illegible]	21 2	4174223	
6	3864742		394455[illegible]		4022560		4099643		4175476	
7	3866077		3945566		4023855		410091[illegible]		4176729	
8	3867412	22 1	3946881		4025149		41021[illegible]		41[illegible]981	
9	3868746		3948195		4026443		4103464		41[illegible]9[illegible]35	
10	3870080		3949509		40277[illegible]7		4104737		4180487	
11	3871413		3950823		4029030		410601[illegible]		418[illegible]738	
12	3872746		3952136		4030323		4107282		4182989	
13	3874079		3952449		4031616		4108554		4184240	
14	3875412		3954762		4032909	21 5	4109826		4185491	
15	3876744		3956075		4034201		4111098		4186742	20 8
16	3878076		3957387		40[illegible]5492		4112369		4187902	
17	3879407		3958699		403678[illegible]		4113640		418924[illegible]	
18	3880738		3960010		4038074		4114910		419049[illegible]	
19	3882069		3961321		4039369		4116180		419173[illegible]	
20	3883400		3962632	22 8	4040656		4117450		419298[illegible]	
21	3884[illegible]0		3963942		4041946		411[illegible]719		41942[illegible]	
22	3886060		[illegible]965[illegible]52		4043236		4119988		419548[illegible]	
23	3887390		3966562		4044525		4121257	21 1	4196732	
24	[illegible]888719		[illegible]967871		4045818		412[illegible]25		419797[illegible]	
25	[illegible]890048		3969180		4047103		4123793		4199226	
26	3891377	22 1	3870489		4048391		4125060		4200472	
27	3892705		3971797		4049679		4[illegible]26327		4[illegible]01[illegible]18	
28	[illegible]894033		3973105		4050967		4127594		4[illegible]02964	
29	3895361		3974413		4052254		4[illegible]28[illegible]61		4[illegible]0421[illegible]	
30	3896688		3975721		4053541		41[illegible]012[illegible]		4205455	20
31	3898015		3977028		4054828	21 4	413[illegible]393		420669	
32	3899342		3978335		4056114		413263[illegible]		4[illegible]0794[illegible]	
33	3900668		3979641		4057400		413392[illegible]		4[illegible]0918	
34	[illegible]901994		3980947		4058686		413518[illegible]		[illegible]21043	
35	3903320		3[illegible]82253		405997[illegible]		413645[illegible]		421167	
36	[illegible]904645		398355[illegible]		4061256		4137717		4[illegible]1291	
37	3905970		3984863		4062540		4138981		4214160	
38	[illegible]907295		3986168	21 7	4063824		4140244		4215402	
39	3908619		3987472		4065108		4141507		4216644	
40	3909943		3888776		4066392		414[illegible]	21 0	421[illegible]886	
41	[illegible]911266		3990080		4067675		4144[illegible]		421[illegible]	
42	3912589		3991[illegible]83		4068958		4145294		4220[illegible]68	
43	3913912		3992686		40[illegible]0240		4146556		4[illegible]162[illegible]	
44	3915235		[illegible]993989		4071522		414781[illegible]		4222848	
45	3916558	22 0	3995291		4072804		4144978		4224088	
46	[illegible]917880		3996593		40[illegible]4086		4150338		4[illegible]5[illegible]27	
47	3919202		3997894		407536		4151598		[illegible]226566	
48	3820523		3999195		407664	21	4152858		4[illegible]780[illegible]	10 6
49	3921844		4000496		40[illegible]7928		415411[illegible]		4229043	
50	[illegible]913165		4001797		4079208		41[illegible]5[illegible]7[illegible]		42[illegible]0281	
51	[illegible]914485		4003097		408[illegible]487		415[illegible]636		4231518	
52	[illegible]925800		4004397		[illegible]081766		41[illegible]894		4232755	
53	[illegible]927125		4005697		40[illegible]3045		4159152		4233992	
54	[illegible]928445		4006996		[illegible]084324		4[illegible]0410		4235229	
55	3929764		[illegible]008295		40[illegible]5603		4[illegible]61668		4236465	
56	393[illegible]83		4009594	21 6	4086881		4162925		4237701	
57	[illegible]9[illegible]401		40[illegible]039		4088159		4164181	20 9	4238936	
58	393[illegible]1[illegible]		4[illegible]190		4089436		4165438		42401[illegible]	
59	3935037		40[illegible]34[illegible]		40907[illegible]		4166694		4241406	
60	3936354		[illegible]014784		4091990		416[illegible]950		4242641	

G. m.	50 Sinus	portio uni⁹ 2 10	51 Sinus	portio uni⁹ 2 10	52 Sinus	portio uni⁹ 2 10	53 Sinus	portio uni⁹ 2 10	54 Sinus	Portio unius 2 10
0	4242641	20 6	4316039	20 2	4388122	19 8	4458369	19 5	4528258	19 2
1	4243875		4317251		4389312		4460036		4529403	
2	4245109		4318463		4390502		4461203		4550547	
3	4246342		4319674		4391691		4452570		4531691	
4	4247575		4320883		4392880		4463537	19 4	4532835	
5	4248808	20 5	4322096		4394069		4464703		4533978	
6	4250040		4323306		4395257		4465869		4535121	19 0
7	4251272		4324516		4396445		4467034		4336263	
8	4252503		4325726		4397633		4468199		4537405	
9	4253736		4326935		4398820		4469364		4538547	
10	4254965		4328144		4400007		4470528		4539689	
11	4256195		4329353	20 1	4401193		4471692		4540830	
12	4257425		4330561		4402379		4472855		4541970	
13	4258653		4331769		4403565		4474018		4543110	
14	4259884		4332977		4404750		4473181		4544250	
15	4261113		4334184		4405935		4476344		4545390	
16	4262341		4335391		4407120	19 7	4477506		4546529	
17	4263569		4336597		4408304		4478667		4547667	
18	4264797		4337803		4409488		4479828		4548805	
19	4266025		4339009		4410672		4480989		4549943	
20	4267252		4340214		4411854		4482150	19 3	4551081	
21	4168479	20 4	4341419		4413036		4483310		4552218	
22	4169705		4342623		4414118		4484470		4533355	18 9
23	4270931		4343827		4415400		4485629		4554491	
24	4272157		4345031		44165 [illegible]		4486788		4555627	
25	4273381		4346235		4417764		4487947		4556763	
26	4274607		4347438	20 0	4418944		4489105		4557898	
27	4275831		4348640		4420124		4490263		4559033	
28	4277055		4349841		4421304		4491420		4560168	
19	4178279		4351044		4422484		4402777		4561302	
30	4279505		4352246		4423664		4493534		4562436	
31	4280726		4353447		4424845	19 6	4494890		4563569	
32	4181949		4354643		4416021		4495046		4564702	
33	4283171		4355848		4427199		4497202		4565835	
34	4284395		4357048		4428577		4498357		4566965	
35	4285515		4358248		4428555		4499512	19 2	4568099	
36	4286836		4359447		4430732		4500666		4569230	
37	4288057		4360646		4431909		4501820		4570361	
38	4289278	20 3	4361845		4433085		4502974		4571492	18 8
39	4290498		4363043		4434261		4504127		4572622	
40	4291718		4364241		4435437		4505280		4573752	
41	4291937		4365439		4436612		4506432		4574881	
41	4194154		4366636		4437787		4507584		4576010	
41	4195375		4367833		4438961		4508736		4577139	
44	4196594		4369030	19 9	4440135		4509888		4578267	
45	4297812		4370226		4441309		4511939		4579395	
46	4199030		4371422		4442482		4512189		4580322	
47	4300147		4372617		4443655		4513339		4581649	
48	4301464		4373812		4444828	19 5	4514489		4582776	
49	4302681		4375007		4446000		4515639		4583903	
50	4303897		4376201		4447172		4516788		4585029	
51	4305113		4377395		4448343		4517937	19 1	4586155	
52	4306328		4378588		4449514		4519085		4587280	
53	4307543		4379781		4450685		4520233		4588405	18 7
54	4308758		4380974		4451855		4521381		4589529	
55	4309973	20 2	4382166		4453025		4522528		4590653	
56	4311187		4383338		4454194		4523675		4591776	
57	4312400		4384549		4455363		4524821		4592899	
58	4313613		4385740		4456332		4525967		4594022	
59	4314826		4386931		4457701		4527113		4595145	
60	4316039		4388122		4457869		4528258		4596267	

o

G. m.	50 Sinus	portio uni9 2 10	51 Sinus	portio uni9 2 10	52 Sinus	portio uni9 2 10	53 Sinus	portio uni9 2 10	54 Sinus	portio uni9 2 10
0	4596267	18 7	4662876	18 3	4728064	17 9	4791813	17 5	4854102	17 1
1	4597389		4663974		4729138		4792863		4855128	
2	4598510		4665072		4730212		4793913		4856153	
3	4599631		4666169		4731286		4794962		4857178	
4	4600751		4667266		4732359		4796011		4858202	
5	4601871		4668363		4733432		4797060		4859226	
6	4602991		4669459		4734504		4798180		4860250	
7	4604110		4670555		4735576		4799156		4861273	
8	4605229		4671650		4736648		4800203		4862296	17 0
9	4606348	18 6	4672745		4737719		4801250		4863318	
10	4607460		4673840	18 2	4738790	17 8	4802297	17 4	4864340	
11	4608584		4674934		4739860		4803343		4865362	
12	4609701		4676028		4740930		4804389		4866383	
13	4610818		4677122		4741999		4805434		4867404	
14	4611935		4678215		4743068		4806479		4868414	
15	4613051		4679308		4744137		4807523		4869444	
16	4614167		4670500		4746205		4808367		4870463	
17	4615282		4681492		4746273		4809611		4871481	
18	4616397		4682584		4747341		4810654		4872501	
19	4617512		4683675		4748408		4811697		4873519	
20	4618626		4684766		4749475		4812739		4874537	
21	4619740		4685856		4750541		4813781		4875554	
22	4620853		4686046		4751607		4814823		4876571	
23	4621966		4688035		4752623		4815864		4877588	16 9
24	4623079	18 5	4689124		4753738		4816903	17 3	4878604	
25	4624191		4690213	18 1	4754803	17 7	4817945		4879620	
26	4625303		4691301		4755867		4818985		4880635	
27	4626414		4692389		4756931		4820025		4881650	
28	4627525		4693476		4757994		4821064		4882605	
29	4628636		4694563		4759057		4822103		4883679	
30	4629747		4695650		4760120		4823141		4884695	
31	4630857		4696736		4761182		4824179		4885706	
32	4631966		4697822		4762244		4825217		4886719	
33	4633075		4698908		4763306		4826254		4887731	
34	4634184		4699993		4764367		4827291		4888743	
35	4635293		4701078		4765428		4828327		4889753	
36	4636401		4702162		4766488		4829363		4890766	
37	4637509		4703246		4767548		4830398		4891777	16 8
38	4638616		4704329		4768607		4831433		4892787	
39	4639723	18 4	4705412		4769666		4832468	17 2	4893797	
40	4640829		4706495	18 0	4770725	17 6	4833502		4894807	
41	4641935		4707577		4771783		4834536		4895816	
42	4643040		4708639		4772841		4835569		4896825	
43	4644145		4709740		4773898		4836602		4897833	
44	4645250		4710821		4774955		4837635		4898841	
45	4646355		4711902		4776012		4838667		4889849	
46	4647459		4712982		4777068		4839699		4900856	
47	4648563		4714062		4778124		4840730		4901863	
48	4649666		4715141		4779129		4841761		4902869	
49	4650769		4716220		4780234		4842792		4903875	
50	4651872		4717299		4781289		4843822		4904880	
51	4652974		4718577		4781345		4844852		4905885	
52	4654076		4719455		4783397		4845881		4906890	16 7
53	4655177		4720532		4784450		4846910		4907894	
54	4656278		4721609		4785503		4847939	17 1	4908898	
55	4657379	18 3	4722686	17 9	4786556	17 5	4848967		4909901	
56	4658479		4723762		4787608		4849995		4910904	
57	4659579		4724838		4788660		4851022		4911907	
58	4660678		4725914		4789711		4852049		4912909	
59	4661777		4726939		4790762		4853076		4913911	
60	4662876		4728064		4791813		4854102		4914912	

G. m.	55 Sinus	portio uni9 2 10	56 Sinus	portio uni9 2 10	57 Sinus	portio uni9 2 10	58 Sinus	portio uni 2 20	59 Sinus	portio unius 10
0	4914912	16 7	4974226	16 3	5032023	15 8	5088289	15 4	5143003	15 0
1	4915913		4975202		5032973		5089214		5143902	
2	4916913		4976177		5033923		5090138		5144800	
3	4917913		4977152	16 2	5054872		5091062		5145698	
4	4918913		4978126		5035821		5091985		5146595	
5	4919912		4979100		5036770		5092908		5147492	14 9
6	4920911	16 6	4980074		5037718		5093830		5148388	
7	4921909		4981047		5038666		5094752		5149284	
8	4922907		4982020		5059613		5095674		5150180	
9	4925905		4982992		5040560		5096595		5151075	
10	4924902		4983964		5041507		5097516	15 3	5251970	
11	4925899		4984936		5042453		5098436		5152864	
12	4926895		4985907		5045599		5099356		5153758	
13	4927891		4986878		5044544		5100276		5154652	
14	4928886		4987848		5045289		5101195		5155545	
15	4929881		4988818		5046234	15 7	5102114		5156438	
16	4930876		4989787		5047278		5203032		5157330	
17	4931870		4990756		5048122		5103950		5158222	
18	4932864		4991725	16 1	5049065		5104867		5159113	
19	4933857		4992693		5050008		5105784		5160004	
20	4954850		4993661		5050950		5106701		5160895	14 8
21	4935843	16 5	4994628		5051895		5107617		5161785	
22	4936835		4995595		5052833		5108553		5162675	
23	4937827		4996561		5053774		5109448		5163564	
24	4938818		4997527		5054715		5110363	15 2	5164453	
25	4939809		4998493		5055655		5111277		5165341	
26	4940800		4999458		5056595		5112191		5166229	
27	4941790		5000423		5057554		5113104		5167116	
28	4942779		5001387		5058473	15 6	5114017		5168023	
29	4943768		5002351		5059411		5114929		5168889	
30	4944757		5003315		5060349		5115841		5169775	
31	4945745		5004278		5061286		5116753		5170660	
32	4946753		5005141	16 0	5062223		5117664		5171545	
33	4947721		5006205		5063160		5118575		5172430	14 7
34	4948708		5007165		5064096		5119485		5173314	
35	4949695	16 4	5008126		5065032		5120395		5174198	
36	4950681		5009087		5065967		5121304		5175081	
37	4951667		5010008		5066902		5122215		5175964	
38	4952652		5011048		5067837		5123122	15 1	5176847	
39	4953637		5021968		5068771		5124030		5177729	
40	4954612		5012917		5069705		5124938		5178611	
41	4955606		5013886		5070638		5225845		5179492	
42	4956590		5014844		5071571	15 5	5226752		5180373	
43	4957573		5015802		5072503		5127659		5181253	
44	4958556		5016760		5073435		5128565		5182135	
45	4959539		5017717		5074367		5129471		5183013	
46	4960521		5018674	15 9	5075298		5130376		5183892	
47	4961503		5019650		5076229		5131281		5184771	14 6
48	4962484		5020586		5077150		5132185		5185649	
49	4963465	26 3	5021541		5078089		5133089		5186527	
50	4964445		5022496		5079018		5135992		5187404	
51	4965425		5023451		5079947		5134895		5188281	
52	4966405		5024405		5080876		5155798	15 0	5189157	
53	4967384		5025359		5081804		5136700		5190033	
54	4968365		5026312		5082722		5157602		5190909	
55	4969341		5027265		5083659		5138503		5191784	
56	4970319		5028217		5084586	15 4	5139404		5192658	
57	4971296		5029169		5085512		5140304		5193532	
58	4972273		5030121		5086438		5141204		5194406	
59	4973250		5031078		5087364		5142104		5195279	
60	4974226		5032023		5088289		5143003		5196152	

G. m.	60 Sinus	portio uniꝰ 2 10	61 Sinus	portio uniꝰ 2 10	62 Sinus	portio uniꝰ 2 10	63 Sinus	portio uniꝰ 2 10	64 Sinus	portio uniꝰ 2 20
0	5236152	14 5	5247718	14 1	5297686	13 7	5346039	13 2	5393765	12 8
1	5197024		5248564		5298505		5346831		5393530	12 7
2	5297896		5240409		5299324		3347623		5394294	
3	5198768		5250254		5300142	13 6	5348414		5395058	
4	5199639		5251099		5300960		5349205		5395822	
5	5200510		5251943		5301777		5349995		5396585	
6	5201380		5252787		5302594		5350785		5397347	
7	5202350		5253630		3303410		5351574		5398109	
8	5203129		5254473		5303216		5352363		5398871	
9	5203988		5255315	14 0	5305042		5353152	13 1	5399632	
10	5204857		5256157		5305857		5353940		5400393	
11	5205725		5256998		5306672		5354727		5401153	
12	3206593		5257839		5307486		5355514		3401913	
13	5207460		3258680		5308300		5356301		5402672	
14	5208327	14 4	5259520		5300113		5357087		5403431	
15	5209193		5260360		5319926	13 5	5357873		5404190	12 6
16	5210059		5261199		5310738		5358658		5404948	
17	5210924		5262038		5311550		5359443		5405706	
18	5211789		5262876		5312362		5360227		5406463	
19	5212654		5263714		5313173		5361011		5407220	
20	5213518		5264551		5313984		5361795		5407976	
21	5214382		5255388		5514794		5362578		5408731	
22	5215245		5260125		5315604		5363361	30 0	5409487	
23	5216108		5267061	13 9	5316413		5364143		5410241	
24	5216970		5267897		5317222		5364925		5410996	
25	5217832		5268732		5318030		5365706		5411750	
26	5218693		5269565		5318838		5366437		5412503	
27	5219554	14 3	5270401		5319645		5367267		5413256	12 5
28	5220414		5271235		5320452		5368047		5414008	
29	5221274		5272069		5321259	13 4	5368826		5414760	
30	5221134		5272903		5322005		5369605		5415512	
31	5222993		5273736		5322871		5370383		5416263	
32	5223852		5274568		5323676		5371161		5417014	
33	5224710		5275400		5324481		5371939		5417764	
34	5225568		5276231		5325285		5372716		5418514	
35	3226425		5277062		5326089		5373493	12 9	5419263	
36	5227282		5277892	13 8	5326892		5374269		5420012	
37	5228139		5278722		5327695		5375045		3420760	
38	5228995		5279551		5328497		5375820		5421508	
39	5229851		5280380		5329300		5376595		5422256	
40	5230706		5281209		5330102		5377370		5423003	12 4
41	5231561	14 2	5282037		5330903		5378144		5423749	
42	5232415		5282865		5331704	13 3	5378918		5424495	
43	5233260		5283692		5332504		5379691		5425241	
44	5234123		5284519		5333304		5380464		5425986	
45	5234976		5285345		5334103		5381236		5426731	
46	5235829		5286171		5334902		5382008		5427475	
47	5236681		5286996		5335700		5381779		5428219	
48	5237533		5287821		5336498		5383550	12 8	5428962	
49	3238384		3288646	13 7	5337296		5384320		5429705	
50	5239233		5289470		5338093		5385090		5430448	
51	5240085		5290294		5338890		5385859		5431190	
52	5240935		5291117		5359686		5386688		5431931	
53	5241784		5291940		5340482		5387397		5432672	
54	5242633		5292762		5342277		5388165		5433413	12 3
55	5243482	14 2	5293584		5342072	13 2	5388933		5434153	
56	5244330		5294405		5342866		5389700		5434893	
57	5243278		5295226		5343660		5390467		5435632	
58	5246025		5296046		5344453		5391233		5436371	
59	5246872		5296866		5345246		5391999		5437109	
60	5247718		5297686		5346039		5392765		5437847	

G. m.	65 Sinus	portio uni' 2 10	66 Sinus	portio uni' 2 10	67 Sinus	portio uni' 2 20	68 Sinus	portio uni' 2 10	69 Sinus	portio unius 10
0	5437347	12 3	5431273	11 8	5523029	11 4	5563103	10 9	5601483	10 4
1	5438584		5431982		5523711		5563756		5602108	
2	5439321		5432691		5524392		5564409		5602735	
3	5440057		5433400		5525073	11 3	5565062		5603357	
4	5440793		5434108		5525753		5565714		5603981	
5	5441529		5434816		5526433		5566366		5604605	
6	5442264		5435523		5527112		5567017		5605228	
7	5442999	12 2	5436130		5527791		5567668	10 8	5605851	
8	5443733		5486936		5528469		5568318		5606473	
9	5444467		5487642		5529147		5568968		5607094	
10	5445200		5488348		5529825		5569617		5607715	10 3
11	5445933		5489052		5530502		5570266		5608335	
12	5446665		5489758	11 7	5531179		5570914		5608955	
13	5447397		5490462		5531855		5571562		5609574	
14	5448128		5491166		5532531		5572210		5610193	
15	5448859		5491869		5533206		5572857		5610812	
16	5449589		5492572		5533881	11 2	5573503		5611430	
17	5450319		5493274		5534555		5574149		5612048	
18	5451049		5493976		5535229		5574795		5612665	
19	5451778		5494677		5535902		5575440		5613282	
20	5453507	12 1	5495378		5536575		5576085	10 7	5613898	
21	5453235		5496078		5537247		5576729		5614514	
22	5453963		5496778		5537919		5577373		5615129	
23	5454690		5497477		5538590		5578016		5615744	10 2
24	5455417		5498177		5539261		5578659		5616358	
25	5456143		5498375	11 6	5539932		5579301		5616972	
26	5456869		5499573		5540602		5579945		5617585	
27	5457594		5500270		5541271		5580584		5618198	
28	5458319		5500967		5541949		5581225		5618810	
29	5459044		5501664		5542609	11 1	5581865		5619422	
30	5459768		5502360		5543277		5582505		5620034	
31	5450491		5503056		5543945		5583144		5620645	
32	5451214		5503751		5544611		5583783	10 6	5621256	
33	5461937	12 0	5504447		5545279		5584421		5621866	
34	5462659		5505140		5545945		5585059		5622475	
35	5463381		5505834		5546611		5585697		5623084	10 1
36	5464102		5506527		5547276		5586354		5623692	
37	5464823		5507220	11 5	5547941		5586971		5624300	
38	5465543		5507912		5548605		5587607		5624908	
39	5466263		5508604		5549269		5588243		5625515	
40	5456983		5509296		5549933		5588878		5626122	
41	5467702		5509987		5550596		5589513		5626728	
41	5468410		5510678		5551259	11 0	5590147		5627334	
43	5469138		5511368		5551921		5590781		5627939	
44	5469856		5512058		5552582		5591414		5628544	
45	5470573	11 9	5512747		5553243		5592047	10 5	5629148	
46	5471289		5513436		5553903		5592579		5629752	
47	5472005		5514124		5554563		5593311		5630355	
48	5472721		5514812		5555223		5593942		5630958	10 0
49	5473436		5515499		5555882		5594573		5631560	
50	5474152		5516186	11 4	5556541		5595204		5632162	
51	5474865		5516872		5557199		5595834		5632763	
52	5475579		5517558		5557857		5596464		5633364	
53	5476292		5518243		5558514		5597093		5633964	
54	5477005		5518928		5559171		5597722		5634564	
55	5477718		5519613		5559828	10 9	5598349		5635164	
56	5478430		5520297		5560484		5598977		5635765	
57	5479141		5520981		5561140		5599604		5636562	
58	5479852		5521664		5561795		5600231	10 4	5636160	
59	5480563	11 8	5522347		5562449		5600857		5637558	
60	5481273		5523029		5563103		5601485		5638155	

0 1

G. m.	70 Sinus	portio uniꝰ 2 10	71 Sinus	portio uniꝰ 2 10	72 Sinus	portio uniꝰ 2 20	73 Sinus	portio uniꝰ 2 10	74 Sinus	portio uniꝰ 2 10
0	5638155	9 9	5673112	9 5	5706339	9 0	5737829	8 5	5767570	8 0
1	5638752		5673680		5706878		5738339		5768051	
2	5639347		5674148		5707417		5738849		5768531	
3	5639944		5674815	9 4	3707955		5739358		5769011	
4	5640539		5675381		5708492		5739866		5769490	
5	5641134		5675947		5709029		5740374		5769969	
6	5641728		5676512		5709566	8 9	5740881		5770447	
7	5642322		5677077		5710102		5741388		5770925	
8	3642915		5677642		5710638		5741895	8 4	5771402	
9	5643508		5678206		5711173		5742401		5771879	
10	5644101		5678770		5711708		5742907		5772356	7 9
11	5644693		5679333		5712242		5743412		5772832	
12	5645284		5679896		5712776		5743917		5773308	
13	5645875	9 8	5680458		5713309		5744421		5773783	
14	5646465		5681020		5713842		5744925		5774257	
15	5647055		5681581		5714375		5745428		5774731	
16	5647644		5682141	9 3	5714907		5745931		5775204	
17	5648233		5682702		5715439		5746433		5775677	
18	5648822		5683262		5715970	8 8	5746935		5776150	
19	5649410		5683821		5716500		5747436		5776622	
20	3649998		5684380		5718030		5747937	8 3	5777094	
21	5650585		5684933		3717559		5748437		5777565	
22	5651172		5685496		5718088		5748937		5778036	7 8
23	5651758		5686053		5718616		5749436		5778506	
24	5652344		5686610		5719144		5749335		5778976	
25	3652929		5687167		5719672		5750434		5779445	
26	5653514	9 7	5687723		5720199		5750932		5779913	
27	5634098		5688279		5720726		5751429		5780381	
28	5654682		5688834	9 2	5721252		5751926		5780849	
29	5655266		5689388		5721777		5752422		5781316	
30	5655849		5689942		5722302	8 7	5752918		5781783	
31	5656431		5690495		5722826		5753413		5782249	
32	5657013		5691048		5723350		5753908	8 2	5782715	
33	5657595		5691601		5723874		5754402		3783180	
34	5658176		5692153		5724397		5754896		5783645	7 7
35	5658757		5692705		5724910		5755390		5784109	
36	5659337		5693256		5725442		5755883		5784573	
37	5659910		5693807		5725974		5756376		5785036	
38	5660495		5694338		5726485		3756878		5785499	
39	5661074	9 6	5694907		5727006		5757359		5785961	
40	5661652		5695456		5727526		5757850		5786423	
41	5661330		5696005	9 1	5728046		5758341		3786834	
42	5662807		5696553		5728565		5758831		3787345	
43	5663384		5697101		5729084	8 6	5759321		5787803	
44	5663960		5697648		5729602		5759810		5788265	
45	5664535		5698195		5730120		5760299	8 2	5788724	
45	5565110		5698741		5730637		5760787		5789183	7 6
47	5665685		5699287		5731154		5761273		5789641	
48	5666259		5699832		5731670		3761762		5780099	
49	5666833		5700377		5732186		5762249		5790556	
50	5667406		5700922		5732702		5762737		5791013	
51	5667979	9 5	5701466		5733217		5763221		5791465	
52	5668551		5702010		5733732		5763706		5791925	
53	5669123		5702553	9 0	5734246		5764191		5792380	
54	5669694		5703095		5734759		5764675		5792835	
55	5670265		5703637		5735272	8 5	5765159		5793290	
56	5640835		5704178		5735784		5765642		5793644	
57	5671405		5704719		5736296		5766225	8 0	5794198	
58	5671974		5705259		5736807		5766607		5794651	7 3
59	5672543		5703799		5737318		5767089		5795103	
60	5673112		5706339		5737829		5767570		5795555	

G. m.	75 Sinus	portio uni9 a 10	76 Sinus	portio uni9 a 10	77 Sinus	portio uni9 a 10	78 Sinus	portio uni9 a 10	79 Sinus	portio unius a 10
0	5795555	7 5	5821774	7 0	5846222	6 5	5868886	6 0	5889764	5 6
1	5796006		5822196		5846613		5869248		5890097	
2	5796457		5822618		5847005		5869610		5890429	
3	5796908		5823039		5847396		5869972		5890761	
4	5797358		5823459		5847787		5870353		5891092	
5	5797808		5823879		5848178		5870694		5891423	
6	5798257		5824298		5848568		5871054		5891753	
7	5798706		5824717		5848957		5871414		5892083	
8	5799154		5825136		5849346		5871773		5892412	
9	5799601		5825554		5849734		5872132		5892741	
10	5800048	7 4	5825972		5850122		5872490		5893069	
11	5800494		5826089		5850509		5872847		5893397	
12	5800940		5826306	6 9	5850896	6 4	5873204		5893724	
13	5801386		5827222		5851282		5873561	5 9	5894051	5 4
14	5801831		5827637		5851568		5873917		5894377	
15	5802276		5828082		5852054		5874273		5894703	
16	5802720		5828466		5852439		5874628		5895028	
17	5803164		5828880		5852822		5874983		5895353	
18	5803607		5829294		5853208		5875337		5895677	
19	5804050		5829707		5853591		5875091		5896001	
20	5804492		5830120		5853974		5876044		5896324	
21	5804933		5830532		5854356		5876396		5896647	
22	5805374		5830944		5854738		5876748		5896969	
23	5805815	7 3	5831355		5855119		5877100		5897291	
24	5806255		5831756	6 8	5855500		5877451		5897612	
25	5806695		5832176		5855881	6 3	5877802	5 8	5897933	5 3
26	5807134		5832586		5856261		5878152		5898253	
27	5807573		5832995		5856641		5878502		5898573	
28	5808011		5833404		5857020		5878851		5898892	
29	5808449		5833812		5857398		5879200		5899211	
30	5808886		5834220		5857776		6879548		5899529	
31	5809323		5834627		5858153		5879896		5899847	
32	5809759		5835034		5858530		5880245		5900164	
33	5810195		5835440		5858907		5880590		5900481	
34	5810630		5835846		5859183		5880936		5900797	
35	5811065	7 2	5836251		5859659		5881282		5901123	
36	5811499		5836656	6 7	5860034		5881627		5901428	
37	5811933		5837060		5860409	6 2	5881972	5 7	5901743	5 2
38	5812366		5837464		5860785		5882316		5902057	
39	5812799		5837867		5861156		5882660		5902371	
40	5813231		5838270		5861529		5883003		5902654	
41	5813663		5838672		5861901		5883346		5902997	
42	5814094		5839074		5862273		5883688		5903309	
43	5814525		5839475		5862645		5884030		5903621	
44	5814655		5839876		5863016		5884371		5903932	
45	5815385		5840276		5863387		5884712		5904243	
46	5815814		5840676		5863757		5885052		5904553	
47	5816243	7 1	5841075		5864127		5885392		5904863	
48	5816671		5841474	6 6	5864496	6 2	5885731		5905172	
49	5817099		5841872		5864865	6 1	5886070	5 7	5905481	5 2
50	5817527		5842270		5865233		5886409	5 6	5905790	5 1
51	5817954		5842661		5865600		5886747		5906098	
52	5818381		5843064		5865967		5887084		5906405	
53	5818807		5843460		5866334		5887421		5906712	
54	5819252		5843856		5866700		5887757		5907028	
55	5819657		5844252		5867066		5888093		5907324	
56	5820081		5844647		5867451		5888428		5907629	
57	5820505		5845042		5867796		5888763		5907934	
58	5820928		5845455		5868160		5889097		5908230	
59	5821351		5845828		5868523		5889431		5908542	
60	5821774		5846222		5868886		5889764		5908845	

G.	80		82		82		83		84	
m.	Sinus	portio uni; 2 10	Sinus	portio uni; 2 10	Sinus	portio uni; 2 10	Sinus	portio uni; 2 10	Sinus	portio uni; 2 10
0	5908845	5 1	5926130	4 6	5941608	4 0	5955277	3 5	5967131	3 0
1	5909148	3 0	5926403	4 5	5941850		5955489		5967313	
2	5909450		5926675		5942092		5955701		5967495	
3	5909742		5926947		5942334		5955912		5967676	
4	5910053		5927218		5942575		5956123		5967857	
5	5910354		5927489		5942816		5956334		5968037	
6	5910654		5927759		5942056		5956544		5968216	
7	5910954		5928029		5943296		5956754		5968395	
8	5911253		5928298		5943535		5956963		5968574	
9	5911552		5928567		5943774		5957171		5968752	
10	5911851		5928833		5944012		5957379		5968930	
11	5912149		5929103		5944249		5957586		5969107	
12	5912447		5929370		5944486		5957793	3 4	5969284	2 9
13	5912744	4 9	5929637	4 4	5944723	3 9	5957999		5969460	
14	5913040		5929903		5944959		5958205		5969636	
15	5913336		5930169		5945195		5958411		5969811	
16	5913631		5930434		5945410		5958616		5969985	
17	5913926		5930699		5945665		5958820		5970159	
18	5914220		5930963		5945899		5959024		5970333	
19	5914514		5931227		5946132		5959227		5970506	
20	5914808		5931490		5946365		5959430		5970679	
21	5915101		5931753		5945597		5959632		5970851	
22	5915383		5932015		5946829		5959834		5971023	
23	5915685		5932277		5947061		5960035		5971194	
24	5915976		5932538		5947292		5960236		5971364	2 8
25	5916267	4 8	5932799	4 3	5947523	3 8	5960437	3 3	5971534	
26	5916557		5933059		5947753		5960637		5971703	
27	5916847		5933319		5947983		5960836		5971872	
28	5917136		5933578		5948212		5961035		5972041	
29	5917425		5933835		5948441		5961233		5972209	
30	5917714		5934095		5948669		5961431		5972377	
31	5918002		5934352		5948896		5961628		5972544	
32	5918289		5934609		5949123		5961825		5972711	
33	5918576		5934866		5949350		5962021		5972877	
34	5918862		5935122		5949566		5962217		5973042	
35	5919148		5935378		5949802		5962413		5973207	2 7
36	5919433		5935633		5950027		5962608	3 2	5973371	
37	5919718	4 7	5935888	4 2	5950252	3 7	5962802		5973535	
38	5920002		5936142		5950476		5962996		5973699	
39	5920237		5936396		5950699		5963189		5973862	
40	5920570		5936649		5950922		5963382		5974025	
41	5920853		5936902		5951144		5963574		5974187	
42	5921135		5937154		5951366		5963766		5974349	
43	5921417		5937406		5951588		5963957		5974510	
44	5921698		5937657		5951809		5964148		5974670	
45	5921979		5937908		5952030		5964338		5974830	
46	5922259		5938158		5952258		5964528		5974989	
47	5922539		5938408		5952470		5964717		5975148	2 6
48	5922818		5938657		5952689	3 6	5964906	3 1	5975306	
49	5923095	4 6	5938906	4 1	5952907		5965094		5975464	
50	5923375		5939154		5953125		5965282		5975622	
51	5923653		5939401		5953342		5965469		5975779	
52	5923930		5939648		5953559		5965656		5975936	
53	5924207		5939895		5953775		5965842		5976092	
54	5924483		5940141		5953991		5966028		5976247	
55	5924759		5940387		5954207		5966213		5976402	
56	5925034		5940632		5954422		5966397		5976556	
57	5925309		5940877		5954637		5966581		5976710	
58	5925583		5941121		5954851		5966765		5976863	
52	5925857		5941365		5955064		5966948		5977016	
60	5926130		5941608		5955277		5967231		5977169	

G. m.	85 Sinus	portio uni⁊ 2 10	86 Sinus	portio uni⁊ 2 10	87 Sinus	portio uni⁊ 2 10	88 Sinus	portio uni⁊ 2 10	89 Sinus	portio uni⁊ 2 10
0	5977169	2 5	5985384	2 0	5991777	1 5	5996545	1 0	5999086	0 5
1	5977322		5985505		5991868		5996405		5999116	
2	5977472		5985626		5991959		5996465		5999146	
3	5977623		5985747		6992049		5996525		5999175	
4	5977775		5985867		5992138		5996584		5999204	
5	5977923		5985937		5992227		5996643		5999233	
6	5978072		5986106		5992315		5996701		5999260	
7	5978221		5986225		5992403		5996759		5999287	
8	5978569		5986341		5992491		5996816		5999314	0 4
9	5978517		5986460		5992578		5996873	0 9	5996340	
10	5978665		5986577	1 9	5992665	1 4	5996929		5999366	
11	5978812	2 4	5986693		5992751		5996984		5999391	
12	5978938		5986809		5992837		5997039		5999416	
13	5979104		5986924		5992922		5997094		5999440	
14	5979249		5987039		5993006		5997148		5999463	
15	5979394		5987154		5995090		5997202		5999486	
16	[illegible]		5987263		5993175		5997255		5999508	
17	5979682		5987385		5993256		5997308		5999530	
18	5979825		5987495		5993338		5997360		5999552	
19	5979968		5987607		5993420		5997412		5999573	
20	5980120		5987719		5993502		5997462	0 8	5999594	0 4
21	5980251		5987830		5995585		5997512		5999614	
22	5980592		5987941	1 8	5995664	1 3	5997562	0 8	5999634	
23	5980533	2 3	5988051		5993744		5997611		5999653	
24	5980673		5988161		5993825		5997660		59996-1	
25	5980813		5988271		5995902		5997709		5999689	
26	5980952		5988380		5993980		5997757		5999706	
27	5981091		5988488		5994058		5997805		5999723	
28	5981229		5988696		5994135		6457852		5999740	
29	5981367		5988705		5994212		5997898		5999756	
50	5981504		5988810		5994289		5997944		5999772	
31	5981640		5988916		5994565		5997939		5999787	
52	5981776		5989022		5994440		5998054	0 7	5999802	0 2
33	5981912		5989127		5994515		5998078		5999816	
34	5982047		5989232	1 7	5994589	1 2	5998122		5999829	
35	5982182	2 2	5989336		5994663		5998166		5999842	
36	5982516		5989440		5994736		1958209		5999854	
57	5982450		5989543		5994809		5998251		5999866	
38	5982585		5989646		5994882		5998293		5999877	
39	5982716		5989748		5994953		5998354		5999888	
40	5982848		5989850		5993025		5998375		5999899	
41	5982979		5989951		5995096		5998415		5999909	
42	5985110		5990051		5995166		5998455		5999918	
43	5983241		5990152		5995236		5998494		5999927	0 1
44	5983371		5990252		5995505		5998533		5999935	
45	5983501		5990351	1 6	5995574	1 1	5998572	0 6	5999945	
46	5985630		5990440	1 6	5993442		5998610		5999951	
47	5985759	2 1	5990547	1 6	5995510		5998647		5999958	
48	5983887		5990645		5995577		5998684		5999964	
49	5984014		5990742		5995644		5998720		5999970	
50	5984141		5990839		5995710		5998756		5999975	
51	5984267		5990935		5995776		5998791		5999980	
52	5984395		5991031		5995841		6998826		5999984	
53	5984519		5991126		5995906		5998860		5999988	
54	5984644		5991220		5995970		5998894		5999991	
55	5984769		5991314		5996054		5998927		5999994	0 0
56	5984893		5991407		5996094		5998960	0 5	5999996	
57	5985017		5991500		5996160	1 0	5998992		5999998	
58	5985140	2 0	5991593	1 5	5996222		5999024		5999999	
59	5985261		5991685		5996284		5999055		6000000	
60	5985584		5991777		5996345		5999086		6000000	0 0

Sequitur altera Tabula Sinuum ad 10 000000 particulas computata.

G.	0		1		2		3		4	
m.	Sinus	portio uni9 2 20	Sinus	portio uni9 2 20	Sinus	portio uni9 2 20	Sinus	portio uni9 2 10	Sinus	portio uni9 2 10
0	0		174524	48 5	348995	48 4	523360	48 4	697565	48 4
1	2909	48 5	177433		351902		526265		700467	
2	5818		180341		354809		529170		703369	
3	8727		183250		357716		532075		706270	
4	11636		186158		360623		534980		709172	
5	14544		189066		363530		537884		712073	
6	17453		191975		366437		540789		714975	
7	20362		194883		369344		541694		717876	
8	23272		197792		372251		546598		720777	
9	26180		200700		375158		549503		723678	
10	29088		203608		378064		552407		726579	
11	31997		206517		380971		555312		729480	
12	34906		209425		383878		558216		732381	
13	37815		212333		386785		561120		735282	48 3
14	40724		215241		389692		564024		738183	
15	43632		218149		392598		566928		741084	
16	46541		221057		395503		569832		743985	
17	49450		223965		398412		572736		746886	
18	52359		226873		401318		575640		749787	
19	55268		229781		404225		578544		752688	
20	58177		232689		407131		581448		755588	
21	61086		235597		410038		584352		758489	
22	63995		238505		412944		587256		761389	
23	66904		241413		415851		590160		764290	
24	69813		244321		418757		593064		767180	
25	72721		247229		421663		595967		770090	
26	75630		250137		424570		598871		772991	
27	78539		253045		417476		601775		775891	
28	81448		255953		430382		604678		778791	
29	84357		258861		433288		607582		781691	
30	87265		261769		436194		610485		784591	
31	90174		264677		439100		613389		787491	
32	93083		267585		442006		616292		790391	
33	95992		270493		444912		619196		793291	
34	98901		273401		447818		622099		796191	
35	101809		276308		450724		625002		799090	
36	104718		279216		453630		627905		801990	
37	107627		282124		456536		630808		804889	
38	110536		285032		459442		633711		807789	
39	113445		287940		462348		636614		810688	
40	116353		290847		465253		639517		813587	
41	119262		293755		468159		642420		816486	
42	122171		296663		471065		645323		819385	
43	125079		299570	48 4	473970		648226		822284	
44	127988		302478		476876		651129		825183	
45	130896		305385		479781		654032		828082	
46	133805		308293		482687		656934		830981	
47	136714		311200		485592		659837		833880	
48	139622		314108		488498		662739		836778	
49	142331		317025		491403		665642		839677	
50	145439		319922		494308		668544		842575	
51	148348		322830		497224		671447		845474	
52	151257		325737		500119		674349		848372	
53	154165		328645		503024		677251		851271	
54	157074		331552		505929		680153		854169	
55	159982		334459		508834		683055		857067	
56	162891		337367		511740		685957		859965	
57	165799		340274		514645		688859		862863	
58	168708		343182		517550		691761		865761	
59	171616		346088		520455		694663		868659	
60	174529		348995		523360		697565		871557	

G. m.	5 Sinus	portio uni92 10	6 Sinus	portio uni92 10	7 Sinus	portio uni92 10	8 Sinus	portio uni92 10	9 Sinus	portio uni92 10
0	871557	48 3	1045285	48 2	1218693	48 1	1391731	48 0	1564345	47 9
1	874455		1048178		1221580		1394612		1567218	
2	877353		1051071		1224467		1397492		1570091	
3	880250		1053964		1227354		1400373		1572964	
4	883148		1056857		1130231		1403253		1575857	
5	886045		1059749		1233128		1406133		1578709	
6	888943		1062642		1236015		2409013		1581581	
7	891840		1065534		1238901		1411893		1584453	
8	894737		1068426		1241788		1414772		1587325	
9	897634		1071318		1144674		1417652		1590297	
10	900531		1074110		1247560		1420531		1593069	
11	903428		1077102		1250446		1423410		1595941	
12	906325		1079994		1253331		1426289		1598812	
13	909122		1082886		1136118		1429168		1601684	
14	912119		1085778		1259104		1432047		1604555	
15	915016		1088669		1261990		1434926		1607426	
16	917913		1091561		1264876		1437805		1610297	47 8
17	920809		1094452		1167791		1440684		1613168	
18	923706		1097144		1270647		1443562		1616038	
19	926602		1100235		1273532		1446441		1618909	
20	929498		1103116		1176417		1449319		1621779	
21	932395		1106017		1279302		1452197		1624649	
22	933191		1108908		1182187		1455075		1627519	
23	938187		1111799		1185072		1457953		1630389	
24	941083		1114690		1287957		1460831		1633259	
25	943979		1117580		1290841		1463708		1636129	
16	946875		1118471		1293716		1466586		1638999	
27	949771		1123361		1296610		1469463		1641868	
28	951667		1126152		1299494		1472340		1644738	
29	953563		1129142		1302378		1475117	47 9	1647607	
30	958458		1132031		1305262		1478094		1650476	
31	961554		1134922		1308146		1480971		1653345	
32	964149		1137812		1311030		1483848		1656214	
33	967144		1140702		1313914		1486724		1659082	
34	970039		1143592		1316798		1489601		1661951	
35	972934		1146482		1319681		1492477		1664819	
36	975829		1149372		2322564		1495353		1667687	
37	978724	48 2	1152261		1325447		1498219		1670555	
38	981619		1253151		1328330		1501105		1673423	
39	984514		1258040		1331283	48 0	1503981		1676291	
40	987408		1160929		1334096		1506857		1679159	
41	990303		1163818		1336979		1509733		1682027	
41	993198		1166707	48 1	1339862		1512608		1684894	
43	996092		1169396		1342744		1515484		1687761	
44	998987		1172485		1345627		1518359		1690628	
45	1001881		1175374		1348509		1521234		4693495	
46	1004775		1178263		1351392		1524109		1696362	
47	1007669		1181151		1354274		1526984		1699229	
48	1010563		1184040		1357156		1529859		2702095	
49	1013437		1186928		1360038		1532734		1704962	
50	1016351		1189816		1362920		1535608		1707828	
51	1019245		1191704		1365802		1538482		1710694	
52	1022139		1195592		1368683		1541356		1713560	
53	1025031		1198480		1371564		1544230		1716426	
54	1027926		1101368		1374446		1547104		1719292	
55	1030319		1204255		1377327		1549978		1722157	
56	1033713		1107141		1380208		1552852		1725022	
57	1036606		1110031		1383089		1555725		1727887	
58	1039499		1112918		1385970		1558599		1730752	47 7
59	1042392		1215806		1388851		1561472		1733617	
60	1045285		1218693		1391731		1564343		1736482	

G.	10		11		12		13		14	
m.	Sinus	portio uniꝰ 2 20	Sinus	portio uniꝰ 2 10	Sinus	portio uniꝰ 2 10	Sinus	portio uniꝰ 2 20	Sinus	portio uniꝰ 2 10
0	1736482	47 7	1908090	47 6	2079117	47 4	2249511	47 2	2419219	47 0
1	1759347		1910945		2081962		2252345		2422041	
2	1742211		1913800		2084807		2255179		2424863	
3	1745075		1916655		2087652		2258013		2427685	
4	1747939		1919510		2090497		2260847		2430507	
5	1750803		1922365		2093342		2263680		2433329	
6	1753667		1925220		2096180		2266512		2436150	
7	1756531		1928074		2099030		2269346		2438971	
8	1759394		1930928		2101874		2272179		2441792	
9	1762258		2933782		2104718		2275012		2444613	
10	1765121		2936636		2107562		2277844		2447434	
11	1767984		1959490		2110405		2280676		2450254	
12	1770847		1942344		2113248		2283508		2453074	
13	1773710		1945197		2116091		2286340		2455894	
24	1776573		1948050		2118934		2289163		2458714	
15	1779455		1950903		2121777		2292004		2461533	
16	1782298		1953756	47 5	2124620		2294835		2464352	
17	1785160		1956609		2127462		2297666		2467171	
18	1788022		1959462		2130304		2300497		2469990	
19	1790884		1962314		2133146		2303328		2472809	
20	1793746		1965166		2135988		2306159		2475628	
21	1796608		1968018		2138830		2308989		2478446	
22	1799469		1970870		2141671		2311819		2481264	
23	1802331		1973722		2144512		2314649		2484082	
24	1805192		1976574		2147353		2317479		2486900	
25	1808053		1979425		2150194	47 5	2320309		2489717	
26	1810914		1982176		2153035		2323138		2492534	
27	1813774		1985127		2155876		2325967		2495351	46 9
28	1816634		1987978		2158716		2328709	47 1	2498168	
29	1819495		1990829		2161556		2331625		2500984	
30	1822355		1993679		2164396		2334454		2503800	
31	1825215		1996530		2167236		2337282		2506626	
32	1828075		1999380		2170076		2340110		2509432	
35	1830935		2002230		2172916		2341938		2512248	
34	1833795		2005080		2175755		2545766		2515064	
35	1836654		20 9030		2178594		2348594		2517879	
36	1839513		2010780		2181433		2351421		2520694	
37	1842572		2013629		2184272		2354248		2523509	
38	1845231	47 6	2016478		2187111		2357075		2526324	
39	1848090		2019327		2189949		2359902		2529138	
40	1850949		2022176		2192787		2362729		2531952	
41	1853808		2025025		2195625		2365555		2544766	
42	1856666		2027874		2198463		2368581		2547580	
43	1859524		2030722		2201300		2371207		2540393	
44	1862382		2033570		2204157		2574033		2543206	
45	1865240		2036418		2206974		2376859		2546019	
46	1868098		2039266		2209811		2379684		2548852	
47	1870956		2042114		2212648		2382509		2551645	
48	1873813		2044962		2215485		2585334		2554458	
49	1876670		2047809		2218322		2388159		2557270	
50	1879527		2050656		2221158		2390983		2560082	
51	1882384		2053503	47 4	2223994		2393808		2562894	
52	1885241		2056350		2226830		2396632		2565706	
53	1888098		2059197		2229666		2399456		2568517	
54	2890954		2062043		2232502		2402280		2571328	
55	1895810		2064889		2235337		2405104		2574139	46 8
56	2896666		2077755		2238172		2407927		2576950	
57	1899522		2070581		2241007	47 2	2410750		2579760	
58	1902378		2073427		2245841		2423573	47 0	2582570	
59	1905234		2076272		2246677		2416396		2585380	
60	1908090		2079117		2249511		2419219		2588190	

G. m.	15 Sinus	portio uni9 2 10	16 Sinus	portio uni9 2 10	17 Sinus	portio uni9 2 10	18 Sinus	portio uni9 2 10	19 Sinus	portio uni9 2 10
0	2588190	46 8	2756373	46 6	2923717	46 4	3090170	46 1	3255682	45 8
1	2591000		2759169		2926499		3092936		5258432	
2	2593809		2761965		2929180		3095702		3261182	
3	2596618		2764761		2932061		3098468		3263931	
4	2599417		2767556		2934842	46 3	3101234		3266681	
5	2602236		2770351		2937623		3103999		3269430	
6	2605045		1773146		2940403		3106764		3272179	
7	2607853		2775941		2945183		3109529		3274927	
8	2610661		2778735		2945963		3112294		3277675	
9	2613469		2781529		2948743		3115058		3280423	
10	2616277		2784323		2951523		3117822		3283171	
11	2619084		2787117		2954302		3120586		3288918	
12	2621891		2789911		2957081		3123349		3288665	
13	2624698		2792704		2959860		3126112		3291412	
14	2627505		2795497		2962630		3128875	46 0	3294159	
15	2630312		2798290	46 5	2965416		3131638		3296906	
16	2633128		2801082		2968194		3134400		3299652	
17	2635924		2803874		2970972		3137162		3302398	
18	2658730		2806666		2973750		3139924		3305144	
19	2641536		2809458		2976527		3142636		3307889	
20	2644342		2812250		2979305		3145448		3310634	45 7
21	2647147		2815041		2982081		3143209		3313379	
22	2649952		2817832		2984857		3150970		3316123	
23	2652757	46 7	2820623		2987633		3153731		3318867	
24	2655562		2823414		2990409		3156491		3321611	
25	2658366		2826204		2993185		3159251		3324355	
26	2661170		2828994		2995960		3162011		3327098	
27	2663974		2831784		2998755	46 2	3164770		3329841	
28	2666777		2834574		3001510		3167529		3332585	
29	2669580		2837364		3004284		3170288		3335327	
30	2672383		2840155		3007058		3173047		3338069	
31	2675186		2842942		3009832		3175805		3340811	
32	2677989		2845731		3012606		3178563		3343555	
53	2680792		2848520		3015380		3181321		3346294	
34	2683595		2851308		3018153		3184079		3349035	
35	2686397		2854096		3020926		3186837		3351776	
36	2689199		2856884		3023699		5189594		3354516	
37	2692001		2859672		3026472		3192351	45 9	3357256	
38	2694801		2862459		3029244		3195108		3359996	
39	2697603		2865246		3032016		3197864		3562739	
40	2700404		2868033	46 4	3054788		3200620		3365475	
41	2703205		2870819		3057559		3203375		3368214	45 6
42	2706005		2873605		3040330		3206130		3370953	
43	2708805		2876391		3043101		3208885		3373691	
44	2711605		2879177		3045872		5211640		3376429	
45	2714405		2881963		3048643		3214595		3379167	
46	2717204		2884748		3051413		3217150		3381905	
47	2720003		2887533		3054183		3219904		3384642	
48	2722802	46 6	2890318		3056953		3222658		3587579	
49	2725601		2893103		3059723		3225412		3399116	
50	2728400		2895888		3062492		3218165		3392852	
51	2731198		2898672		3065261	46 2	3230918		3395588	
52	2733996		2901456		3068030		3233671		3398324	
53	2736794		2904240		3070798		3236423		3401060	
54	2739592		2907023		3073566		3239175		3403795	
55	2742389		2909806		3076334		3241927		3406530	
56	2745186		2912589		3079102		3244679		3409265	
57	2747983		2915371		3081869		3247430		3411999	
58	2750780		2918153		3084656		3250181	45 8	3414733	
59	2753577		2920935		3087403		3252932		3417467	
60	2756373		2923717		3090170		3255682		3410201	

G. m.	20 Sinus	portio uni9 2 10	21 Sinus	portio uni9 2 10	22 Sinus	portio uni9 2 10	23 Sinus	portio uni9 2 10	24 Sinus	portio uni9 2 10
0	3420201	45 6	3583679	45 3	3746066	45 0	3907311	44 6	4067366	44 3
1	3422934		3586395		3748763	44 9	3909989		4070023	
2	3425667		3589110		3751460		3912666		4072680	
3	3428400	45 5	3591825	45 2	3754156		3915343		4075337	
4	3431133		3594540		3756852		3918020		4077993	
5	3433865		3597254		3759548		3920696		4080649	
6	3436597		3599968		3762243		3923372		4083305	
7	3439329		3602682		3764938		3926048		4085960	
8	3442060		3605395		3767633		3928723		4088615	44 2
9	3444791		3608108		3770327		3931398		4091269	
10	3447522		3610821		3773021		3934072		4093923	
11	3450253		3613533		3775715		3936746		4096577	
12	3452983		3616245		3778408		3939420		4099231	
13	3455713		3618957		3781101		3942093		4101884	
14	3458442		3621669		3783794		3944766		4104537	
15	3461171		3624380		3786486		3947439	44 5	4107189	
16	3463900		3627091		3789178		3950112		4109841	
17	3466629		3629802		3791870		3952784		4112493	
18	3469357		3632512		3794562		3955456		4115144	
19	3472083		3635222		3797253		3958128		4117795	
20	3474813		3637932		3799944	44 8	3960799		4120446	
21	3477540		3640642		3802635		3963470		4123096	
22	3480267		3643351	45 1	3805325		3966140		4125746	
23	3482994	45 4	3646060		3808015		3968810		4128395	
24	3485724		3648768		3810704		3971480		4131044	44 1
25	3488447		3651476		3813393		3974149		4133693	
26	3491173		3654184		3816082		3976818		4136341	
27	3493899		3656892		3818771		3979487		4138989	
28	3496624		3659599		3821459		3982155		4141637	
29	3499349		3662306		3824147		3984823		4144285	
30	3502075		3665012		3826834		3987491		4146932	
31	3504799		3667718		3829521		3990159		4149579	
32	3507523		3670424		3832208		3992826		4152226	
33	3510247		3673130		3834895		3995493	44 4	4154872	
34	3512971		3675835		3837581		3998159		4157518	
35	3515694		3678541		3840267		4000825		4160163	
36	3518417		3681246		3842953		4003491		4162808	
37	3521140		3683951		3845638		4006156		4165453	
38	3523862		3686655		3848323	44 7	4008821		4168097	
39	3526584		3689559		3851008		4011486		4170741	
40	3529306		3692062		3853692		4014150		4173385	
41	3532027		3694765	45 0	3856376		4016814		4176028	
42	3534748		3697468		3859060		4019478		4178671	44 0
43	3537469	45 3	5700170		3861743		4022141		4181413	
44	5549190		3702872		3864426		4024804		4183955	
45	3542910		3705574		3867109		4027467		4186597	
46	3545630		3708276		3869791		4030130		4189239	
47	3548350		3710977		3872473		4032792		4191880	
48	3551070		3713678		3875155		4035454		4194522	
49	3553789		3716379		3877837		4038115		4197162	
50	3556508		3719080		3880518		4040776	44 3	4199802	
51	3559227		3721780		3883199		4043437		4202442	
52	3561945		3724480		3885880		4046097		4205081	
53	3564663		3727179		3888560		4048757		4207720	
54	5567380		3729878		3891240		4051416		4210359	
55	3570097		3732577		3893919		4054075		4212997	
56	3572814		3735275		3896598	44 6	4056734		4215635	
57	3575531		3737973		3899277		4059392		4218273	
58	3578247		3740671		3902955		4062050		4220910	
59	3580963		3743369		3904633		4064708		4223547	43 9
60	3583679		3746066		3907311		4067366		4226183	

G. m	25 Sinus	portio unius 2 10	26 Sinus	portio unius 2 10	27 Sinus	portio unius 2 10	28 Sinus	portio unius 2 10	29 Sinus	portio unius 2 10
0	4226583	43 9	4383711	43 6	4539905	43 2	4694716	42 8	4848096	42 4
1	4228519		4386326		4542497		4697284		4850640	
2	4231455		4388940		4545088		4699852		4853184	
3	4234090		4391554		4547679		4702419		4855727	
4	4236725		4394167		4540270		4704986		4858270	
5	4239360		4397780	43 5	4552860		4707553		4860812	
6	4241994		4399392		4555450		4710119		4863354	
7	4244628		4402004		4558039		4712685		4865895	
8	4145272		4404616		4560628	43 1	4715250		4868436	42 3
9	4249895		4407227		4563216		4717815	42 7	4870977	
10	4252525		4409838		4565804		4720380		4873517	
11	4255161		4412449		4568392		4722944		4876057	
12	4257793		4415059		4570979		4725508		4878596	
13	4260425		4417669		4573566		4728071		4881135	
14	4263056		4420278		4576133		4730634		4883674	
15	4265687		4422887		4578739		4733197		4885212	
16	4268318	43 8	4425496		4581325		4735759		4888750	
17	4170949		4428104		4583911		4738321		4891287	
18	4273579		4430712		4586496		4740882		4893824	
19	4276209		4433320		4589081		4743443		4896361	
20	4278838		4435927		4591665		4746004		4898897	
21	4281467		4438534	43 4	4594249		4748564		4901433	
22	4284096		4441140		4596833		4751124		4903968	
23	4286724		4443745		4599416		4753683		4906503	42 2
24	4289352		4446352		4601997	43 0	4756242	42 6	4909037	
25	4291979		4448957		4004431		4758801		4911571	
26	4294606		4451562		4607163		4761359		4914105	
27	4297233		4454167		4609744		4763917		4916638	
28	4299859		4456771		4612325		4766474		4919171	
29	4302485		4459375		4614906		4769031		4921703	
30	4305111		4461978		4617486		4771588		4924235	
31	4307736		4464581		4620066		4774144		4926767	
32	4310361	43 7	4467184		4622646		4776700		4929298	
33	4312986		4469786		4625225		4779255		4931829	
34	4315610		4472388		4627804		4781810		4934359	
35	4318234		4474990		4630382		4784365		4936889	
36	4320858		4477591		4632960		4786919		4939418	
37	4323481		4480192	43 3	4635538		4789473		4941947	42 1
38	4326104		4482792		4638115		4792016		4944476	
39	4328726		4485392		4640692	43 9	4794579	42 5	4947004	
40	4331348		4487992		4643268		4797131		4949532	
41	4333970		4490391		4645844		4799684		4952039	
42	4336591		4495190		4648420		4802236		4954586	
43	4339212		4495788		4650995		4804787		4957113	
44	4341833		4498386		4653570		4807538		4959639	
45	4344453		4500984		4656145		4809888		4962165	
46	4347073		4503582		4658719		4812438		4964690	
47	4349693		4506179		4661293		4814988		4967215	
48	4352312		4508776		4663866		4817337		4969740	
49	4354932	43 6	4511372		4666439		4820086		4972264	
50	4357549		4513968		4669012		4822635		4974788	
51	4360167		4516563		4671384		4825183		4977312	
52	4362785		4519158	43 2	4674156		4827731		4979834	42 0
53	4365402		4521753		4676727		4830178		4982356	
54	4368019		4524347		4679298	42 8	4832825	42 4	4984878	
55	4370635		4516941		4671869		4835371		4987399	
56	4373251		4529535		4684439		4837917		4989920	
57	4375867		4532128		4687009		4840462		4992441	
58	4378482		4534721		4689578		4843007		4994961	
59	4381097		4537313		4692147		4845552		4997481	
60	4383712		4539905		4694716		4848096		5000000	

G. m.	30 Sinus	portio unius 2 10	31 Sinus	portio unius 2 10	32 Sinus	portio unius 2 10	33 Sinus	portio unius 2 10	34 Sinus	portio unius 2 10
0	5000000	42 0	5150381	41 6	5299192	41 1	5446390	40 7	5591929	40 2
1	5002519		5152874		5301659		5448829		5594340	
2	5005038		5155367	41 5	5304125		5451268	40 6	5596751	
3	5007556		3157359		5306591		5453707		5599161	
4	5010074		5160351		5309056		5456145		5601571	
5	5012591		5162843		5311521		5458583		5603981	
6	5015108	41 9	5165334		5313985		5461020		5606390	40 1
7	5017624		5167825		5316449		5453456		5608798	
8	5020190		5270315		5318913		5465302		5611206	
9	5022656		5172805		5321376		5468328		5613614	
10	5025171		5175294		5323839	41 0	5470763		5616021	
11	5027636		5177783		5326301		5473198		5618427	
12	5030200		5180271		5328763		5475632		5620833	
13	5032714		3182759		5351224		5478066		5625259	
14	5035227		5185246		5333685		5480499		5625644	
15	5037740		5187733	41 4	5336145		5482932	40 5	5628049	
16	5040253		5190120		5338605		5485564		5630453	
17	5041765		5192706		5541065		5487796		3632857	
18	5045277		3195192		5343524		5490228		5635260	
19	5047788	41 8	3197667		5345983		5492659		5637663	40 0
20	5050299		5200162		5348441		5495090		5640066	
21	5052809		5202646		5350898		5497520		5642468	
22	5055319		5205130		5353355	40 9	5499950		5644869	
23	5057829		5207614		5355812		5502379		5647270	
24	5060338		5210097		5358268		5504808		5649670	
25	5062847		5212580		5360724		5507236		5652070	
26	5065355		5213062		5363179		5509664		5654469	
27	5067863		5217544		5365634		5512091		5656868	
28	5070370		5220025		5368088		5514518	40 4	5659266	
29	5072877		5222506	41 3	5370542		5516944		5661664	
30	5075384		5224986		5372996		5519370		5664062	
31	5077890		5227466		5375449		5521795		5666459	
32	5080396		5229946		5377902		5524220		5668856	39 9
33	5082901		5232425		5380254		5526645		5671252	
34	5085406	41 7	5234904		5382806		5529069		5673648	
35	5087911		5237382		5385258		5531493		5676043	
36	5090415		5239860		5387709	40 8	5533916		5678438	
37	5092919		5242337		5390159		5536338		5680832	
38	5095422		5244614		5392609		5538760		5683226	
39	5097925		5247290		5395058		5541182		5685619	
40	5100427		5249766		5397507		5543603		5688012	
41	5102929		5252241		5399855		5546024	40 5	5690404	
42	5105430		5254716	41 2	5402403		5548444		5692796	
43	5107931		5257191		5404851		5550864		5695187	
44	5120431		5259665		5407298		5553283		5697578	39 7
45	5112931		5262139		5409745		5555702		5699968	
46	5115432		5264612		5412191		5558120		5702358	
47	5117930		5267085		5415637		5560538		5704747	
48	5120429	41 6	5269557		5417082		5562956		5707236	
49	5122927		5272029		5419527	40 7	5565373		5709524	
50	5125425		5274501		5421972		5567790		5711912	
51	5127922		5276972		5424416		5570206		5714269	
52	5130419		5279443		5426859		5572622		5716686	
53	5132916		5281913		5429302		5575037		5719072	
54	5135412		3284383		5431743		5377452	40 2	5721458	
55	5137908		5286852		5434187		5579866		5723844	
56	5140403		5299321	41 1	5436629		5581280		5726229	39 7
57	5142898		5291789		5439070		5584693		3728613	
58	5145393		5294257		5441510		5587106		5730997	
59	5147887		5296725		5445959		5589518		5735381	
60	5150381		5299192		5446390		5591929		5735764	

G. m	25 Sinus	portio unius 2 10	26 Sinus	portio unius 2 10	27 Sinus	portio unius 2 10	28 Sinus	portio unius 2 10	29 Sinus	portio unius 2 10
0	4226583	43 9	4383712	43 6	4539905	43 2	4694726	42 8	4848096	42 4
1	4228519		4386326		4542497		4697284		4850640	
2	4231455		4388940		4345088		4699852		4853184	
3	4234090		4391554		4547679		4702419		4855727	
4	4236725		4394167		4340270		4704986		4858270	
5	4239360		4397780	43 3	4552860		4707553		4860812	
6	4241994		4399392		4555450		4710119		4865354	
7	4144628		4402004		4558039		4712685		4865895	
8	4245272		4404616		4560628	45 2	4715250		4868436	42 3
9	4249895		4407227		4563216		4727815	42 7	4870977	
10	4252528		4409838		4565804		4720380		4873517	
11	4255161		4412449		4568592		4722944		4876057	
12	4257793		4415059		4570979		4725508		4878596	
13	4260423		4417669		4575566		4728071		4881135	
14	4163056		4420278		4576153		4730634		4883674	
15	4265687		4422887		4578739		4733197		4885212	
16	4268328	43 8	4425496		4581325		4735759		4888750	
17	4270949		4428104		4583911		4738321		4891287	
18	4273379		4430712		4386496		4740882		4893824	
19	4276209		4433320		4589081		4743443		4896361	
20	4278838		4435927		4591665		4746004		4898897	
21	4281467		4438534	43 4	4594249		4748564		4901433	
22	4284096		4441140		4596833		4751124		4903968	
23	4286724		4443746		4599416		4753683		4906505	42 2
24	4289352		4446332		4501997	43 0	4756242	42 6	4909037	
25	4291979		4445957		4604451		4758801		4911571	
26	4294606		4451562		4607163		4761359		4914105	
27	4297233		4454167		4609744		4763917		4916638	
28	4299859		4456771		4512323		4766474		4919171	
29	4302485		4459375		4614906		4769031		4921703	
30	4305111		4461978		4617486		4771588		4924235	
31	4307756		4464581		4620066		4774144		4926767	
32	4310361	43 7	4467184		4622646		4776700		4929298	
33	4311986		4469786		4625225		4779255		4931829	
34	4313610		4472388		4627804		4781810		4934359	
35	4518234		4474990		4650582		4784365		4936889	
36	4320858		4477591		4632960		4786919		4939418	
37	4323481		4480192	43 5	4635538		4789473		4941947	42 1
38	4326104		4482792		4658115		4792026		4944476	
39	4328726		4485392		4640692	45 9	4794579	42 5	4947004	
40	4351348		4487992		4643268		4797132		4949532	
41	4333970		4490591		4645844		4799684		4952059	
42	4336591		4493190		4648420		4802236		4954586	
43	4339212		4495788		4650995		4804787		4957113	
44	4341833		4498386		4653570		4807338		4959659	
45	4344453		4500984		4656145		4809888		4962165	
46	4347073		4303582		4658719		4812438		4964690	
47	4349693		4506179		4661293		4814988		4967215	
48	4352312		4508776		4663866		4817537		4969740	
49	4354931	43 6	4511372		4666439		4820086		4972264	
50	4357349		4313968		4669012		4822635		4974788	
51	4360167		4316563		4671584		4825183		4977311	
52	4362785		4329158	43 2	4674156		4827752		4979854	42 0
53	4363402		4521753		4676727		4830278		4982356	
54	4365019		4524347		4679298	42 8	4832825	42 4	4984878	
55	4370633		4516941		4671869		4835571		4987399	
56	4373251		4329535		4684439		4837917		4989920	
57	4375867		4532128		4687009		4840462		4992442	
58	4378452		4534721		4689578		4843007		4994961	
59	4381097		4537313		4692147		4845552		4997481	
00	4383712		4539905		4694716		4848096		5000000	

G. m.	30 Sinus	portio uniꝰ 2 10	31 Sinus	portio uniꝰ 2 10	32 Sinus	portio uniꝰ 2 10	33 Sinus	portio uniꝰ 2 10	34 Sinus	portio uniꝰ 2 10
0	5000000	42 0	5150381	41 6	5299192	41 1	5446390	40 7	5591929	40 2
1	5002519		5152874		5301659		5448829		5594340	
2	5005038		5155367	41 5	5304125		5451268	40 6	5596751	
3	5007556		3157859		5306591		5453707		5599161	
4	5010074		5160351		5309056		5456145		3601571	
5	3012591		5162843		5311521		5458583		5603981	
6	3015108	41 9	5165334		5313985		5461020		5606390	40 8
7	3017624		5167825		5316449		5453456		5608798	
8	5020190		5170315		5318913		5455802		5611206	
9	5022656		5172805		5321376		5468328		5613614	
10	5025171		5175294		5323839	41 0	5470763		3616021	
11	5027686		5177783		3326301		5473198		5618427	
12	5030200		5180271		5328763		5475632		5620833	
13	5032714		5182759		5331224		5478066		5623239	
14	5035227		5185246		5333683		5480499		5625644	
15	3037740		5187733	41 4	3336145		5482932	40 5	5628049	
16	5040253		5190220		5338603		5485364		5630453	
17	5042763		5192706		5341065		5487796		3632857	
18	5045277		5195192		5343524		5490228		5635260	
19	5047788	41 8	5197667		5345983		5492659		5637663	40 0
20	5050299		5200162		5348441		5495090		5640066	
21	5052809		5202646		5350898		5497520		5642468	
22	5055319		5205130		5353353	40 9	5499950		5644869	
23	5057829		3207614		5355812		5502379		3647270	
24	5060338		5210097		5358268		5504808		5649670	
25	5062847		5212580		5360724		3507236		5652070	
26	5065355		5215062		5363179		5509664		5654469	
27	5067863		5217544		5365634		5512091		5656868	
28	3070370		5220025		5368088		5514518	40 4	3659266	
29	5072877		5222506	41 3	5370542		5516944		3661664	
30	5075384		5224986		5372996		3519370		5664062	
31	5077890		5227466		5375449		3521795		3666459	
32	5080396		5229946		5377902		5524220		5668856	39 9
33	5082901		5232425		5380354		5526645		5671252	
34	5085406	41 7	5234904		5382806		5529069		5673648	
35	5087911		5237382		5385258		5531493		5676043	
36	5090415		5239860		5387709	40 8	5533916		5678438	
37	3092919		5242337		3390139		5536338		5680832	
38	5095422		5144614		5392609		5538760		5683226	
39	5097925		5247290		5395038		5541182		5685619	
40	5100427		5249766		5397507		5543603		5688012	
41	5102929		5252241		5399955		5546024	40 3	5690404	
41	5105430		5254716	41 2	5402403		5548444		5692796	
43	5107931		5257191		5404851		5550864		5695187	
44	5110431		5259665		5407298		5553283		5697578	39 7
45	5112931		5262139		5409745		5555702		5699968	
46	5115431		5264612		5412191		5558120		5702358	
47	5117930		5267085		5415637		5560538		5704747	
48	5120429	41 6	5269557		5417082		5562956		3707136	
49	5122927		5272029		5419527	40 7	5565373		5709524	
50	5125425		5274501		5421972		5567790		5711912	
51	5127922		3276972		5424416		5570206		5714269	
52	5130419		5279443		5426859		5572622		5716686	
53	5132916		5281913		5429302		3575037		5719072	
54	5135412		5284383		5431745		5577452	40 2	5721458	
55	5137908		5286852		5434187		5579866		5723844	
56	5140403		5289321	41 1	5436629		5582280		5726229	39 7
57	5142898		5291789		3439070		5584693		5728613	
58	5145393		5294257		3441510		5587106		5730997	
59	5147887		5296725		5443959		5589518		5733381	
60	5150381		5299192		5446390		5591929		3735764	

G. m.	75 Sinus	portio unius 2 10	76 Sinus	portio unius 2 10	77 Sinus	portio unius 2 10	78 Sinus	portio unius 2 10	79 Sinus	portio unius 2 10
0	9659258	12 6	9702957	12 7	9743700	10 9	9781476	10 1	9816272	9 3
1	9660011	12 5	9703660		9744355		9782080		9816827	9 2
2	9660763		9704363		9745008		9782684		9817382	
3	9661514		9705065		9745660		9783287	10 0	9817934	
4	9662264		9705766		9746312		9783889		9818486	
5	9663013		9706466		9746963	10 8	9784490		9819037	
6	9663761		9707165	12 6	9747613		9785090		9819587	
7	9664508		9707865		9748262		9785689		9820137	
8	9665255	12 4	9708561		9748920		9786288		9820686	9 2
9	9666001		9709258		9749557		9786886		9821234	
20	9666746		9709954		9750203		9787483	9 9	9821781	
11	9667490		9710649		9750849		9788079		9822327	
12	9668233		9711343		9751494	10 7	9788674		9822872	
13	9668976		9712036		9752138		9789268		9823417	
14	9669718		9712729	11 5	9752781		9789862		9823961	
15	9670459	12 3	9713421		9753423		9790455		9824504	9 0
16	9671199		9714112		9754065		9791047		9825046	
17	9671938		9714802		9754706		9791638	9 8	9825587	
18	9672677		9715491		9755346		9792228		9826128	
19	9673415		9716180		9755985	10 6	9792818		9826668	
20	9674152		9716868		9756623		9793407		9827207	
21	9674888		9717555	11 4	9757260		9793995		9827745	
22	9675623	12 2	9718241		9757897		9794582		9828282	8 9
23	9676357		9718926		9758533		9795168		9828818	
24	9677091		9719610		9759168		9795753	9 7	9829354	
25	9677824		9720294		9759802		9796337		9829889	
26	9678556		9720977		9760435	10 5	9796921		9830423	
27	9679187		9721659		9761067		9797504		9830956	
28	9680017		9722340	11 3	9761699		9798086		9831488	
29	9680747		9723020		9762330		9798667		9832019	8 8
30	9681476	12 1	9723699		9762960		9799247		9832549	
31	9682204		9724378		9763589		9799827		9833079	
32	9682931		9725056		9764217		9800406	9 6	9833608	
33	9683657		9725733		9764845		9800984		9834136	
34	9684383		9726409		9765472	10 4	9801561		9834663	
35	9685108		9727085		9766098		9802137		9835189	
36	9685832		9727760	11 2	9766723		9802712		9835714	
37	9686555	12 0	9728434		9767347		9803287		9836239	8 7
38	9687277		9729107		9767970		9803861		9836763	
39	9687998		9729779		9768593		9804434	9 5	9837286	
40	9688719		9730450		9769215		9805006		9837808	
41	9689439		9731120		9769836	10 3	9805577		9838329	
42	9690158		9731789		9770456		9806147		9838850	
43	9690876		9732458	11 1	9771075		9806716		9839370	
44	9691593	11 9	9733126		9771693		9807285		9839889	8 6
45	9692309		9733793		9772311		9807853		9840407	
46	9693025		9734459		9772928		9808410	9 4	9840924	
47	9693740		9735124		9773544		9808986		9841440	
48	9694454		9735789		9774159	10 2	9809551		9841956	
49	9695167		9736453		9774773		9810116		9842471	
50	9695879		9737116	11 0	9775387		9810680		9842985	
51	9696590		9737778		9776000		9811243		9843498	8 5
52	9697301	11 8	9738439		9776612		9811805		9844010	
53	9698011		9739099		9777223		9812366	9 3	9844521	
54	9698720		9739759		9777833		9812926		9845032	
55	9699428		9740418		9778442	10 1	9813486		9845542	
56	9700135		9741076		9779050		9814045		9846052	
57	9700842		9741733	10 9	9779658		9814603		9846559	
58	9701548		9742389		9780265		9815160		9847066	8 4
59	9702253	11 7	9743045		9780871		9815716		9847572	
60	9702957		9743700		9781476		9816272		9848078	

G. m.	80 Sinus	portio uni° 2 10	81 Sinus	portio uni› 2 10	82 Sinus	portio uni9 2 10	83 Sinus	portio uni9 2 10	84 Sinus	portio uni9 2 10
0	9848078	8 4	9876383	7 6	9902681	6 7	9925461	5 9	9945219	5 2
1	9848583		9877338		9903085		9925816		9945523	
2	9849087		9877792		9903489		9926169		9945826	5 0
3	9849590		9878245	7 5	9903892		9926521		9946128	
4	9850092		9876978		9904294		9926873		9946429	
5	9850393	4 3	9879148		9904695		9927224	5 8	9946729	
6	9831093		9879598		9905095		9927574		9947028	
7	9851393		9880048		9905494	6 6	9927923		9947327	
8	9851092		9880497		9905893		9918271		9947625	
9	9852590		9880945		9906291		9628618		9947922	4 9
10	9853087		9881392	7 4	9906688		9928965		9948218	
11	9853383		9881838		9907084		9929311		9948513	
12	9854079		9882283		9907479		9929656	5 7	9948807	
13	9834574	9 2	9882728		9907873		9930000		9949100	
14	9855068		9883172		9908266		9930343		9949393	
15	9855561		9883615		9908659	6 5	9930683		9949685	
16	9856053		9884057		9909051		9931026		9949976	4 8
17	9836544		9884498	7 3	9909442	.	9931367		9950166	
18	9857035		9884938		9909832		9931707		9950455	
19	9857525		9885378		9910221		9932046	5 6	9950844	
20	9858014	8 1	9885817		9910610		9932384		9951132	
21	9858502		9886255		9910998		9932721		9951419	
22	9858989		9886692		9911385	6 4	9933037		9951703	
23	9839475		9887128		9911771		9933393		9951990	4 7
24	9859961		9887564		9912156		9933728		9952274	
25	9860446		9887999	7 2	9912540		9934062		9952557	
26	9860930		9888433		9912923		9934395	5 5	9952840	
27	9861413	8 0	9888866		9913306		9934727		9933122	
28	9861895		9889298		9913688		9935058		9953403	
29	9862376		9889729		9914069	6 3	9935389		9953683	
30	9862856		9890159		9914449		9635719	.	9953962	4 6
31	9863336		9890588		9914828		9936048		9954140	
32	9863815		9891017	7 1	9915206		9936376		9954518	
33	9864293		9891445		9915584		9936703	5 4	9954795	
34	9864770	7 9	9891872		9915961		9937029		9955071	
35	9865146		9891298		9916337		9937355		9955346	
36	9865722		9892713		9916712	6 2	9937680		9955620	
37	9866197		9893147		9917086		9938004		9955893	4 5
38	9866671		9893571		9917459		9938327		9956165	
39	9867144		9893994	7 0	9917832		9938649		9956437	
40	9867616		9894416		9918204		9938970	5 3	9956708	
41	9868087	7 8	9894837		9918575		9939290		9956978	
42	9868557		9895257		9918945		9939509		9937247	
43	9869027		9895677		9919314	6 1	9939928		9957515	
44	9869496		9896096		9919682		9940246		9957782	
45	9869964		9896514		9920049		9940563		9958049	4 4
46	9870431		9896931	6 9	9920416		9940879		9958315	
47	9870897		9897347		9920781		9941194		9958380	
48	9871362	7 7	9897762		9925147	6 0	9941509	5 2	9958844	
49	9871827		9898177		9921511		9941823		9959107	
50	9872291		9898591		9921874		9942136		9959370	
51	9872754		9899004		9922236		9942448		9959632	
52	9873216		9899416		9922598		9941759		9959893	4 3
53	9873677		9899827	6 8	9922959		9943069		9960153	
54	9874137		9900237		9923319		9943379		9960412	
55	9874597		9900646		9923678		9943688	5 1	9960670	
56	9875056	7 6	9901055		9924036		9942996		9960927	
57	9875514		9902463		9924393		9943303		9961183	
58	9875971		9901870		9924750	5 9	9943609		9961438	
59	9876417		9902276		9925108		9944914		9961693	4 2
60	9876883		9902681	6 7	9925461		9945219		9961947	

G. m.	75 Sinus	portio uni9 2 10	76 Sinus	portio uni9 2 10	77 Sinus	portio uni9 2 10	78 Sinus	portio uni9 2 10	79 Sinus	portio uni9 2 10
0	9659258	12 6	9702957	11 7	9743700	10 9	9781476	10 1	9816271	9 3
1	9660011	12 5	9703660		9744355		9782050		9816827	9 2
2	9660763		9704363		9745008		9782684		9817381	
3	9661514		9705065		9745660		9783287	10 0	9817934	
4	9662264		9705766		9746311		9783889		9818456	
5	9663013		9706466		9746965	10 8	9784490		9819037	
6	9663761		9707165	11 6	9747613		9785090		9819587	
7	9654508		9707863		9748262		9785689		9820137	
8	9665255	12 4	9708561		9748910		9786288		9820686	9 1
9	9666001		9709258		9749557		9786886		9821234	
10	9666746		9709954		9750203		9787483	9 9	9821781	
11	9667490		9710649		9750849		9788079		9822327	
12	9668233		9711343		9751494	10 7	9788674		9822872	
13	9668976		9712056		9752138		9789268		9823417	
14	9669728		9712729	11 5	9752781		9789861		9823961	
15	9670459	12 3	9713421		9753423		9790455		9824504	9 0
16	9671199		9714112		9754065		9791047		9825046	
17	9671938		9714802		9754706		9791638	9 8	9825587	
18	9672677		9715491		9755346		9792228		9826128	
19	9673415		9716180		9755985	10 6	9792818		9826668	
20	9674152		9716868		9756623		9793407		9827207	
21	9674888		9717555	11 4	9757260		9793995		9827745	
22	9675623	12 2	9718241		9757897		9794582		9828282	8 9
23	9676357		9718926		9758533		9795168		9828818	
24	9677091		9719610		9759168		9795753	9 7	9829354	
25	9677824		9720294		9759802		9796337		9829889	
26	9678556		9720977		9760435	10 5	9796921		9830423	
27	9679287		9721659		9761067		9797504		9830956	
28	9680017		9722340	11 3	9761699		9798086		9831488	
29	9680747		9723020		9762330		9798667		9832019	8 8
30	9681476	12 1	9723699		9762950		9799147		9832549	
31	9682204		9724378		9763589		9799827		9833079	
32	9682931		9725056		9764217		9800406	9 6	9833608	
33	9683657		9725733		9764845		9800984		9834136	
34	9684383		9726409		9765472	10 4	9801561		9834663	
35	9685108		9727085		9766098		9802137		9835189	
36	9685832		9727760	11 2	9766723		9802712		9835714	
37	9686555	12 0	9728434		9767347		9803287		9836239	8 7
38	9687277		9729107		9767970		9803861		9836763	
39	9687998		9729779		9768593		9804434	9 5	9837286	
40	9688719		9730450		9769215		9805006		9837808	
41	9689439		9731120		9769836	10 3	9805577		9838329	
42	9690158		9731789		9770436		9806147		9838850	
43	9690876		9732458	11 1	9771075		9806716		9839370	
44	9691593	11 9	9733126		9771693		9807285		9839889	8 6
45	9692309		9733793		9772311		9807853		9840407	
46	9693025		9734459		9772918		9808420	9 4	9840924	
47	9693740		9735124		9773544		9808986		9841440	
48	9694454		9735789		9774159	10 2	9809551		9841956	
49	9695167		9736453		9774773		9810116		9842471	
50	9695879		9737116	11 0	9775387		9810680		9842985	
51	9696590		9737778		9776000		9811243		9843498	8 5
52	9697501	11 8	9738439		9776611		9811803		9844010	
53	9698011		9739099		9777223		9812366	9 3	9844521	
54	9698720		9739759		9777833		9812926		9845032	
55	9699428		9740418		9778442	10 1	9813486		9845542	
56	9700155		9741076		9779050		9814045		9846051	
57	9700842		9741733	10 9	9779658		9814603		9846539	
58	9701548		9742389		9780265		9815160		9847066	8 4
59	9702253	11 7	9743045		9780871		9815716		9847572	
60	9702957		9743700		9781476		9816272		9848078	

G.	80		81		82		83		84	
m.	Sinus	portio uni 2 10	Sinus	portio uni 2 10	Sinus	portio uni 2 10	Sinus	portio uni 2 10	Sinus	portio uni 2 10
0	9848078	8 4	9876883	7 6	9902681	6 7	9925461	3 9	9945219	5 2
1	9848583		9877338		9903085		9925816		9945523	
2	9849087		9877792		9903489		9926169		9945826	5 0
3	9849590		9878245	7 5	9903892		9926521		9946128	
4	9850092		9876978		9904294		9926873		9946429	
5	9850593	4 3	9879148		9904695		9927224	5 8	9946729	
6	9851093		9879598		9905095		9927574		9947028	
7	9851593		9880048		9905494	6 6	9927923		9947327	
8	9852092		9880497		9905893		9928271		9947625	
9	9852590		9880945		9906291		9628618		9947922	4 9
10	9853087		9881392	7 4	9906688		9928963		9948218	
11	9853583		9881838		9907084		9929311		9948513	
12	9854079		9882283		9907479		9929656	5 7	9948807	
13	9854574	9 2	9882728		9907873		9930000		9949100	
14	9855068		9883172		9908266		9930343		9949393	
15	9855561		9883615		9908659	6 5	9930685		9949685	
16	9856053		9884057		9909051		9931026		9949976	4 8
17	9856544		9884498	7 3	9909442		9931367		9950266	
18	9857033		9884938		9909832		9951707		9950555	
19	9857525		9885378		9910221		9932046	5 6	9950844	
20	9858014	8 1	9885817		9910610		9932384		9951132	
21	9858502		9886255		9910998		9932721		9951419	
22	9858989		9886692		9911385	6 4	9933057		9951703	
23	9859475		9887128		9911771		9933393		9951990	4 7
24	9859961		9887564		9912136		9933728		9952274	
25	9860446		9887999	7 2	9912540		9934062		9952557	
26	9860930		9888433		9912923		9934395	5 5	9952840	
27	9861413	8 0	9888866		9913306		9934727		9953122	
28	9861895		9889298		9913688		9935058		9953403	
29	9862376		9889729		9914069	6 3	9935389		9953683	
30	9862856		9890159		9914449		9655719		9953962	4 6
31	9863336		9890588		9914828		9936048		9954240	
32	9863815		9891017	7 1	9915206		9956376		9954518	
33	9864293		9891445		9915584		9936703	5 4	9954795	
34	9864770.	7 9	9891872		9915961		9937029		9955072	
35	9865246		9892298		9916337		9937355		9955346	
36	9865722		9892723		9916712	6 2	9937680		9955620	
37	9866197.		9893147		9917086		9938004		9955893	4 5
38	9866671		9893571		9917459		9938327		9956165	
39	9867144		9893994	7 0	9917832		9938649		9956437	
40	9867616		9894416		9918204		9953970	5 3	9956708	
41	9868087	7 8	9894837		9918575		9939290		9956978	
42	9868557		9895257		9918945		9939509		9957247	
43	9869027		9895677		9919314	6 1	9939928		9957515	
44	9869496		9896096		9919682		9940246		9957782	
45	9869964		9896514		9920049		9940563		9958049	4 4
46	9870431		9896931	6 9	9920416		9940879		9958315	
47	9870897		9897347		9920782		9941194		9958580	
48	9871362	7 7	9897762		9921147	6 0	9941509	5 2	9958844	
49	9871827		9898177		9921511		9941823		9959107	
50	9872291		9898591		9921874		9942156		9959370	
51	9872754		9899004		9922236		9942448		9959632	
52	9873216		9899416		9922598		9942759		9959893	4 3
53	9873677		9899827	6 8	9922959		9943069		9960153	
54	9874137		9900237		9923319		9943379		9960412	
55	9874597		9900646		9923678		9943688	5 1	9960670	
56	9875056	7 6	9901055		9924056		9941996		9960927	
57	9875514		9901463		9924393		9945303		9961283	
58	9873971		9901870		9924750	5 9	9943609		9961438	
59	9876427		9902276		9925106		9944914		9961693	4 2
60	9876883		9902681	6 7	9925461		9945219		9961947	

G. m.	85 Sinus	portio unius 10	86 Sinus	portio unius 10	87 Sinus	portio unius 10	88 Sinus	portio unius 10	89 Sinus	portio unius 10
0	9961947	4 2	9975640	3 4	9986295	2 5	9993908	1 7	9998477	0 8
1	9962200		9975843		9986447		9994009		9998527	
2	9962452		9976045		9986598		9994109		9998576	
3	9962703		9976246	3 3	9986748		9994208		9998625	
4	9962954		9976446		9986897		9994307	1 6	9998673	
5	9963204		9976645		9987045		9994405		9998720	
6	9963453	4 2	9976843		9987193		9994502		9998766	
7	9963701		9977040		9987340	2 4	9994598		9998812	0 7
8	9963948		9977237		9987486		9994693		9998855	
9	9964194		9977433		9987631		9994787		9998899	
10	9964440		9977628	3 2	9987775		9994881		9998942	
11	9964685		9977822		9987918		9994974	1 5	9998984	
12	9964929		9978015		9988061		9995066		9999025	
13	9965172	4 0	9978207		9988203		9995157		9999065	
14	9965414		9978398		9988344	2 3	9995247		9999104	
15	9965655		9978589		9988484		9995336		9999143	0 6
16	9965895		9978779		9988623		9995424		9999182	
17	9966135		9978968	3 1	9988761		9995512		9999218	
18	9966374		9979136		9988899		9995599	1 4	9999254	
19	9966612		9979343		9989036		9995685		9999289	
20	9966849	3 9	9979530		9989172		9995770		9999323	
21	9967085		9979716		9989307	2 2	9995854		9999356	
22	9967320		9979901		9989442		9995937		9999389	0 5
23	9967555		9980085		9989574		9996019		9999421	
24	9967789		9980268	3 0	9989706		9996101		9999452	
25	9968022		9980450		9989837		9996182	1 3	9999482	
26	9968254		9980631		9989968		9996262		9999511	
27	9968485	3 8	9980811		9990098		9996341		9999539	
28	9968715		9980991		9990227	2 1	9996419		9999566	
29	9968944		9981170		9990355		9996496		9999593	0 4
30	9969173		9981348		9990482		9996573		9999619	
31	9969401		9981525	2 9	9990608		9996649		9999644	
32	9969628		9981702		9990731		9996724	1 2	9999668	
33	9969854		9981877		9990859		9996798		9999692	
34	9970079		9982052		9990983		9996871		9999713	
35	9970304	3 7	9982226		9991106	2 0	9596943		9999735	
36	9970528		9982599		9991228		9997014		9999756	0 3
37	9970751		9982571		9991349		9997085		9999776	
38	9970973		9982742	2 8	9991470		9997155		9999795	
39	9971194		9982922		9991590		9997224	1 1	9999813	
40	9971414		9983082		9991770		9997292		9999830	
41	9971633	3 6	9983251		9991827		9997359		9999846	
42	9971851		9983419		9991944	1 9	9997425		9999862	
43	9972069		9983586		9992060		9997491		9999877	0 2
44	9972286		9983752		9992175		9997556		9999891	
45	9972502		9983927	2 7	9992290		9997620		9999904	
46	9972717		9984081		9992404		9997683	1 0	9999916	
47	9972932		9984245		9992517		9997745		9999927	
48	9973145		9984408		9992629		9997806		9999938	
49	9973358	3 5	9984570		9992740	1 8	9997867		9999948	
50	9973570		9984731		9992850		9997927		9999957	0 1
51	9973781		9984891		9992960		9997986		9999965	
52	9973991		9985050		9993069		9998044		9999972	
53	9974200		9985209	2 6	9993177		9998101	0 9	9999978	
54	9974408		9985367		9993284		9998157		9999984	
55	9974615		9985524		9993390		9998212		9999989	
56	9974822	3 4	9985680		9993495	1 7	9998267		9999993	
57	9975028		9985835		9993599		9998321		9999996	0 0
58	9975233		9985989		9993703		9998374		9999998	
59	9975457		9986143		9993806		9998426		9999999	
60	9975640		9986295	2 5	9993908		9998477	0 8	10000000	0 0

FINIS.

817. E. 1[2]

PROBLEMATVM ASTRONOMICORVM ET GEOMETRICORVM SECTIONES SEPTEM, IN QVIBVS EVIdentiſsimis demonſtrationibus explicatur, qua ratione tota μετεωροσκοπικῆς diſciplina intelligi & vſus præſtantiſsimus in explorandis omnibus apparentiis, quæ in cœleſti regione mundi quocunq; tempore conſpiciuntur, qui ab artificibus antehac per fabrefacta maximis ſumptibus ac difficillima organa abſoluebatur, nunc ſolius Quadrantis Geometrici officio & expeditiùs & eadem certitudine perfici poſsit: Item quomodo iuxta opticam rationem exquiſitæ variarum ac multiplicium magnitudinum dimenſiones, vel citra omnem calculi vſum facillimè expediri queant: Præterea quæ ſint rationes librationum in ducendis aquis ex ſuis fontibus etiam per plures montes interpoſitos in inferiora quæuis conſtituta loca: Totum inſuper artificium eiaculandi ſphæras è tormentis ex quocunq; ſitu in præfixos ſcopos ex primis fundamentis extructum: Deniq; multiplices Geographicarum obſeruationum modi proponuntur, quorum immenſus ac certiſsimus eſt vſus, tam peregrinantibus per ignota regionum loca, quàm nauigantibus in Occano.

Omnia nunc recens conſcripta in communem gratiam ſtudioſorum Matheſeos, & in lucem edita.

Autore

DANIELE SANTBECH NOVIOMAGO.

BASILEAE,

PER HENRICHVM PETRI, ET PETRVM PERNAM. M. D. LXI.

INDEX EARVM PROPOSITIONVM QVAE in hoc opere continentur.

Propoſitio prima.

Quomodo Solis ac ſtellarum eleuationes ſupra Horizontem quouis tempore Quadrantis adminiculo liceat obſeruare.

II. Quibus obſeruationibus Meridianæ lineæ ſitus in quouis Horizonte deprehendatur.

III. Quomodo polus mundi Arcticus per reuolutionem alicuius ſtellæ ſemper apparentis explorari poßit.

IIII. Qua ratione Solis ac ſtellarum declinationes ab Aequatore obſeruentur.

V. Obſeruatio qua deprehenditur quantum circulus obliquus, qui eſt per medium ſignorum, ad Aequatorem ſit inflexus.

VI. Ex maxima Solis ſupra Horizontem altitudine quouis die obſeruata, quomodo uerus ipſius locus in Ecliptica colligatur.

VII. Quanta ſit amplitudo ortus & occaſus ſtellarum metiri.

VIII. De ratione dierum artificialium & eorundem quantitatis ſupputatione ad quamlibet poli altitudinem.

IX. Qua ratione diſtantia centri abſidem Solis deferentis à terræ centro inueniatur.

X. De ueri temporis Aequinoctij obſeruatione.

XI. De ratione ueram annui temporis quantitatem examinandi.

XII. Ratio obſeruandi quolibet tempore apparentes luminarium diametros.

XIII. Qua ratione metiamur Eclipſium magnitudines.

XIIII. Quibus rationibus regionum longitudines explorentur.

XV. De Lunæ parallaxi, quam Latini aſpectus diuerſitatem uocant.

XVI. Qua ratione ex obſeruata quolibet tempore Solis ſupra Horizontem altitudine certum temporis minutum ſupputari poßit.

XVII. Stellarum & planetarum diſtantias in cœlo expeditè metiri.

XVIII. Qua ratione artificis ſtellarum fixarum diſtantias à terræ centro ac ſuperficie demonſtrent.

XIX. De longitudine & latitudine cuiuſuis planetæ aut cometæ explorandis, quibus annectuntur tabulæ uicinarum Eclipticæ ſtellarum.

XX. Qua ratione ſtellarum fixarum à punctis Aequinoctiorum diſtantiæ deprehendantur.

XXI. De ortus & occaſus Heliaci planetarum obſeruatione.

XXII. Quomodo ex aſpectu cuius planetæ naturam ſtellæ fixæ referant agnoſcamus.

XXIII. De ſtellarum magnitudinibus.

XXIIII. Ad quantum diſtantiæ ſtellas fixas planetæ occultent.

XXV. Quomodo polus mundi proximè & ſimplicißimè ex obſeruatione ſtellarum fixarum ſine omni inſtrumento cognoſcatur.

XXVI. Qua obſeruatione inueniatur polus Zodiaci.

XXVII. De obſeruatione Zodiaci & circuli ſolſtitij.

XXVIII. Quomodo ſtellas fixas ſemel obſeruatas ſemper agnoſcamus.

XXIX. Quomodo ex imaginum Zodiaci aſpectu ſolo ſtellæ agnoſcantur.

XXX. De ſignis, quibus errantes ſtellæ à fixis octauæ ſphæræ diſtinguuntur.

XXXI. Ratio qua tempus congreſſus planetarum cum ſtellis fixis præſcire poßimus.

XXXII. Quomodo nouis obſeruationibus tota cœli ſtellati facies explorata deſcribi poßit, ut ſingulæ ſtellæ repræſentent eam in ſitu congruentiam ac ſymmetriam, qua in ipſo cœlo conſtitutæ apparent.

XXXIII. Quomodo ex reuolutione alicuius ſtellæ fixæ certa nocturni temporis hora poßit deprehendi.

XXXIIII. Quomodo certum nocturni temporis momentum per obſeruatam apparentis ſtellæ altitudinem ratiocinemur.

XXXV. Quomodo uera Lunæ latitudo per ſinuum tabulas colligatur.

XXXVI. Cuiuslibet Eclipticæ circumferentiæ aſcenſionem rectam ſupputare.

XXXVII. Cuilibet aſcenſionis rectæ circumferentiæ conuenientem Eclipticæ arcum reſtituere.

XXXVIII. *Segmentum aſcenſionis obliquæ propoſitæ Zodiaci parti conueniens ad quamlibet poli altitudinem ſupputare.*

XXXIX. *Cum quota Eclipticæ parte cognita obliquæ aſcenſionis circumferentia finitorem loci, cuius poli eleuatio conſtiterit, attingat.*

XL. *Quenam Eclipticæ pars conſtituto temporis minuto Meridianum circulum attingat, ſupputare.*

XLI. *Quantitates angulorum, quos Ecliptica cum Meridiano ſingulis momentis conſtituit, inuenire.*

XLII. *Quanta ſit diſtantia Zenit (ut loquuntur) à nonageſimo ab aſcendente gradu.*

XLIII. *Quotus Eclipticæ gradus quolibet tempore ubuis terrarum in Horizonte conſiſtat.*

XLIIII. *Dimenſio angulorum, quos Eclipticæ partes cum quouis obliquo Horizonte conſtituunt.*

XLV. *Quantitates angulorum, quos Eclipticæ partes cum Horizonte in Occidente conficiunt, metiri.*

XLVI. *Quanta ſingulis temporis momentis ubiq; terrarum Solis ſupra Horizontem altitudo ſit, exquiſita ſupputatione inuenire.*

XLVII. *Diſtantiam cuiuslibet ſtellæ à uero Aequatoris ortu uel occaſu uerſus Auſtrum uel Septentrionem, aut à Meridiano ad Orientem uel Occidentem expeditè numerare.*

XLVIII. *Quantæ ſtellarum declinationes ſint, ex ſinuum tabulis colligere.*

XLIX. *Quenam Aequatoris pars cum oblata ſtella finitorem rectum aut Meridianum circulum attingat, inuenire.*

L. *Cum quota Eclipticæ parte oblata ſtella cœli culmen conſcendat expeditè colligere.*

LI. *Quanta ſit circumferentia amplitudinis ortiuæ & occiduæ cuiuſuis oblatæ ſtellæ dinumerare.*

LII. *Circumferentiam Aequatoris, quæ metitur tempus reuolutionis oblatæ ſtellæ ab Oriente in Occidentem, colligere.*

LIII. *Quanta ſit obliquæ aſcenſionis ſtellarum circumferentia inquirere.*

LIIII. *Quantæ ſint altitudines ſtellarum ad certa tempora & loca quæſitæ ex ſinuum tabulis colligere.*

LV. *Angulum inclinationis planorum Aequatoris & Eclipticæ quolibet anni tempore intra paucos dies ex obſeruatione Solis ortus & alicuius ſtellæ fixæ ad Meridianum acceſſus, ratiocinari.*

LVI. *De rationibus gnomonum & umbrarum, ac fundamento ſciotericorum inſtrumentorum.*

LVII. *Quantas umbrarum differentias ſemidiameter Solis conſtituat.*

LVIII. *De ratione gnomonum & umbrarum.*

LIX. *Quomodo per umbras terræ ſitus & collatum ad cœli magnitudinem intelligatur.*

LX. *Concluſio de umbris, cui annectitur tabula gnomonica.*

LXI. *De fundamento ſciotericorum inſtrumentorum.*

LXII. *Quomodo ex trigono orthogonio horaria tam uerticalia, quàm terræ parallela conſtruantur.*

LXIII. *Ratio inueniendi ſemidiametros ſciotericorum.*

LXIIII. *Alia ratio inueniendi horariorum dimetientes ex perſpecta poli altitudine.*

LXV. *Tertius modus inueniendi ſemediametros horariorum.*

LXVI. *Conſtructio horarij plani.*

LXVII. *Structura horarij in ſuperficie uerticali.*

LXVIII. *Vtrunq; præcedentium horariorum aliter, quàm paulò antè conſtitutum eſt, abſoluere.*

LXIX. *Ratio conſtructionis horarij plani ex tabulis.*

LXX. *Structura ſcioterici uerticalis ex tabulis.*

LXXI. *Circumferentiam horarij circuli, id eſt eius, qui per utrunq; mundi polum & centrum Solis ducitur, inter polum arcticum & Horizontem interceptam ſupputare.*

LXXII. *Signum illud Horizontis, quod circulus horæ in ſphæra contingit per ſcientiam triangulorum ratiocinari.*

LXXIII. *Alia ratio eundem arcum Horizontis inter Meridianum & circulum horarium interceptum numerandi.*

LXXIIII. *Quomodo ex ſphæricis triangulis ſegmentum uerticalis circuli inter horarium circulum & Meridianum interceptum ratiocinemur.*

LXXV. *Idem ſegmentum alia ratione ſupputare.*

LXXVI. *Ratio dimetiendi eleuationem poli ſuper quamcunq; ſuperficiem, quæ ad* Horizontem *quidem inclinatur, ſed Meridianum ad rectos angulos ſecat.*

LXXVII. *Quomodo metiendæ ſint altitudines, quæ ad perpendiculum terræ inſiſtunt.*

LXXVIII. *Secundus modus altitudinum quantitates obſeruandi.*

LXXIX. *De latitudinum dimenſionibus.*

LXXX. *Dimenſiones pyramidum & aliorum corporum, quæ in ſublimioribus locis conſiſtunt.*

LXXXI. *De metiendis altitudinibus, quarum ſupremæ tantum partes appareant.*

LXXXII. *Rationes dimetiendi altitudines ex alijs ædificijs aut turribus.*

LXXXIII. *Quibus dimenſionibus diſtantiæ locorum à conſpectis altitudinibus explorandæ ſint.*

LXXXIIII. *De rationibus metiendi quorumuis corporum interualla.*

LXXXV. *Quomodo ex ſublimioribus locis apparentes in ſubiectis planis diſtantias à baſibus liceat explorare.*

LXXXVI. *Quibus dimenſionibus accliuam montis longitudinem liceat deprehendere.*

LXXXVII. *Metiendi rationes uallium aut foſſarum profunditates ex ſuperioribus locis.*

LXXXVIII. *Quanta ſit diſtantia duorum locorum, quæ interiacente profundiore ſpacio diſiunguntur.*

LXXXIX. *Angulum profunditates, quo duo ſeiunguntur loca, inueſtigare.*

XC. *Quomodo anguſtiores profunditates quæ ad perpendiculum in terram deſcendunt, obſeruare liceat.*

XCI. *Quibus dimenſionibus ex monte apparentes in inferiori ſuperficie locorum diſtantiæ ſint explorandæ.*

XCII. *Quantus ſit exceſſus altitudinis alicuius loci in monte ſupra libellam alterius in inferiore ſuperficie conſpecti.*

XCIII. *Quibus obſeruationibus fluminum latitudines ex montibus deprehendantur.*

XCIIII. *Quomodo ex montibus ſingulorum in inferiore ſuperficie, quæ appareant, locorum ſitus exquiſitè liceat obſeruare.*

XCV. *Quomodo ex* Triangulorum *ſcientia colligantur rationes metiendi planas ſuperficies.*

XCVI. *Qua ratione ſub menſuram cadat ſuperficies triangulo iſopleuro comprehenſa.*

XCVII. *Cuiuslibet trianguli ſuperficiem metiri, ſi unà cum tribus lateribus notis aliqua ex perpendicularibus conſtiterit.*

XCVIII. *Trianguli iſoſcelij, cuius alterum ex æqualibus lateribus unà cum baſi conſtiterit, capacitatem metiri.*

XCIX. *Si unum ex trigoni æquicrurij lateribus unà cum aliquo angulorum, aut duntaxat perpendiculari innoteſcat, totam eius capacitatem metiri.*

C. *Cuiuslibet trianguli notis omnibus lateribus capacitatem metiri.*

CI. *Quibus rationibus metiamur planas ſuperficies, quæ ſunt quatuor lineis comprehenſæ.*

CII. *Quam metiendi rationem admittat ſuperficies parallelogrammi quod* Rhomboides *appellant.*

CIII. *Quomodo ſuperficies figurarum, quæ* Trapezia *appellantur, liceat metiri.*

CIIII. *Superficiem quadranguli orthogonij metiri.*

CV. *Datis quatuor lateribus quadranguli amblygonij, unà cum aliquo angulorum, aut latere ſubtendente, ſuperficiem eius metiri.*

CVI. *Quomodo ſuperficies plurium laterum & angulorum ſub menſuram cadant.*

CVII. *Quæ ſit ratio librationis cum ex fonte in locum caſtelli proſpectus patet.*

CVIII. *Quæ ratio dimenſionis ad librationes requiratur, ſi montis interpoſitione fons à caſtelli loco diſiunctus fuerit.*

CIX. *Quæ ſit ratio librationis, quando per plures montes ducenda eſt aqua.*

CX. *Si fons in interiorem aliquem urbis locum ſit ducendus, qua dimenſione exceſſus utriuſq; altitudinis exquiſitè poſſit explorari.*

CXI. *Vtrum aqua in fodinis à latere perfoſſo monte educi poſſit.*

CXII. *Quomodo ſit intra conſtitutum tempus certa quantitas è caſtello fontis educenda.*

CXIII. *Quomodo per aquam* Archimedes *inuenerit quantum argenti aureæ coronæ idolo ſuo conſecratæ opificis dolo immiſtum eſſet.*

CXIIII. *Ex quo fundamento ſit extructum artificium iaculandi ſphæras è tormentis.*

INDEX

CXV. Obſeruationes quædam ad certas collocationes & omnem uſum tormenti neceſſariæ ne à ſcopo multum aberremus.

CXVI. Quomodo ex ſingulis eleuationum aut inclinationum circumferentijs ὑποτείνουσα tormenti colligatur.

CXVII. In quantam altitudinem ad ſingulas eleuationes tormentum ſphæram excutiat.

CXVIII. Quanta ſit diſtantia tormenti à loco in quem ſphæra delabitur ex ſingulis eleuationibus & hypotenuſa colligere.

CXIX. Quomodo axis tormenti in libellam collocetur.

CXX. De multiplici Quadrantis collocatione ad exquiſitam axis tormenti eleuationem explorandam.

CXXI. De duabus alijs Quadrantis collocationibus, quibus certam axis tormenti eleuationem experimur.

CXXII. Quomodo per regulam cui annexum ſit perpendiculum multipliciter eiuſdem axis tormenti eleuationem experiamur.

CXXIII. In quantam altitudinem ſupra baſim eleuandum ſit tormentum, ut ſphæra in locum præfixum per κάθετον deſcendat.

CXXIIII. Qua ratione ſphæræ ſint è tormentis emittendæ, ut per hypotenuſam in præfixum locum incurrant.

CXXV. Qua ratione, quæ in antegreſsis propoſitionibus numerorum adminiculo ſunt inuenta, ſolo perpendiculo in Quadrante abſoluantur.

CXXVI. Quomodo ſine Quadrante tantùm officio regulæ & perpendiculi, ea, quæ ſunt hactenus explicata, inueniantur.

CXXVII. Si caſtrum aliquod in monte conſtructum ex inferiore loco per κάθετον uel ὑποτείνουσαν tormentis expugnandum ſit, qua ratione negociũ expediri debeat, ſubſequitur.

CXXVIII. Si tormenta in montibus conſtituantur, qua ratione ſphæras in urbem, aut quemuis inferiorem locum eiaculari liceat.

CXXIX. Qua ratione tormento in monte collocato piceæ ſphæræ ſiue ignis extorqueri debeant, ut per cathetum in inferiora loca deuoluantur.

CXXX. Quomodo ſphæræ ex caſtris in ædificia intra urbis mœnia conſtituta ſint eiaculandæ.

CXXXI. Quomodo intempeſta nocte tormenta ſint collocanda, ut in quoſcunq; ſcopos præfixos eadem commoditate, qua in medio die, exquiſitè ſphæras eiaculentur.

CXXXII. Ex urbana turri ſphæras in caſtra hoſtium eiaculari.

CXXXIII. Si tormenta intra urbis mœnia conſtituta fuerint, quomodo ſphæræ ſint in caſtra hoſtium extorquendæ.

CXXXIIII. Quomodo collocatis poſt montem tormentis ſphæræ in urbem poſsint extorqueri.

CXXXV. Tormentis ultra flumen conſtitutis, quomodo ſphæræ debeant extorqueri in præfixa urbis loca.

CXXXVI. De ratione eiaculandi ſphæras ex ijs locis, quæ cum præfixis ſcopis, aut altiorem, aut æqualem ſitum occupant.

CXXXVII. Quæ ſit ratio dimenſionis in effodiendis cuniculis ſub mœnibus.

CXXXVIII. Quomodo ſit aqua ex foſſa urbis mœnia ambiente educenda.

CXXXIX. Quomodo latitudinem labentis fluuij liceat metiri.

CXL. Qua metiendi ratione quantitatem ſcalarum, quæ à foſſa in urbis mœnia extenduntur, liceat explorare.

CXLI. Quomodo inter fodiendum iter debeat inſtitui, ut certò inueniamus locum, qui ad perpendiculum conſiſtat ſub arce in monte conſtructa.

CXLII. Quomodo ſitus alicuius urbis ſit explorandus, ut interiorum partium cõſtitutiones & diſtantiarum ratio à ſingulis extra circumiacentibus locis exquiſitè innoteſcat.

CXLIII. Quomodo, cum à recto itinere occurrentibus obſtaculis deflectendum fuerit, eodem liceat reuerti.

CXLIIII. Quanta pars terræ ſingulis maximi circuli cœleſtis gradibus reſpondeat, certa dimenſione explorare.

CXLV. Ratio dimetiendi locorum diſtantias.

CXLVI. Tertius modus eaſdem locorum diſtantias numerandi.

CXLVII. Quomodo angulus poſitionis (ut uocant) ex data longitudine & latitudine duorum lo-

corum

corum inueniatur.

CXLVIII. *Si alterius duorum locorum conſtet longitudo ac latitudo & ab altero diſtantia cum angulo poſitionis huius quoq; longitudinem ac latitudinem colligere.*

CXLIX. *Ratio dimetiendi uerum ſitum & conſtitutionem omnium partium cuiuſcunq; ſuperficiei terreſtris, ad cuius exemplar ſimilis deſcriptio in alio plano conſtitui poſsit.*

CL. *Quomodo particulares locorum deſcriptiones generalibus mundi tabulis ſint intexendæ.*

CLI. *Quarumlibet locorum ſuperficies ad libellam metiri.*

CLII. *Quanta ſit differentia altitudinum in diuerſis locis reſpectu ſummi terræ conuexi, quod inter illa intercipitur.*

CLIII. *Ratio qua dimetiamur in quibus mundi plagis ſingula finitoris loca ſint conſtituta.*

CLIIII. *Qua ratione nauium à littore interualla tam diei tempore quam in denſiſsimus noctis tenebris per faces ardentes exquiſitiſsimè liceat explorare: & uiciſsim naucleri qua ratiocinatione quolibet tempore in Oceano aut mari apparentium inſularum ſcopulorum, aut littorum diſtantias à naui ex obſeruationibus deprehendere poſsint.*

CLV. *Quomodo liceat tam in maritimis, quam terreſtribus locis quisnam uentus quolibet momento ſpiret, obſeruare.*

CLVI. *Quæ ſit ratio ingrediundi per ſubterraneas meatus, ut ubiq; conſtet, ſub quibus terræ locis conſiſtamus.*

CLVII. *Quibus obſeruationibus totum alicuius urbis ambitum in terra ſine numerorum adminiculo liceat deprehendere.*

CLVIII. *Quomodo uerus ſitus ſuperficierum in ædificijs aut mœnibus urbis explorandus ſit, ut conſtet quanto ad certam mundi plagam inclinet angulo.*

CLIX. *Quomodo ſuperficies planæ collocentur, ut Horizonti æquidiſtent.*

FINIS.

SECTIO PRIMA DE OBSERVATIONIBVS ΤΩΝ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ

PRAEFATIO,

Qua explicatur ratio ordinis ac uſus totius operis.

ANTEQVAM explicationem noſtrarum propoſitionum aggrediamur, viſum eſt diſcentes de ordine ac diſtributione totius operis (vt ratio noſtri conſilij euidentius innoteſcat) breuiter admonere. Primùm igitur explicabimus obſeruationes ferè omnium φαινομένων ſolis, lunæ, & ſtellarum inerrantium. His ſubiiciemus præcipuos canones primi motus, quorum ſtructura ex ſphæricis Regiomontanis Triangulis intelligitur, vſus verò ex ſinuum tabulis potiſsimùm abſoluitur. Ex quibus percipient ſtudioſi exquiſitam ac ſanè mirabilem congruentiam calculi cum obſeruationibus. Deinde ſequetur expoſitio de Vmbris & fundamento ſciotericorum inſtrumentorum, quorum conſtructionis aliquot exempl[illegible] vt ab artificibus ſunt deſcripta) proponemus. Ac euidentibus demonſtrationibus aperiemus. qua ratione ex ſphæricis Triangulis horaria Verticalis circuli & Horizontis ſegmenta metiri liceat: vt hinc tanquam ex veris ſontibus ad varias poli altitudines tabulæ conficiantur, quarum adminiculo expeditè inſtrumenta poſsint abſolui. His conſtitutis, progrediemur ad generales altitudinum, latitudinum & diſtantiarum dimenſiones, quæ optica ratione, ſiue per radium vi[illegible]uum expediuntur. Eas omnes rationibus à nobis recens inuentis citra vllum calculi vſum exquiſitiſsimè abſoloemus, quibus deinceps annectitur breuis explicatio de Planis ſuperficiebus, vt earum menſuratio ex primo Triangulorum libro manifeſtè conſtet. Inde exequemur illas dimenſionum obſeruationes, quarum vſus ad librationes in ducendis aquis ſeu per canales, ſeu riuulos, immenſam adfert commoditatem, vt etiam rationes ſodiendi in ſubterraneis meatibus faciliori ratiocinatione colligantur, in quibus opificum vulgus cum maximè hallucinetur, tum iacturam ſumptuum non mediocrem ſubinde facit. Hinc vlterius progreſsi totum artificium eiaculandi ſphæras è tormentis ex quocunq; ſitu in præfixa loca aſſumptis obſeruationibus, quæ neceſſariæ ſunt, ex certis & immotis Elementorum Geometricorum fundamentis extruemus. Tandem multiplicia Geographicarum obſeruationum genera patefaciemus, quarum vſus erit non tantùm peregrinantibus per terram ad conſtitutionem anguli poſitionis, itinerarij interualli, & exquiſitæ conſpectarum regionum deſcriptionis, verumetiam nauigantibus in Oceano, vt omnes Mundi angulos euidentiſsimè intueantur ac perluſtrent: quinetiam diſtantias littorum, inſularum, ac ſcopolorum apparentium certiſsimè poſsint explorare. Quòd autem ad particularem ſingulorũ expoſitionem attinet, hanc viam ingrediemur, vt abſterſa obſcuritatis caligine primò copioſius & explicatius propoſitionis ſententiam euoluamus, deinde præter exempla ἀποδείξεις Mathematicas, ubi res poſtulabit, contexamus.

De ſtructura inſtrumenti, cuius uſus ad obſeruationes multiplicium φαινομένων, quæ in hoc opere explicantur, neceſſarius eſt.

PRiſci Mathematum profeſſores, multiplicibus vſi ſunt inſtrumentis, non tantùm ad obſeruationes τῶν φαινομένων, verumetiam loco tabularum primi & ſecundi motus, vt ſine ſcrupuloſo calculo celerius ſtellarum loca ipſis apparentijs congruentia certis temporibus conſtituerent. Aſtronomi ad explorandos illarum curſus cõſtruunt Armillas Aſtrolabicas (ut apud Ptolemæum libro quinto μεγάλης συντάξεως, & Regiomontanum in Epitome, & Copernicum lib. 2. cap. 14. videre licet) Torquetum, inſtrumẽtum Parallaticum, quod fit ex tribus regulis in Trianguli figuram connexis, & quadrantem Geometricum, qui ſumitur ex Planiſphærio. Hipparchus per Dioptram, cuius ſtructura in Aſtronomicis hypotheſibus à Proclo eruditè explicatur, apparentes ſolis & lunæ diametros obſeruabat. Geographi ad inueſtigandas longitudinum ac latitudinum in diuerſis regionibus differentias, vtuntur Horoſcopijs & Meteoroſcopijs. In aquis ducendis adhibentur Hydroſcopia & Chorobates, de quo Vitruuius, vt ſuo loco dicemus. Et his pauimenta exquiſitè ad planiciem Horizontis ſtrata explorantur. Inter hæc omnia inſtrumentorum genera nul-

ſum accommodatius ad omnes apparentiarum obſeruationes, quæ in opere ſequenti exponuntur, & paratu facilius præter quadrantem Planiſphærij inuenire licet. Quare cum eius vſus præ cæteris ſemper mihi placuerit, ſtructuram eiuſdem noſtris congruentem propoſitionibus, breuiter hic diſcentibus ante oculos conſtituere operæpretium fuerit. Primùm igitur ex metallo, nempe cupro, aut orichalco tabulam iuſtæ magnitudinis fabricabimus, cuius vtraq; ſuperficies exquiſitè complanata quatuor lateribus includatur. Sed qui metallum elaborare non poſſunt ſolidiſsimum lignum, quale fit ex buxo, nuce, & fago in locum illius ſubſtituent. Hac ita præparata, propè aliquem angulorum, vbi nimirum eſt concurſus duorum laterum loco centri punctū aliquod conſtituemus, in quod extractæ ab aduerſis partibus lineæ ad rectum angulum exactè conueniant. Super hoc centro ſecundum eam magnitudinem, quam ſuperficiei longitudo admittit, tres circumferentias circino deſignabimus, quarum vnaquæq; neceſſario ſui circuli quadrantem complectitur. Hoc operis abſoluto, vtramq; interiorem in nonaginta æqualia ſegmenta partiemur, & ex illius ſectionibus quæ centro vicinior eſt, in aduerſas alterius ſectiones rectas extendemus, ea ratione vt hæ limbum conſtituant, qui referat eandem nonaginta ſegmentorum diſtributionem. Singulas deinceps huius limbi partes, ſi tam exiguæ diuiſionis capaces fuerint, in 60 ſcrupulos more Aſtronomico diſtribuemus. Vt autem conſpectior ac euidentior appareat ſegmentorum diſtinctio, viciſsim alia ab alijs atro colore diſcernentur. Cæterum vt numerus partium vbiq; ſit in conſpectu ex ſingulis limbi ſectionibus, quæ intra ſe comprehendunt quinarum ſegmentorum numerum, in exteriorem quadrantem, ſumpto à baſi initio, rectas lineas educemus. Intra primum ſpacium duabus incluſum lineis conſtituemus numerum 5, intra ſecundum 10 & ſic deinceps æqualibus incrementis progreſsi integrum quadrantem abſoluemus. His ita conſtitutis, inſcriptionem ſinuum perficiemus in hunc modum. Alteram quadrantis lineam, quæ baſis vicem ſuſtineat, ſi congruentem huic diſtributioni magnitudinem ſortiatur, iuxta numerum ſinus maximi à Regiomontano in tabulis conſtitutum in 60000 æqualis diuidemus portiunculas, quibus ad latus, prout vbiq; commodum fuerit à circumferentia exorſi verſus centrum progrediendo numeros ſuos adſcribemus. Ex ſingulis deinde interioris circumferentiæ ſegmentis in baſin πρὸς ὀρθὰς rectæ lineæ, quę ſupplebunt locum ſinuum rectorum, extendentur. Vt autem hoc euidentiùs intelligant diſcẽtes vniuſcuiuſq; circumſerentiæ, quæ aſcendit à baſi vſq; ad conſtituti finem ſegmenti ſinum rectum in tabulis Regiomontani inueſtigabimus, & ſecūdum occurrentem numerum in baſin Quadrātis, cuius exquiſita iam ſit abſoluta diſtinctio, circini pedes expandemus. Hinc patefiet magnitudo ſinus recti, qui præfixam Quadrantis τὴν ὑφόφρην ſubtendet. Quare, vt hic in ſuperficie inſtrumenti deſignetur, cōſtituentes vnam circini cuſpidem, in finem ſegmenti, experiemur qua in parte ipſam baſin altera πρὸς ὀρθὰς contingat. Reliquorū omnium ſinuum eſt eadem conſtitutionis ratio. Ac quidem hic ſcire licet, nobis ideo huiuſcemodi ſinuum deſcriptionem vtilem videri, vt vſum tabularum in obſeruationibns præſtent. Sed tamen ſiue placuerit vti numeris tabularū, ſiue hac deſignatione, id tuo, ſtudioſe lector, permittimus arbitrio. In hūc modum abſoluto Quadrante commodum fuerit exquiſitè ipſum ex tabula excindere, reſectis nimirum partibus, quæ totam ambiunt ſuperficiem. Alteri deinde lateri impingemus pinnacidia, in quibus excauata foramina exactè eundem ſitum occupent, ſiue, vt alij loquuntur, in directum conſtituantur, quorum vſus erit inter obſeruandum vt radios ſolares aut viſiuos, vt exploremus ſtellarum, aut aliorum corporum eleuationes, tranſmittant. Ad eandem cōmoditatem

fabricare

fabricare licebit tenuiorem regulam, quæ quadrantis cẽtro ſtyli cuſpide infixa per totam eius planiciem circumuolui poſsit, & per ſimilia pinnacidia ſignorũ apparentium radios excipiat. Hac ratione ad omnes vſus abſolutam habebimus inſtrumenti ſtructuram, cui tamen interdum adhibendum erit perpendiculum. Hoc autem conſtat tenuiſsimo filo, cui appenſum ſit κωνάριον, ſiue plumbea ſphęrula, vt eius adminiculo centrum & polus Horizontis vbiq; locorum innoteſcant. Tandem vt hæc ab omnibus euidentiſsimè intelligantur, totius inſtrumenti picturam oculis intuentium exponemus. Sit igitur tabella quatuor lateribus cõpre-henſa a c k b. In hac conſtituatur centrum a, in quod concurrunt rectæ c a & b a angulum c a b rectum conſtituentis. In recta a c infra c deſignata ſunt ſigna k & p. Et ex his tribus deſcriptæ ſunt circumferentiæ c b, k m, & p n, quarum vnaquæq; circuli quadrans exiſtit, ſed duo interiores ex his in 90 æqualia ſegmenta ſunt diſtributi, quorum initia ſunt m & n. Cum autẽ extractæ ſint rectę lineę ex partibus ipſius p n in aduerſas ipſius k

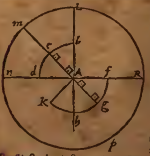


m, conſtituitur limbus p k m n ſimiliter in 90 portiones ſectus, ex quo deinceps educuntur aliæ rectæ lineæ in extremum c b quadrantem, ita vt inter binas intercipiantur 5 ſegmenta, quorum tota circumferentia habet 90: quare in infimo ſpacio prope b conſtituitur numerus 5, in ſequenti 10 & ſic deinceps vſq; in c. Inſuper quadrantis baſis a d diſtributa eſt in 60000 æquales portiunculas, quarum initium numeratur a d verſus a centrũ adſcriptis, vt apparet, numeris. In hanc baſin ex finibus ſegmentorum interioris circumferentiæ ad rectos angulos extenduntur rectæ, quæ vocantur ſinus recti. Vt ergo earum deſignationis ratio intelligatur, conſtituantur particulares circumferentiæ e f & d h, quarum ſinus recti in tabulis Regiomontani inueſtigantibus occurrunt. Si nunc oblatos numeros inquiramus in d a quantas illius ratione magnitudines ſortiãtur, patefiet. Expanſo igitur circino ad minorem quantitatem, ſi conſtituatur cuſpis alterius pedis in f, continget altera ipſam a b in ſigno d πρὸς ὀρθὰς. Quare f d eſt ſinus rectus circumferentię f b. Eadem ratione h g eſt ſinus ipſius h d maioris. Hinc manifeſtè conſtat, quomodo reliqui ſinus omnes ſint deſignati. Supereſt nunc vt reſecentur partes tabulæ c k b & reliquæ ipſis c a & b a lateribus adhærentes, vt ea exquiſitè complanari poſsint: poſtea ipſi a c infixa ſunt pinnacidia, & a centro mobilis, regula a l, quæ tamen pro ratione vſus auferri ac reſtitui poſsit. Hoc igitur artificio abſolutam habemus quadrantis noſtri fabricam, & omnibus obſeruationibus, quæ infra ſunt deſcriptæ, exquiſitè congruentem.

PROPOSITIO I.

Quomodo ſolis ac ſtellarum eleuationes ſupra Horizontem quouis tempore quadrantis adminiculo liceat obſeruare.

Nemini dubium eſt, quin ſol ac ſtellæ fixæ ab exortu emergentes paulatim altius ſupra Horizontem eleuentur, donec ſummum in cæli medio faſtigium occupantes, inde ſimili reuolutione in occiduam Horizontis partem deſcendant. Obſeruationis harum eleuationum ad notanda cæli φαινόμενα multiplicem vſum habent. Quare vt diſcentes intelligant, quomodo poſsint eas explorare, ſcire licet ab artificibus conſtitutos eſſe circulos verticales, qui per verticem loci ac centra ſtellarum tranſeuntes, Horizontem ad rectos angulos ſecent. Eſt igitur eleuatio ſolis, aut cuiuſuis ſtellæ nihil aliud, quàm ſegmentum circuli verticalis inter centrum ſtellæ & Horizontem interceptum. Cuius dimenſionem abſoluemus in hunc modum. Apparente ſole conſtituemus quadrantis baſin in planam tabellam, quæ Horizontis planiciei æquidiſtet, quod facilè experiemur, ſicut infra demõſtratione patefecimus, ſi à vertice quadrantis perpendiculum ſuſpenſum exquiſitè in cẽtrum deſcendat. Deinde in eum ſitum mouebimus inſtrumentum, vt ſublata mobili regula, ſolis radij per vtriuſq; pinnacidij foramina deferantur. Hic iam cuſpis regulæ in contactu circumferentiæ inquiſitam ſolis eleuationem ante oculos conſtituet, ſed noctis tempore in obſeruationibus ſtellarum fixarum aut planetarum, circumuoluemus inſtrumentum donec intuentibus eiuſdem planæ ſuperficiei applicari videantur, ac regulam attollemus, vt radius viſiuus per ipſa pinnacidia delatus, conſtitutam ſtellam apprehendat. Eaſdem verò altitudines non minus exquiſitè per illa pinnacidia, quæ inſtrumenti lateri ſunt infixa, officio perpendiculi obſeruabimus. Nam ſimili ratione ſi radij ſolis per foramina excipiantur, perpendiculum ex centro demiſſum ſecabit illam circumferentiæ partem, cuius à baſi diſtãtia ſit æqualis inquiſitę eleuationi. Et hîc meminerint ſtudioſi haſce obſeruationes ſolis & ſtellarum æquales ab artificibus conſtitui illis, quæ in ipſo terræ centro fierent, propterea quòd vniuerſali conſtet experiẽtia terram collatione diſtantiæ ſolis & multò magis ſtellarum inerrantium puncti vicem obtinere: ſed in luna, quæ contingat differentia alibi nobis explicabitur. Porrò Ptolemæum ipſum libro 1. Magnæ conſtructionis cap. 5, hac de re loquentem audiamus: cuius verba ſic habent. Ἀλλὰ μὴν ὅτι καὶ σημείου λόγον ἔχει πρὸς αἴσθησιν ἡ γῆ, πρὸς τὸ μέχρι τῆς τῶν ἀπλανῶν καλουμένων σφαίρας ἀπόστημα, μέγα μὲν τεκμήριον, τὸ, ἀπὸ πάντων αὐτῆς τῶν μερῶν, τά τε μεγέθη, καὶ τὰ διαστήματα τῶν ἄστρων, κατὰ τοὺς αὐτοὺς χρόνους ἴσα καὶ ὅμοια φαίνεσθαι πανταχῆ. καθάπερ αἱ ἀπὸ διαφόρων κλιμάτων ἐπὶ τῶν αὐτῶν τηρήσεις οὐδὲ τὸ ἐλάχιστον εὑρίσκονται διαφωνοῦσαι.



Vt ergo res ipſa fiat euidentior deſcribatur ex a centro, quod terram nobis repræſentet, circulus verticalis n l p, in quo ſit L polus Horizontis, m ſol, n a k dimetiens Horizontis. Eſt igitur m n ſegmẽtum eleuationis quod inquiritur in hunc modum. Conſtituitur inſtrumentum m d b verſus ſolem, ac eleuatur a c regula in eam altitudinem, vt radius ex m per foramina pinnacidiorum deferatur. Iam verò cum baſis inſtrumenti a d cõſiſtat in recta n r, circum a centrũ deſignati ſunt arcus homocentri m n & c d. Quare cum ſimilis ſit d c ipſi n m inquiſitæ altitudini, fatendum erit ipſam inuentam eſſe

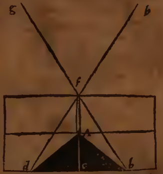
per

per arcum d c.id quod conſtituendum erat.Iterum vt inueniamus eandem altitudinem n m,diſponatur latus quadrantis A b in rectā A g vt radius ſolis ex b m eodem modo,quo antea per pinnacidia deferatur,tum baſis A d ſuccedet in locum rectæ A k & demittatur perpendiculum ex A centro, quod ipſam quadrantis circumferentiam ſecet in h ſigno. Hoc conſtituto,dicimus k h ſegmentum æquale eſſe ipſi d c.vtq; hoc demonſtremus adijciatur arcui h g complementum g f.Cum iam idem ſolis radius in c a g ſecet rectam n r, erit per 15 primi elementi angulus d a c æqualis ipſi g a f:quare & arcus d c æquatur ipſi g f.Porrò circumferentia h g f eſt quadrans circuli, ſimiliter & k h g per hypotheſin. ergo etiam æqualis. Vtriq; autem eſt communis h g, quo ſublato neceſſe eſt k h ipſi g f æquale relinqui, ſed g f æquatur d c. igitur & k h arcus ipſi d c æqualis cōſtituitur. Manifeſtum eſt ergo circumferentiam, qua deflectit perpendiculum à baſi inſtrumenti eandem altitudinem ſolis, aut ſtellæ nobis patefacere, quam ex ſublata regula, dum baſis collocatur in planitiem Horizontis, deprehendemus.

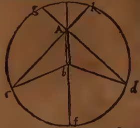
PROPOSITIO II.

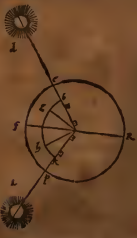
Quibus obſeruationibus Meridianæ lineæ ſitus in quouis Horizonte deprehendatur.

Ad obſeruationes ſequentium φαινομένων in primis requiritur, vt Meridianæ lineæ ſitum exquiſitè conſtitutum habeamus. Quare ſequitur, vt de eius inuentionis modis tractationem hîc inſtituamus: quorum primus ac ſimpliciſsimus eſt talis. In plana tabella, quæ ad ſuperficiem Horizontis exactè ſit collocata, ad rectos angulos erigitur ſtylus, cuius vmbra cum ante Meridiem obſeruatur, eodem temporis momento per antegreſſam propoſitionem ſolis altitudinem ſupra Horizontem explorabimus, ac diligenter vmbræ fine notato, expectabimus à Meridie donec frequentibus obſeruationibus ſolem ad eandem cum priore altitudinem deuolutum eſſe conſtet. Quo conſtituto, ducemus ex fine tunc apparētis vmbrę in alterum, qui antea notatus eſt, rectam lineam. Hac in ſemiſſes diſtributa, extendemus à ſtylo cōſtituto aliam rectam exquiſitè in ipſam ſectionem, quam fore Meridiei lineam inquiſitam non eſt dubium. Quòd ſi nolis obſeruationū labore fatigari, expanſo circino vmbræ pomeridianæ magnitudinem identidem licebit explorare, donec ſortiatur æqualem ipſi antemeridianæ longitudinem. Nam hinc manifeſtum erit ſolem ad æqualem priori altitudinem deſcendiſſe. In reliqui operis proceſſu nulla varietas conſtituitur. Vt ergo ſtudioſus artis rem euidentius percipiat, erigatur ſtylus f a in ſuperficie tabulæ ad rectos angulos, & ſole ante Meridiē in g per ſummitatem f radium extendat in b. erit igitur vmbra ſtyli a b. Poſt Meridiem verò ad æqualem priori altitudinem deſcendens in h radium mittit per f in d: quare nunc vmbra eſt a d, quam ipſi a b æqualem eſſe alibi à nobis demonſtratum eſt. Connectantur iam recta linea vtriuſq; vmbrę fines, quæ ſit d b. Hæc in ſemiſſes diſtribuatur nempe d c & c b: quare ex a ad ſectionem c recta extenſa a c, inquiſitam Meridiei lineam patefacit. Secundus obſeruationis modus eſt talis.



In ſuperficie ad planiciem Horizontis ſtrata ſuper dato centro ad conuenientem magnitudinem circulus deſignatur. Hinc centro ad rectos angulos ſtylus infigitur, cuius vmbræ finis ante Meridiem cum exquiſitè ipſam circuli περιφέρειαν attingit, in ea notari debet. Hoc operis à Meridie repetitur, ac intra notatos vtriuſq; vmbræ fines intercepta circumferentia in duo æqualia ſegmenta diuiditur. Poſtea per centrum huius circuli ad ipſam ſectionem recta protrahitur, quæ verum Meridianæ lineæ ſitum ante oculos cōſtituit. Ergo ſuper centro b, cui infigitur ſtylus a b deſignatus ſit circulus c k d. Iam ante Meridiem cum radius ſolis ex g per a decurrit in d, vmbra b d exacte ad circumferentiā conſiſtat. Eodem modo à Meridie cum radius ex k per a in c defertur vmbra b c in circumferentiam recipiatur. Hoc conſtituto, partiemur arcum c d in æqualia ſegmenta, quæ ſint c f & d f. Iam per centrū b ad ipſam f ſectionē ducatur recta b f, quæ vera Meridiei linea exiſtit. Tertiò obſeruamus Meridianæ lineæ ſitū per exortum & occaſum ſolis, atuu ſtellarū fixarū in eum modū, qui ſequitur. In plana Horizontis ſuperficie ſuper cōſtituto cētro cuiuſcunq; magnitudinis circulū deſcribimus, intra quē ſole oriente planū inſtrumenti ita collocamus, vt centrū huius illius cētro exquiſitè imponatur, ac circūuoluimus in eum ſitum, vt ſolis radij per foramina pinnacidiorū, quæ lateri ſunt infixa, rectè ingrediantur. Quo conſtituto euidenter apparet qua in parte radius exorientis ſolis ſecet περιφέρειαν deſignati circuli. Quare tēpore ſolis occaſus hanc operationē repetentes eam, quæ inter vtramq; ſectionē cōprehenditur circumferentiā in æqualia ſegmēta diſtribuimus. Deinde eadem ratione, qua ſuperius per centrum circuli ad punctum ſectionis rectā lineā, quæ verum Meridiei ſitum patefacit, extendimus. Quòd ſi de nocte per obſeruationē ſtellæ fixæ eundem petamus ſcopū, oportebit ipſam in exortu & occaſu per foramina pinnacidiorū intueri, atq; in hunc vſum talem aliquā aſſumemus, quæ circa aduerſam Septētrioni partē conſtituta, intra tēpus eiuſdē noctis oriri & occidere poſsit, id quod hyberno tēpore commodiſsimè licet obſeruare. Deſcribatur nūc in Horizōtis plana ſuperficie ex a cētro circulus f c r, intra quē cōſtituitur quadrans a b ita vt per lateris b a pinnacidia ſolis radij in d orientis irrumpant: quare a b recta in circumferentiam extenſa eandem ſecat in c ſigno, quod eſt è regione loci ſolis exortus. In hoc ſitu baſis quadrantis eſt in recta a h. quare ſole occidente in l a b latus in rectam a k transferatur, ac baſis in a g, vt iterum radius l a per foramina pinnacidiorū excipiatur. Quo conſtituto, producatur etiam a k recta vſq; in circuli περιφέρειαν, quā hic in p ſigno cōtingit. Vt ergo ſitus Meridianæ lineæ innoteſcat, ſegmentū p c partiemur in ſemiſſes p f & f c, & ex f ſectionis puncto rectā extrahemus per a centrū vſq; in r. Erit igitur f a r vera Meridiei linea.

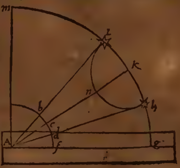




PROPOSITIO III.

Quomodo polus Mundi arcticus per reuolutionem alicuius ſtellæ ſemper apparentis explorari poſsit.

Plurimæ obſeruationes cæleſtiũ apparentiarũ ſine exquiſita poli ſupra Horizontem eleuationis cognitione abſolui non poſſunt. Neceſſariũ eſt igitur vt hic inueſtigemus, quibus rationibus exquiſitiſsimè eius altitudo per quadrantem poſsit explorari. Cõmodiſsimè id operis expediemus per obſeruationem reuolutionis alicuius ſtellæ fixæ ſupra Horizontẽ ſemper apparẽtis. quales potiſsimùm ſunt in his Septẽtrionalibus locis, quæ cõſtituuntur in quadrilatero minoris, & maioris vrſæ. Ac vt rem euidẽtius percipiãt diſcẽtes, ſcire licet omnes ſtellas primi motus raptu per circulos ęquatori parallelos circũ polos mundi ſemper ęquali tẽpore circũuolui. Qua de re erudite Ptolemęus lib. 1, Magnæ conſtructionis in hunc modũ diſſerit. πρὸς δὲ τούτοις ἔτι κἀκεῖνο τὸ καθόλου τὶς ἂν ἡγήσαιτο δικαίως προλαβεῖν. ὅτι δύο διαφοραὶ τῶν πρώτων κινήσεων εἰσὶν ἐν τῷ οὐρανῷ, μία μὲν ὑφ᾽ ἧς φέρεται πάντα ἀπ᾽ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς, ἀεὶ ὡσαύτως καὶ ἰσοταχῶς περιαγομένης τῆς περιαγωγῆς ὑπὸ τῶν παραλλήλων ἀλλήλοις κύκλων, τῶν γραφομένων, δηλονότι, τοῖς ταύτης τῆς πάντα ὁμαλῶς περιαγούσης σφαίρας πόλοις. ὧν ὁ μέγιστος κύκλος ἰσημερινὸς καλεῖται· διὰ τὸ μόνον αὐτὸν ὑπὸ μεγίστου ὄντος τοῦ ὁρίζοντος, δίχα πάντοτε διαιρεῖσθαι, καὶ τὴν κατ᾽ αὐτὸν γινομένην τοῦ ἡλίου περιστροφὴν ἰσημερίαν πρὸς αἴσθησιν πανταχοῦ ποιεῖν. Quod cum ita ſit, neceſſe eſt illos circulos, in quibus reuoluũtur ſtellæ ipſis polis propinquiores pro ratione acceſſus minores fieri. Atq; ea ratione fit vt in his locis ſupra quę polus Mundi altius eleuatur, quàm ſint ſtellarũ ab eo diſtantiæ, integri earũ circuli ſupra Horizontem exiſtant, vtq; eas apparere quacunq; in parte ſit neceſſe. Cum ergo vbiq; terrarũ Meridianus circulus, quẽ Ptolemæus μεσημβρινὸν vocat, per Mundi polos procedat, demonſtratur per 17 tertij Triangul. Regiomõtani omnes dictę reuolutionis circulos ab eo in ſemiſſes diſtribui. Itaq; in vna ſectionũ erit infima ſtellæ ſupra Horizontẽ eleuatio, in altera ſuprema, ex quarũ obſeruatione altitudo poli innoteſcit. Cum enim vtrobiq; maneat ęqualis à polo diſtantia, ſi hęc eleuationũ differentia in ſemiſſes diuidatur, quorũ alter ex ſuprema obſeruatæ alticircũferentia altitudinis tollatur, aut infimæ adijciatur, exquiſita poli eleuatio relinquetur. Talem igitur inſtituemus obſeruationis operationem, vt per antegreſſam propoſitionẽ ſuper inuentã Meridici lineã inſtrumenti baſin collocantes circũferentia in Septentrionẽ cõuerſa per radiũ viſuum obſeruemus, quando ſtella præfixa planę ſuperficiei adhærere videatur, ac eodem momento iuxta primã propoſitione eius altitudinem exploremus. Poſt ſpacium tẽporis duodecim horarũ, quia tunc ad eandem inſtrumenti planiciẽ ſtella reuertetur, idẽ operis repetentes alterã experiemur eleuationẽ. Deinde minore ex maiore ſublata, differẽtiã remanẽtẽ partiemur in duo æqualia ſegmenta, quorũ alterũ annectemus inferiori ſtellę eleuationi hinc cõſurget inquiſita poli altitudinis circũferentia. Conſtituamus igitur in Meridiana linea a g inſtrumẽti baſin a f. Ex eodem a cẽtro deſignetur quadrans Meridiani circuli in Septentrionali parte m g in cuius inferiori parte h conſiſtat ſtella per ſemicirculum h n l in ſuperiorem partem l conſcendat Igitur l h

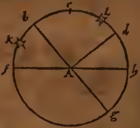


ſegmentum in ſemiſſes l k & k h diſtributum polum mundi in k patefacit, qui inquiritur. Cum ergo apparuerit ſtella in h, eleuata mobilis regula, ut radium viſiuum in ſtellam tranſmittat, offertur arcus d f cui ſimilis eſt h g, qui infimam eleuationem ſtellę deſignat. Sed cum eadem ſtella aſcenderit in l, attollitur regula ſupra arcum f b, cui ſimilis eſt ſumma illius altitudo l g. Iam verò ſublato arcu f d ex f b, ſupereſt arcus b d, cui ſimilis l h. Ille igitur diuidatur in æqualia ſegmenta b c & c d: ſiue nunc auferamus b c ex b f, ſiue c d ipſi d f connectamus, idem arcus c f conſurget, ac ſimilis huic eſt k g inquiſita poli altitudo. Et hinc manifeſtum eſt, ſi regulam eleuemus ad altitudinem f c delatum per foramina pinnacidiorum viſus radium ferè loco axis mundi in k polum, vt apparet, excurſurum.

PROPOSITIO tttt.

Qua ratione ſolis ac ſtellarum declinationes ab Æquatore obſeruentur.

Conſtituta poli Mundi ſupra Horizontem altitudine, non difficile fuerit ſolis ac quarūuis apparentium ſtellarum declinationes ratiocinari. Eſt enim declinatio ſegmentum magni circuli per Mundi polos ac ſtellam traducti, quo ea deflectit ab æquatore in Septentrionem aut Meridiem. Iam verò cum inter polum & æquatorem intercipiatur quadrās Meridiani circuli, manifeſtum eſt illius eleuationem ſupra Horizontem facillimè inueniri poſſe. Eſt enim æqualis (vt poſtea demonſtrabimus) altitudinis poli complemento. Ipſi verò poli altitudini æquatur ſegmentum Meridiani, quod eſt à ſigno τῆς κορυφῆς vſq; ad æquatorem. Si ergo nobis obſeruantibus ſtellam, quæ in Meridianum inciderit, offeratur minor altitudo poli cōplemento, idq; in auſtrino à verticali ſigno quadrante, vtriuſq; differentia cōſtituet Meridionalem ſtellæ declinationem, ſin autem maior eiuſdem ſtellę occurrat eleuatio, differentia dicetur declinatio Septentrionalis. Quòd ſi apparuerit ſtella in quadrante Boreali, altitudinis eius & poli arctici differentia, erit complementum arcus, quo arcui ula declinat ab æquatore. At hęc euidentiùs ſequenti ſchemate nobis demonſtranda ſunt.



Ex a centro deſignetur Meridianus circulus f c g, quem diameter Horizontis f a h diuidit in ſemiſſes. In eo conſtituatur c verticale ſignum. a d ſit axis mundi, b a g dimetiens æquatoris, k & l ſint duæ ſtellæ fixæ. Eſt igitur d h altitudo poli, d c complementum, c b diſtantia verticis ab æquatore, b f, æquatoris eleuatio, l h altitudo ſtellæ Septentrionalis, & eiuſdem declinatio l b k f alterius meridionalis, & declinatio k b. Demonſtrandum hic eſt arcum f b adæquari c d & b c ipſi d h. Primò cum in d ſit polus & in b circulus, manifeſtum eſt arcum d b eſſe quadrantem. Eodem modo cum in c ſit verticale ſignum & in f Horizon, conſtat arcum c f eiuſdem circuli quadrantem eſſe. Ergo vterq; arcus alteri eſt æqualis, nimirum d b ipſi c f. Et vtriq; communis eſt b c intermedius arcus, qui ex æqualibus ſublatus, relinquit arcum f b æqualem ipſi c d. Sed f b eſt eleuatio æquatoris, & c d cōplementum altitudinis poli. Demōſtratum eſt igitur, quod antea cōſtituimus. Eadem ſtabiliemus demonſtratione interuallum æquatoris à vertice adæquari poli altitudini. Conſtat enim ex ijs quæ paulò antè diximus, b d eſſe quadrantem, & arcus c h definit ſigni verticalis à Septentrionali Horizontis parte diſtantiam: quare et [illegible] quadrans

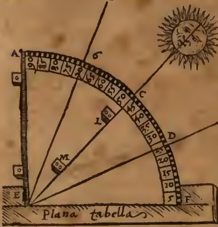
drans erit,& æqualis ipſi b d. Vtriq; etiam communis eſt arcus c d,quo ſublato,neceſſe eſt b c ipſi d h æqualem relinqui. Vt iam veniamus ad inſtitutum, quia k ſtellæ fixæ meridiana altitudo k f,minor eſt æquatoris eleuatione f b, manifeſtum ſiue tollatur ex f b,ſiue ex c d æqualem vtrobiq; declinationis arcum relinqui,videlicet, vt æqualis ſit k b differentiæ qua excedit c d ipſam k f. Quòd autem k b vocemus declinationem Auſtrinam, manifeſta ratio eſt, quia in auſtrino Meridiani quadrante infra æquatorem conſtituitur. Contrarium eueniret,ſi k ſtatueretur ſupra b. Tunc enim ipſa f b aut c d ex f k tolleretur,& differentia relicta cum eſſet intra polum arcticum & æquatorem, Septentrionalis appellaretur. Cæterùm ſtella l cum ſit inter verticē ac Septentrionem eiuſdem à polo diſtantia: nempe l d relinquitur ex ſubtractione arcus d h ab arcu l h. Quare cum b d ſit quadrans, erit arcus l d complementum arcus l b, qui eſt eiuſdem l ſtellæ ab æquatore Septentrionalis declinatio,id quod nobis demonſtrandum erat. Idem eſſet operationis proceſſus, ſi l appareret infra d,vt exempli gratia in h,tunc arcus d h, qui altitudinis differentiam conſtituit,eſſet complementum ipſius h g, qui declinationem eiuſdem h oſtenderet,quæ à Septentrione appellationē quoq; ſortitur,cum inter arcticum mundi polum & æquatorem h conſiſtat.

PROPOSITIO V.

Obſeruatio, quantum circulus obliquus,qui eſt per medium ſignorum, ad Æquatorem ſit inflexus.

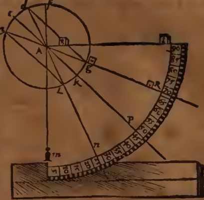
Tantus eſt huius propoſitionis in Aſtronomica ſcientia vſus, vt ſine exquiſita eius cognitione nihil in arte cōſtituere vel obſeruare liceat. Nam omnium ſtellarum fixarū & planetarum longitudines, latitudines, ac declinationes ad inflexionem circulorum æquatoris & eclipticæ cōferuntur. Atq; hîc obliquus circulus,eſt in quo ſol totius anni ſpacio contra primi motus raptum ab occidente verſus orientem ſui curſus periodum abſoluit. Quare ſimpliciſsimè hîc rationem obſeruandi quantitatem anguli inclinationis zodiaci & æquatoris edocebimus. Claudius Ptolemæus libro μεγάλης συντάξεως cap.10,ad obſeruationem huius negocij operoſiora & difficiliora inſtrumenta fabricare docet, nos tamen qua ratione eundem ſcopum non minori facilitate quàm certitudine attingamus demonſtrabimus. Sed vt ad rem ipſam accedamus, quadrantis baſin ſuper tabellam aliquam planam Horizonti æquidiſtantem ad rectos angulos ita collocabimus,vt in Meridiani plano exactè conſiſtat,circumferentia ad Meridiem conuerſa. Horum ptius (vt inquit Ptolemæus) deprehendemus,ſi ſuſpenſum perpendiculum ab eo ſigno, quod rectà in polum Horizontis tendit,& fulcris ſuppoſitis, vbi res poſtulabit tantiſper obſeruemus, donec erectum circuli planum æquabiliter attingat. Alterum verò, nempe vt inſtrumentum idem cum meridiano planum occupet, ex inuentione meridiei lineæ,quam anteà enarrauimus, percipies. Nec tamen hoc omnino neceſſarium eſt,ſed, ſi uel eidem lineæ æquidiſtet, ſuffecerit,quod facilè cōſequemur, ſi exquiſitè ſignata in pauimento aut tabula Meridiei linea inſtrumentum in obliquum circumducamus, donec illi æquidiſtare videatur. Obſeruabimus igitur aliquot diebus Meridiei tempore antequam ſol in principium cācri vel capricorni ingrediatur,ad quantam circumferentiæ altitudinem mobilis regula à baſi eleuata,radios ſolis per pinnacidia ingredientes excipiat. Quæ obſeruatio ſi tempore æſtiui ſolſtitij facta fuerit, notabimus diligenter altiudinem ſolis meridianam illius diei.poſt quem proximi minorem deprehenderimus. Quare ſi poli altitudo ſupra tuę obſeruationis locum cognita fuerit, complementum eius ab hac ſuprema ſolis altitudine ſubductum,maximam circumfe-

rentiæ portionem, inter æquatorem & eclipticam interceptam, relinquet. At ſi fingamus eleuationem poli ignotã eandem obſeruationem, vbi ſolem prope capricornum inuenerimus, repetemus. Et minimam ſolis altitudinem hyemis tempore obſeruatam, cum è priori æſtate deprehenſa ſuſtuleris, diſtantia tropicorum cancri & capricorni apparebit. Media huius diſtantiæ pars maximum circumferentiæ ſegmentum, quo ſol ab æquatore declinat, pateſaciet.



Sit quadrans a e f cuius lateri a e perpendiculum adhæret, tabella plana e f g, e f meridiana linea, cui inferius quadrantis latus ad rectos angulos inſiſtit. B ſit maxima ſolis altitudo æſtatis tempore in meridie, d minima hyemis tempore obſeruata. Quare b d ſegmentum tropicorum diſtantiam definit. Hæc bifariam ſecta in c, in qua ſol æquinoctij tempore verſatur, angulum inclinationis planorum eclipticæ & æquatoris b e c, ſiue c e d manifeſtum reddit. Itaq; ſolis lumen per m l foramina tranſmiſſum, per æquinoctialis diametrum procedere intelligitur, & cum ſol fuerit in b vel d per eclipticæ planum radios tranſmittit. Et manifeſtum eſt, ſi complementum eleuationis poli, ſiue altitudo æquatoris c f cognoſceretur, vnica obſeruatione cum ſol in b vel d deprehenderetur, negocium abſolui poſſe. Ptolemæus ad hanc obſeruationem etiam quadrante vtitur, ſed in alio ſitu. Nam in lapidei parietis aut lignei quadrati plana ſuperficie quadrantem circuli ita depingit, vt alterum latus erectum ad rectos angulos inſiſtat Horizonti, cui deinceps infiguntur duo æquales & erecti cylindri parui & ſimiliter tornati, alter quidem ipſi centro, alter verò ad inferiorem finem. Hanc ſuperficiem iuxta Meridiei lineam in ſubiecto plano ita collocat, vt eidem æquidiſtet, & perpendiculo per cylindros demiſſo, attentè explorat, vt recta per eoſdem cylindros acta linea nuſquam ad planum Horizontis inflectatur. Obſeruat deinde vmbram in meridie proiectam à cylindro, qui eſt in centro. Hinc antè oculos conſtituitur ſegmentum circumferentiæ, quod indicat ſolis proceſſum in Meridiano circulo iuxta latitudinem. Si ergo ſtudioſus Aſtronomicæ diſciplinæ hunc obſeruandi modum munere ſumptum ac labore velit imitari, licebit alterum quadrantis latus à quo numeratur initium partium ſuper Meridianam lineam in plana tabella ſic erigere, vt appenſum perpendiculum omni ex parte contingat circumferentia in Septentrionem cõuerſa. Deinde mobilis regula per planiciem circumuoluatur in Meridie ſolſtitij ac æquinoctij tempore, donec radius ſolis per foramina deferatur, ac notetur, quo in puncto cuſpis circumferentiam contingat. Nam iuxta proceſſum declinationis eodem modo, quo Ptolemæus per inflexionem vmbræ, hîc per motum reguli ſegmentum Meridiani circuli, inter puncta tropica interceptum experieris: cuius ſemiſsis indicabit inclinationem æquatoris ad eclipticam. Sed quo res ipſa melius intelligatur, ſit a centro deſcriptus totus circulus Meridianus b f k l, in a m r quadrantis

drantis plano, quē æſtiuæ conuerſionis tempore regula ſecet in l, æquinoctij verò in k & hybernæ conuerſionis in g. Et extendantur rectæ m a, l a, k a, g a, in ſigna f, d, c, b, ac connectantur rectæ d g, b l. Erit ergo ſignum f ἐπὶ κορυφὴν d g dimetiens æſtiui tropici, & b l hyberni tropici. Satis euidenter hic apparet, quomodo ſol ex b per a g r regulam radiū tranſmittat in punctum circumferentiæ r, cum diſtat à vertice f ſegmento f b, ex d verò radium d a l diffundat in n. Atq; tunc propius vertici admouetur ad quantitatem ſegmenti b d, cui ſimilis eſt n p r. Manifeſtum eſt igitur explorato n p r ſegmento, diſtantiam tropicorum b c d & inclinationis eclipticæ ad æquatorem angulum c a b innoteſcere. Hæc eſt ratio, qua artifices ferè omnes in obſeruanda maxima ſolis declinatione vſi ſunt, attamē diuerſis temporibus obſeruationes factæ nōnihil diſcrepant. Ptolemęus enim lib. 1, Magnæ cōpoſitionis cap. 10. 23 gr. & 51, mi. inuenit. Verba illius hęc ſunt. Ἐκ δὲ τῶν τοιούτων παρατηρήσεων, καὶ μάλιστα τῶν περὶ τὰς τροπὰς αὐτὰς ἡμῖν ἀναθεωρουμένων ἐπὶ πλείονας περιόδους τὰ ἴσα καὶ τὰ αὐτὰ τμήματα τοῦ μεσημβρινοῦ κύκλου, ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν σημείου ἀπολαμβανόντων, ἐπί τε τὰς θερινὰς τροπὰς καὶ ἐπὶ τὰς χειμερινὰς τὸ σημαινόμενον, ὡς ἐπίπαν ἀπὸ τοῦ ἐπὶ κορυφὴν ἀπολαμβανόντος σημείου. κατελαβόμεθα τὴν ἀπὸ τοῦ βορειοτάτου πέρατος, ἐπὶ τὸ νοτιώτατον περιφέρειαν, ἥτις ἐστὶν ἡ μεταξὺ τῶν τροπικῶν, τμημάτων πάντοτε γινομένην μ ζ, καὶ μείζονος μὲν ἢ διμοίρου τμήματος, ἐλάσσονος δὲ ἡμίσους τετάρτου. δι' οὗ συνάγεται σχεδὸν ὁ αὐτὸς λόγος τῷ τοῦ Ἐρατοσθένους, ᾧ καὶ ὁ Ἵππαρχος συνεχρήσατο. γίνεται γὰρ τοιούτων ἡ μεταξὺ τῶν τροπικῶν ια ἔγγιστα, οἵων ἐστὶν ὁ μεσημβρινὸς ϖ γ. Alcmeon paulò minorem declinationem inuenit, nempe 23 grad. & 33 min. Purbachius autem 17 primi Epitomatis eādem ſeſe 23 grad. & 29 min. obſeruaſſe teſtatur. At Ioannes Vernerus inter noſtri temporis mathematicos eximius artifex tantùm 23 grad. & 29 min. obſeruauit. Nicolaus Copernicus inuenit 23 grad. 28 min. 24 ſecund. Tandem Ioannes Regiomontanus, & Petrus Appianus diligentiſsimis obſeruationibus 23 grad. & 30 min. inuenerunt. Hanc obſeruationem plerią; artifices vt veritati maximè conſentientem approbarunt. Quare veritatis amantes per inſtrumentum huiuſcemodi obſeruationibus quid maximè congruat experimentis explorent. Hoc loco etiam ſcire licet mutuam æquinoctialis & zodiaci circuli inclinationem æqualem intercipere circumferentiam ei, quæ inter vtriuſq; polos comprehenditur. Demonſtrationem huius rei Theon Alexandrinus in Græcis commentarijs Ptolemæi nobis talem reliquit. Si intelligamus zodiacum a b g, & ęquinoctialem a d g, a ſignum in verna eius ſectione, b ſignum tropicum æſtiuum, & ſumamus zodiaci polum in e, æquinoctialis autē in z, per quos ducamus maximum circulum b e z t, erit z d arcus æqualis e b arcui. Sunt enim quadrātes maximorum circulorum & com-





muni e d ablata, reſtat e z, quæ eſt amborum polorum diſtantia, æqualis arcui inclinationis b d. Quare ſi inclinationem horum circulorum obſeruauerimus, etiam circumferentia inter vtrumq; polum intercepta cognoſcetur. Quod autem b d ſit circumferentia inclinationis eclipticæ & æquatoris, hoc modo demonſtrabitur. Nam ſi coniunxeris rectas, quæ ſunt communes circulorum ſectiones a g, b k, d t, erit i ſphærę centrum, ideo quia maximi ſunt circuli, quorum dimetientes b k, d t, a g. Et cum circulus b d k t, erectus ſit ad circulos a b g k, & a d g t, per 19 primi Theodoſij, ſunt a b g k, & a d g t circuli ad b d k t circulum erecti. Quare communis eorum ſectio a g erecta eſt ad circulum b d k t, per 19 vndecimi elementorum Euclidis, & etiam ad omnes lineas, quæ ductæ in plano circuli b d k t, communem ſectionem a g tangunt, per conuerſionem ſecundæ definitionis 11. igitur & ad rectas b i, & d i erecta eſt communis ſectio a g. Et quia ſectioni a g circulorum eclipticæ & æquatoris in vtroq; planorum ad rectos ſunt angulos i b & i d, angulus ſub b i d eorundem planorum eſt inclinatio, & in centro ſphæræ conſiſtit. Ergo b d arcus inclinationis planorum zodiaci & æquatoris. Supereſt nunc, cum maximam eclipticæ & æquinoctialis inclinationem 23 grad. & 30 min. conſtitueremus, vt qua ratione reliquarũ omnium zodiaci partium & ſcrupulorum ab æquatore declinationes inueniantur, explicemus. Tu Ioannis Regiomontani quarto de Triangulis ſphæricis libro propoſit. 15, demonſtratur, quòd ſi duo maximi circuli ad ſe inuicem inclinentur, & in vno duo puncta ſignentur, à quibus in alterum duæ ad rectos angulos circumferentia ducantur, ſinus rectos arcuum, quibus ſigna communi ſectione circulorum diſtiterint, eaſdem rationes ad ſinus ſuarum declinationum cuſtodire. Quare eadem eſt ratio ſinus maximi eclipticæ ad ſinum 23 grad. 30 min. quæ cuiuſuis eiuſdem circuli circumferentiæ ad ſuam declinationem extiterit. Si duxeris igitur cuiuslibet zodiaci arcus ſinum rectum in ſinum maximæ ſolis declinationis, & productum per ſinum maximum partitus fueris, ſinus eiuſdem eclipticæ partis declinationis inuenietur. Exẽplum huius ſupputationis hoc aſſumamus. Maximæ ſolis declinationis 23 grad. 30 minut. ſinus rectus ſit 39874, cum ſinus totus fuerit 100000, & inuenienda ſit declinatio 15 grad, arietis, cuius ſinus rectus 25881, ducatur ergo ſinus 39874 in 25881 & productum per 100000 diuidatur, hinc conſurget ſinus 10322, cuius arcus eſt 5, gra. 55, min. 24 ſecundi. Ex hac propoſitione ſequens tabula omnium eclipticæ graduum declinationum ſupputata eſt.

TABVLA DECLINATIONIS OMnium Eclipticæ partium.

Signa ſuperiora.	♈			♏			♐			
	♎			♉			♊			
G.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.
0	0	0	0	11	30	1	20	12	1	30
1	0	23	22	11	51	3	20	42	16	29
2	0	47	41	12	11	10	20	36	30	28
3	1	11	8	22	32	19	20	48	30	27
4	1	35	24	12	53	19	21	0	0	26
5	1	59	31	13	13	1	21	11	1	25
6	2	24	7	13	13	10	21	21	16	24
7	2	47	7	13	51	5	21	32	1	23
8	3	10	9	14	12	8	21	41	32	22
9	3	34	21	14	32	0	21	51	16	21
10	3	58	13	14	51	4	22	0	0	20
11	4	21	18	15	9	8	22	8	7	19
12	4	45	15	15	28	14	22	17	3	18
13	5	8	6	15	46	37	22	24	22	17
14	5	32	6	16	5	1	22	32	9	16
15	5	55	24	16	22	14	22	39	9	15
16	6	18	14	16	40	5	22	45	31	14
17	6	41	29	16	57	27	22	51	38	13
18	7	4	3	17	14	3	22	57	23	12
19	7	27	15	17	30	24	23	2	1	11
20	7	50	16	17	47	7	23	7	2	10
21	8	12	11	18	3	0	23	11	6	9
22	8	35	16	18	18	13	23	15	7	8
23	8	57	46	18	34	6	23	18	15	7
24	9	20	1	18	49	9	23	21	16	6
25	9	42	4	19	3	2	23	24	7	5
26	10	4	0	19	18	4	23	26	9	4
27	10	25	20	19	32	7	23	27	25	3
28	10	47	17	19	45	39	23	29	2	2
29	11	8	5	19	59	10	23	29	22	1
30	11	30	1	20	12	1	23	30	0	0
	♍			♌			♋			Signa inferiora.
	♓			♒			♑			

Facillimus eſt huius tabulæ vſus, ſi quotam eclipticæ partem ſol occupauerit, cognoſcas. Si enim fuerit in ſignorum aliqua parte, quæ in capite tabulæ ſunt notata, deſcendendo in angulo communi (vt vocant) partes, ſcrup. & ſecun. declinationis inuenies. In ſignis inferioribus non eſt mutata ratio, niſi quòd aſcendenti declinationis arcus occurrant. Quòd ſi integris ſolis loci partibus aliquot ſcrupuli fuerint annexi, ex ſubtractione inuentæ declinationis à proximè ſequenti differentia elicienda, ex qua pars (vt appellant) proportionalis educta ſuperiorum ſignorum partibus declinationum adijcienda erit. In inferiorum ſignorum declinationibus colligendis contrario ordine procedes. Exemplum huius tractationis tale aſſumamus. Verus ſolis locus ſit in 28 part. & 6 minut. libræ: cuius declinationem ex hac tabula velim inuenire. 28 partis declinatio eſt 10 part. 47. min. 17 ſecund. quę ſublata ex proximè ſequente, quæ eſt 11 part. 8 ſcrup. 5. ſecund. relinquit differentiam 20 ſcrup. 48 ſecun. quæ diſtribuenda eſt in ſcrupulos 60, vt quantum hinc 6 tribuatur in-

noteſcat. Poſt abſolutam operationem prodeunt 2 ſcrup. 4 ſecun. qui ſunt partis proportionalis. Hæc igitur adiuncta ſuperiori declinationi, conſtituit 10 part. 49 ſcrup. 21, ſecun. tanta eſt proximè pręſentis loci ſolis declinatio. Hinc etiam manifeſtè cōſtat ratio, quomodo cognita alicuius declinationis circumferentia, cui eclipticæ parti ea debeatur, ratiocinari liceat. Nam quę eſt ratio ſinus maximę declinationis ad ſinum inferioris, ſiue cuiuſuis minoris, eadem eſt ſinus totius ad ſinum arcus eclipticæ, cui declinatio inuenta attribuitur. Et viciſsim maximæ declinationis arcus colligetur, ſi alicuius arcus eclipticæ declinatio conſtiterit.

PROPOSITIO VI.

Ex maxima ſolis ſupra Horizontem altitudine quouis die obſeruata, quomodo uerus ipſius locus in Ecliptica colligatur.

Ex antegreſſa declinationis tabula & complemento altitudinis poli, ſiue ex angulo inclinationis planorum æquatoris & Horizontis, quantæ ſint maximę ſingularum declinationum ſupra Horizontem eleuationes & viciſsim ex eleuationum obſeruationibus, omnium eclipticæ partium declinationes inueniri poſſunt. Quo conſtituto, ex præmiſſa tabula quibus eclipticæ partibus oblata conueniat declinatio, videre licet. Quare ſi inſtrumento Meridianas ſolis altitudines obſeruaueris, quandiu peragrauerit ſemiſſem eclipticæ in Septentrionem conuerſum, experieris eas maiores ſemper eleuationis poli complemento. Quare vtriuſq; differentia in tabula perquiſita è regione, cui zodiaci gradui ea attribuenda ſit, oſtendet. Sed hîc etiam vt Quadrantum eclipticæ rationem habeas eſt neceſſe: quia partes eclipticæ occupantis eundem parallelum, vt æquales declinationum arcus, ita eaſdem altitudines ſortiuntur. Si ergo ſol adhuc conſtiterit inter ſectionem vernam & punctum tropici æſtiui, cōſtituta differentia alicui parti ſignorum ♈ ♉ & ♊ aſsignabitur, ſi ab eodem puncto ſol digreſſus ſit, differentiam ſiue declinationem, quæ idem valet, alicui ſignorum ♋, ♌, & ♍ adſcribet. Quando verò ſol expatiatur in ſemiſſem eclipticę in auſtrum deflexum, eleuationes obſeruationum minores inueniuntur poli complemento. Quare eodem modo vt certæ alicui partium differentiam oblatam reſtituas, vtrum hyberni ſolſtitij punctum ſol præcedat, an ſequatur, eſt vt conſideres. Cæterùm vt ſimpliciter ex ſolis eleuationibus Meridianis partes eclipticæ, ſiue locorum ſolis occurrant, ſequentes tabulas ad altitudinem poli 49 partium ita conſtruximus. Declinationes partium zodiaci Septentrionalium adiecimus poli complemento, & collectæ ex his ſummæ è regione gradus ſignorum adſcripſimus. & viciſsim earum zodiaci partium, quæ in Meridiem deflectunt declinationes ex eodem complemento ſubtraximus, vt altitudines meridianæ remanerent, ſicut in ſequentibus tabulis manifeſtè vides.

TABVLA

TABVLA, QVAE OSTENDIT QVANTAE SINT Meridianæ omnium eclipticæ partium à principio uerni æquinoctĳ uſq; ad autumnale altitudines, ad eleuationem poli 49 partium ſupputata.

	♈			♉			♊			
G.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.
0	41	0	0	52	30	1	61	12	1	30
1	41	23	22	52	51	3	61	42	16	29
2	41	47	41	53	11	10	61	36	30	28
3	42	11	8	53	32	19	61	48	30	27
4	42	35	24	53	53	19	62	0	0	26
5	42	59	31	54	13	1	62	11	11	25
6	43	24	7	54	33	10	62	21	16	24
7	43	47	7	54	53	5	62	32	1	23
8	44	10	9	55	12	8	62	41	32	22
9	44	34	21	55	32	0	62	51	16	21
10	44	58	13	55	51	4	63	0	0	20
11	45	21	18	56	9	8	63	8	7	19
12	45	45	15	56	28	14	63	17	3	18
13	46	8	6	56	46	37	63	24	22	17
14	46	32	6	57	5	1	63	32	9	16
15	46	55	24	57	22	14	63	39	9	15
16	47	18	14	57	40	5	63	45	31	14
17	47	41	29	57	57	27	63	51	38	13
18	48	4	3	58	14	3	63	57	23	12
19	48	27	15	58	30	24	64	2	1	11
20	48	50	16	58	47	7	64	7	2	10
21	49	12	11	59	3	0	64	11	6	9
22	49	35	16	59	18	13	64	15	7	8
23	49	57	46	59	34	6	64	18	15	7
24	40	20	1	59	49	9	64	21	16	6
25	50	42	4	60	3	2	64	24	7	5
26	51	4	0	60	18	4	64	26	9	4
27	51	25	20	60	32	7	64	27	25	3
28	51	47	17	60	45	39	64	29	2	2
29	52	8	5	60	59	10	64	29	22	1
30	52	30	1	61	12	1	64	30	0	0
	♍			♌			♋			

SECVNDA TABVLA COMPLECTITVR altitudines partium à principio Libræ uſq; ad finem Piſcium.

	♎			♏			♐			
G.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.
0	41	0	0	29	29	59	20	47	59	30
1	40	36	38	29	8	57	20	17	44	29
2	40	12	19	28	48	50	20	13	30	28
3	39	48	52	28	27	41	20	12	30	27
4	39	24	36	28	6	41	20	0	0	26
5	39	0	29	27	46	59	19	48	59	25
6	38	35	53	26	26	50	19	38	44	24
7	38	12	55	27	6	55	19	27	59	25
8	37	49	51	26	47	52	19	18	28	22
9	37	25	39	26	28	0	19	8	44	21
10	37	1	47	26	8	56	19	0	0	20
11	36	38	42	25	50	52	18	51	53	19
12	36	11	45	25	31	46	18	42	57	18
13	35	51	54	25	13	23	18	35	38	17
14	35	27	54	24	54	59	18	27	51	16
15	35	4	36	24	37	46	18	20	51	15
16	34	41	36	24	19	55	18	14	29	14
17	34	18	31	24	2	33	18	8	22	13
18	33	55	57	23	45	57	18	2	37	18
19	33	32	45	23	29	36	17	57	59	11
20	33	9	44	23	12	53	17	52	58	10
21	32	47	49	22	57	0	17	48	54	9
22	32	24	44	22	41	47	17	44	53	8
23	32	2	14	22	25	54	17	41	45	7
24	31	39	59	22	10	51	17	38	44	6
25	31	17	56	21	56	58	17	35	53	5
26	30	56	0	21	41	56	17	33	51	4
27	30	34	40	21	27	53	17	32	35	3
28	30	12	43	21	14	21	17	30	58	2
29	29	51	55	21	0	50	17	30	38	1
30	29	29	59	20	47	59	17	30	0	0
	♓			♒			♑			

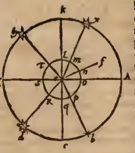
Harum tabularum ſimpliciſsimus vſus eſt, nimirum vt obſeruatas in Meridie per inſtrumentum ſolis altitudines hic inquiramus, quibus ſemper è regione ad alterum latus certi zodiaci gradus adnotantur. Hinc facile colligitur, quomodo eædem tabulæ reliquarum regionum latitudinibus inſeruiant. Si enim complementum poli alterius regionis minus fuerit 41 gradibus, ſemper differentia obſeruatis altitudinibus adijciatur, & prodibit eiuſdem eclipticæ puncti altitudo 41 grad. latitudini reſpondens. In minoris verò latitudinis locis ſubtracta differentia ex maximis altitudinibus, numerum alteri harum tabellarum conuenientem relinquet. Exempli gratia, ſub altitudine poli 54. partium fingamus meridianam ſolis altitudinem hyeme per quadrantem obſeruatam 12 part. 30 ſcrupulorum. Complementum poli ſiue angulus inclinationis æquatoris & horizontis erit 36 tantarum part. quantas maximus circulus 360 complectitur. Adiecta igitur differentia polorum, ſiue vtriuſq; complementi, quæ eſt 5 gra. partibus 12, & 30 ſcrupulis, conſurgent grad. 17 min. 30, qui in tabula quæſiti reſpondent 30 parti Sagittarij vel 0 Capricorni.

PROP

PROPOSITIO VII.

Quanta ſit amplitudo ortus & occaſus ſtellarum metiri.

Amplitudo ortus vel occaſus eſt circumferentia Horizontis inter locum æquatoris & ſtellam aliquam orientem aut occidentem intercepta. Triplicem verò ſtellarum ortum & occaſum numerari contingit: Aut enim oriuntur & occidunt in ſectionibus Horizontis & æquinoctialis, aut in altera partium, quæ Meridiem vel Septentrionem ſpectat. Verus autem exortus, quem æquinoctialem artifices vocant, in omnibus terrarum locis, ſemper eſt in medio ſemicirculi Horizontis inter Meridiem & Septentrionem cōcluſi. In eo ſphęræ ſitu, vbi Horizontem æquator ad rectos angulos interſecat, omnium ſtellarum amplitudines ortus & occaſus ipſarum declinationibus exquiſitè ęquales ſunt. At in reliquis mundi partibus ad alterum mundi polorum deflectētibus, longè alia ratio eſt. Semper enim maiores ſunt ſtellarum amplitudines in ijs regionibus, quæ remotius in Septentrionem vel Auſtrum extenduntur, quàm quæ propius ad æquatorem ſitæ ſint. Etiam ſcire licet omnia firmamenti puncta in ijſdem parallelis circulis conſtituta, eiuſdem poli altitudinis reſpectu, ſemper æquales ortus & occaſus amplitudines inter ſe cuſtodire. Quoties igitur placuerit circumferentiam Horizontis ab æquatore ad ortum ſolis vel cuiuſuis ſtellæ fixæ interceptam metiri, inuenta tuæ obſeruationis loci meridiana linea, arcum ab altera interſectionum meridiani & Horizontis, cui ſtellam propinquiorem conſpexeris, ad locum ipſius ortus vel occaſus ductum non aliter quàm ſtellarum in cœlo diſtantias obſeruare ſolemus, de quibus poſtea per quadrantem dimetieris, quo ſublato ex nonaginta partibus amplitudo inquiſita præciſè remanebit. At ſi Meridiei linea non conſtiterit, oriente ſtella ſignum aliquod in linea ex Horizontis centro in ipſam tendente conſiſtēs obſeruabis. Hoc operis, cum ſtella iterum occiduam finitoris circuli partem attigerit, diligenter repetito, ſi minimam inter loca ortus & occaſus circumferentiam obſeruatam ex 180 circuli partibus extraxeris, ſemiſsis differentiæ veram amplitudinem patefaciet. Quòd ſi talia ſigna, quæ directè in locum ortus vel occaſus vergant, in finitoris plano non appareant, aſſumātur in eundem vſum alia duo, prædictis locis proximiora, ex quibus eundem finem conſequemur, ſi circumferentias, quibus & inter ſe & à locis ortus & occaſus diſtiterint coniunctas eodem modo ex ſemicirculo ſubduxerimus. Nam reſiduæ circumferentiæ media portio inueniendam amplitudinem in lucem producet. Vnius etiam ſigni obſeruatio huius operis abſolutioni ſuffecerit. Memineris tamen in ſecundo huius obſeruationis modo, hanc rationē ſolis amplitudinibus non ſemper exquiſitè ſatisfacere, maximè cum ipſe viciniores zodiaci & æquatoris interſectionibus partes occupauerit. Nam maxima circa ea eclipticæ loca ſolis motus, dierum etiam incrementorum & defectuum differentia ab artificibus obſeruatur. Tantulum erroris licet eruditiores facilè emendent, imperitioribus tamen, vt rem leuis momenti concedendum exiſtimamus. Sed ſi planè nihil à ſcopo velis aberrare, per modum antea explicatum ſolſtitij tempore rem experiri oportebit. Interim ſtellarum fixarum amplitudines per vtrumque modum obſeruatæ ſemper exiſtunt certiſsimæ. Per ſequētem figuram facilius hæc intelligentur. Sit circulus Horizon g k a c, k ortus ęquinoctialis, c eiuſdem occaſus, a Meridies, g Septentrio, quæ loca ſi verè cognita fuerint, vnica tantùm obſeruatione res abſoluetur. h & d ſtella à Septentrionis parte in h oriens, in d occidens, in x, & b, alia quæ à Meridiei parte finitorem contingat, s l o q circellus conſtet ex circumuolutione quadrantis circum e centrum. Nam earundem ſtellarum obſeruationes ex eodem loco fieri debent. h k &



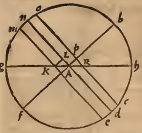
k x ſunt duarum fixarum ortus amplitudinis d c & c b earũdem occaſus. Iam cognita Horizontis & meridiani boreali interſectione g, propoſitum ſit inuenire circumferentiam h k, cui æqualis d c, admoto oculo quadrãtis centro conſtituam ipſius baſin in directum (vt dicunt) e g, & radio viſus per inſtrumenti planum in h tranſmiſſo arcum s t notatum ex 90 circuli partibus ſuſtulero, arcus t l reſtabit, cui ſimilis eſt arcus amplitudinis h k, quia ex eodem centro duo circuli deſcripti ſunt. Eadem planè eſt d c dimenſionis ratio. At fingamus Meridiei lineam ignotam nobis eſſe, mane ſtella oriente, ſignum aliquod notetur, quod ſit t in recta h e conſtitutum, veſperi alterum, quod ſit r. Manifeſtum eſt hæc ſigna in eaſdem mundi partes vergere, in quibus ſtellæ apparuerunt. Arcus igitur t r ex ſemicirculo ſublatus relinquet t l & r q coniunctos. Et cum t l ſit æqualis r q, reſpondebit huius reſiduæ circumferentiæ pars dimidia t l, & r q, quæ ipſis amplitudinibus exactè ſimiles ſunt. Sed quomodo vnum ſignum intermedium etiam horum arcuum inuentionibus ſatisfaciat, videamus. Oriatur à parte Meridiei x ſtella, & in b occidat, cuius amplitudo ortiua k x, & occidua c b ex f ſigno inueniri debeat. Inueniemus primò magnitudinem circumferentiæ qua x & f diſtent, m n, ſecundò arcu diſtantiæ f & p per n & p obſeruabimus. Totus igitur arcus m n p datus erit, cui ſimilis eſt x b, huius medium a x 90 partibus ademptum k x, cui æqualis c b relinquet. His cognitis, non præter inſtitutum fuerit, ſi rationes, quibus omnium eclipticæ partium amplitudines ad quamuis poli altitudinem ſupputantur, vt mutuã congruentiã calculi cum apparentijs intelligatur, ſtudioſis aperiamus. Ioannes Regiomontanus ſecunda propoſitione ſecundi Epitomatis in μεγάλην σύνταξιν Ptolemęi demonſtrauit ſinum rectum eleuationis æquatoris ſupra cuiuslibet loci Horizontem ad ſinum maximum eam cuſtodire rationem, quam ſinus declinationis cuiuslibet dati eclipticæ puncti ad ſinum amplitudinis ortus & occaſus eiuſdem partis habeat. Quare conſequitur, ſi ſinum declinationis datæ zodiaci partes per ſinum maximum multiplicemus, & productum per ſinum complementi poli diuidamus, quòd conſurget ſinus, qui circumferentiam prædictæ partis amplitudini conuenientem aperiet. Exemplum aſſumamus tale. Altitudo poli ſit 53 grad. 30 minut. complementum igitur eſt 36 grad. 30 minut. Hinc ſupputare velim quanta ſolis ortiua ſit amplitudo, cum occupat 28 grad. & 6 minut. libræ, cuius declinationem ex tabula proximam inueni 10 grad. 49 minut. 21 ſecun. huius ſinus rectus eſt 18776 partium, ſinus 36 graduum & 30 minut. eſt 59482, ſinus totus 100000. Si ducatur ergo ſinus totus in ſinum declinationis, & productum diuidat per ſinum alterum, nempe altitudinis poli complementi, naſcitur 31565 ſinus, cuius arcus eſt 18 grad. 24 minut. Atqui tanta eſt ſolis ad conſtitutam poli eleuationem ortiua amplitudo. Hac ratione confecta eſt ſequens tabula ad eleuationem poli 48 part. 40 ſcrup.

TABVLA

TABVLA AMPLITVDINIS ORTVS ECLIPTICAE adlatitudinem 48 part.& 40 ſcrupulorum ſupputata.

Signa		♈			♉			♊			
		♎			♏			♐			
G.		G.	M.		G.	M.		G.	M.		G.
0		0	0		17	34		31	31		30
1		0	36		18	6		31	51		29
2		1	12		18	38		32	11		28
3		1	49		19	11		32	30		27
4		2	25		19	43		32	50		26
5		3	1		20	15		33	10		25
6		3	37		20	46		33	27		24
7		4	13		21	17		33	43		23
8		4	49		21	48		34	0		22
9		5	25		22	19		34	16		21
10		6	1		22	50		34	33		20
11		6	37		23	19		34	46		19
12		7	12		23	48		35	0		18
13		7	48		24	18		35	13		17
14		8	23		24	47		35	27		16
15		8	59		25	16		35	40		15
16		9	34		25	43		35	50		14
17		10	9		26	11		36	0		13
18		10	45		26	38		36	9		12
19		11	20		27	6		36	19		11
20		11	55		27	33		36	29		10
21		12	29		27	58		36	35		9
22		13	4		28	23		36	41		8
23		13	38		28	47		36	46		7
24		14	13		29	12		36	52		6
25		14	47		29	37		36	58		5
26		15	20		30	0		37	0		4
27		15	54		30	23		37	2		3
28		16	27		30	45		37	4		2
29		17	1		31	8		37	6		1
30		17	34		31	31		37	8		0
		♍			♌			♋		Signa.	
		♓			♒			♑			

Porrò quantas vtilitates hæc amplitudinum ſolis & ſtellarum dimenſio pariat, non eſt obſcurum. Conſtat enim ignotis regionibus facillimè poli eleuationem, aut hac conſtituta vera ſolis in zodiaco loca, & certos anni dies inueniri poſſe. Quæ omnia exemplis etiam euidentibus oſtendemus. Fingamus iterum cum ſol 28 grad. & 6 minut. libræ poſsideret, obſeruatam eſſe ſolis amplitudinem ortiuam 18 grad. 24 minut. cuius ſinus rectus eſt 31565, declinationis ſinus eſt 18776 ſinus totus 100000. Iam verò cum ſint conſtituti quatuor numeri proportionales, viciſsim eſt eadē ratio ſinus amplitudinis ad ſinum declinationis, quæ eſt ſinus maximi ad ſinum complementi eleuationis poli. Quare multiplicato ſecundo in tertium, & producto per primum diuiſo, exurgit ſinus rectus 59483 cuius circumferentia eſt 36 grad. 30 minut. quibus ſubductis è nonaginta circuli partibus reſtant 53 partes, 30 ſcrupul. & tanta eſt altitudo poli quæ congruit huic amplitudini. Ex ſequenti ſchemate euidentiſsimè hæc intelligūtur. Sit meridianus circulus f g b h, mundi polus ar-



cticus b,f antarcticus g h cõmunis ſectio Meridiani & Horizontis,n a d diameter æquatoris, eſt igitur n g eleuatio æquatoris, oriatur 28 pars & 6 minut.libræ in k,ſigno per quod agatur parallelus m k e, cuius ſinus declinationis eſt k l,k a eſt ſinus amplitudinis ortus 28 partis libræ. Habemus hîc iam triangulum ὀρθογώνιον l k a,cuius duo latera a k & l r per ratiocinationẽ aut obſeruationem nota conſtituimus. Quare per 27 primi trigonon Monteregij, angulus l a k inuenietur. Nam quæ eſt ratio lateris a k ad latus k l, eadem erit ſinus recti anguli k l a ad ſinum rectum anguli l a k. Eſt aũt angulus a l k rectus,quare ſinus ipſius eſt maximus. Et notis tribus quarta quantitas inuenietur per regulam proportionis. Ducas ergo ſinum totum in latus k l,& productum per a k partiaris, hinc naſcetur ſinus rectus anguli l a k. Cuius circumferentia eleuationem æquinoctialis ſupra Horizontem, cui æquale eſt poli complementum, patefaciet. Hac ſublata ex arcu 90 partium poli eleuatio manifeſtè relinquetur. Iterum exoriatur ad partem Septentrionis in ſigno r, per quod ducitur parallelus o p r c,cuius ſinus declinationis a p,oppoſitum eclipticæ punctum:nempe 28 pars arietis:cuius amplitudo ortiua a r obſeruata ſit 16 partium 27 ſcrupulorum, ex qua inuenienda ſit altitudo poli b h. Arcus declinationis huius partis eſt 10 grad.47 minut.17 ſecundi, cuius ſinus eſt 18718,arcus amplitudinis ſinus eſt 28317. Si iam multiplicaueris 18718 in ſinum maximũ 100000, & quod productum fuerit per 28317 partitus fueris, exorietur ſinus 66101, cuius circumferentia eſt 41 part. 22 ſcrup. tantum eſt poli complementum, quo ex 90 circuli partibus ſubducto remanebit vera poli altitudo 48 grad. 38 minut Atq; hoc intelligitur ex triangulo a p r. Ex his etiam manifeſtè conſtat,quomodo cognita alicuius loci eleuatione poli,ex obſeruata ſolis amplitudine verum ipſius in ſignifero circulo locum ratiocinemur. Si enim tabulam,in qua omnium eclipticæ partium amplitudines contineantur, cõfectam habuerimus ſtatim è regione gradus zodiaci obſeruatæ amplitudini reſpondens apparebit. At ſi tabula nulla adfuerit,ex doctrina Triangulorum inſtitutum opus abſoluemus. Conſtat enim ex his rationem ſinus maximi ad ſinum complementi altitudinis poli eandem eſſe, quæ eſt ſinus obſeruatæ ſolis amplitudinis ad ſinum eiuſdem loci declinationis. Quare hîc iterum regula proportionis totum negocium nobis expediet. In priori exemplo obſeruauerit aliquis amplitudinem ortiuam 28 partis libræ & 6 minut.18 grad. 24 minut. cuius ſinus rectus eſt 31565,ſinus complementi eleuationis poli anteà inuentus eſt 59482. Multiplices igitur ſinum amplitudinis in ſinum poli complementi,& productum partiaris per ſinum maximum, hinc conſurget ſinus declinationis eius partis,cuius amplitudo obſeruata eſt,18775,huius arcus eſt 10 grad.49 minut. Et cum antè maxima ſolis declinatio conſtituta ſit 23 grad.30 minut.facilè cuius eclipticæ partis ſit illa declinatio inuenietur. Quod ad inuentionem certi anni diei attinet, etſi leuius ſit, quàm vt indicari debeat, tamen rudiores ita percipient, ſi eius anni in quo fiant obſeruationes Ephemerin, in qua ſolis ad ſingulos dies loca exactè ſupputata ſint, inſpiciant, atque obſeruatam ex amplitudine aut declinatione ſolis zodiaci partem in ea perquirant.

PROP

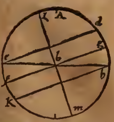
PROPOSITIO VIII.

De ratione dierum artificialium, & eorundem quantitatis ſupputatione ad quamlibet poli altitudinem.

Artificialem diem vocant artifices circumferentiam æquatoris, quæ, dum certum aliquod eclipticæ punctum ab oriente in occidentem voluitur, ſupra horizontem aſcendit. Quare ſi hæc circumferentia ex 360 circuli partibus ſubducatur, noctis quantitas conſtitutum diem ſequentis remanebit. Horum dierum ac noctium etiam ijſdem temporibus pro diuerſa quantitate altitudinis poli ſupra alias atq; alias regiones multiplex varietas eſt. Cuius rei cauſę & demonſtrationes Geometrice explicari poſſunt. Primùm in illis locis, vbi circulus æquator horizontem ad rectos angulos ſecat, omnium dierum & noctium quantitates inter ſe ęquales eſſe neceſſarium eſt. Cum enim omnes ſtellæ primi motus raptu ſuper ijſdem polis ab oriente in occidentem circulos ęquatori parallelos deſcribant, manifeſtum eſt omnium centra in eadem recta eſſe linea, hoc eſt in axe primi motus, qui per ſuperficiem horizontis eo loci procedit. Hinc ſequitur cùm horizon ęquatorem bifariam ad rectos angulos ſecet, quòd etiam reliquos omnes parallelos in ſemiſſes partiatur. Tantus eſt igitur arcus cuiuslibet æquidiſtantis æquinoctiali circuli ſupra horizontem quantus infra: nempe integer ſemicirculus. Eſt igitur idem tempus reuolutionis minorum circulorum, quod æquatoris. Et hinc manifeſtum eſt etiam quouis tempore cum ſol extra Arietis & Libræ puncta diuagatur, tẽpus motus paralleli quo ab ortu vſq; in occaſum ſupra finitorẽ rectæ ſpheræ deuoluitur, ſemiſſem totius circumuolutionis complecti. Huius demonſtrationis ſchema ſit a b c d. circulus circum e centrum deſcriptus: nempe idem qui meridianus. Communis meridiani & horizontis interſectio d e b, b polus arcticus, d antarcticus. Diameter æquatoris a e c, diametri tropicorum Cãcri & Capricorni g h & f i, f h dimetiens eclipticę. Manifeſtum eſt hìc cùm angulus d e a ſit rectus, etiam reliquos eſſe rectos ad interſectiones eiuſdem d b cum reliquis dimetientibus parallelis. Quare cũ o ϖ, f i & g h chordæ ad rectos angulos à diametro circuli ſecentur, etiam in duas æquales partes diuiſæ ſunt. Iam æqualibus eiuſdem circuli ſinibus æquales circumferentiæ ſubtenduntur. Ergo



diurni arcus nocturnis omnino ſunt æquales. Neq; tantùm hæc in ſole ita ſe habent, ſed in omnibus etiam ſtellis fixis & planetis. At in alijs mundi partibus, vbi horizon & æquator ad ſe inclinantur ſemper, quoties ſol extra Arietis aut Librę punctum fuerit, dierum & noctium non mediocris eſt differẽtia. Nam cum ſol alteram interſectionem æquinoctialis & eclipticæ peragrat, in omnibus terræ locis diei quantitas noctis tempori adæquatur. Atq; huius rei cauſa eſt, quòd vbiq; terrarũ ſemicirculus æquinoctialis ſupra finitorem appareat, ac ab eodem in ſemiſſes diſtribuatur, præterquàm ijs in locis vbi polus horizontis incidit in polum mundi. Reliquorum autem eidem æquidiſtantium circulorum, quorundam maiores circumferẽtiæ, quàm ſint eorum ſemicirculi, ſupra horizontem eleuentur, aliorum à meridiei parte minores conſpiciãtur. Etenim neceſſariò contingit, cùm horizon æquatorem ad inęquales angulos ſecet, vt reliquos etiam circellos eidem æquidiſtantes ad eoſdem angulos di-



videre licet. Circulus a e ſit meridianus, in quo altitudo poli ſit e l, cuius complementum l a æquale eſt maximæ ſolis declinationi. l m rectus Horizon, ſiue axis æquatoris g f dimetiens, d e diameter tropici cancri, k h capricorni, & e h eclipticę, quæ exquiſitè obliquum Horizontem hîc ingreditur. Manifeſtum eſt igitur, cum ſol in e puncto eſt, eum motum vniuerſi ab ortu in occaſum parallelum æquatori deſcribere, cuius tota diametros d e ſupra finitorem e h apparet, tantùm in e leuiter eundem attingens. Contrarium in principio capricorni fieri videmus, cuius dimetiens h k reſpectu huius poli altitudinis totus ſub terra ſiue infra e h latet, eodem modo oppoſitam Horizontis partem contingens. Tanta eſt igitur maximi diei quantitas, nempe 24 ferè horarum eo loci, vbi eclipticæ polus in loci verticem incidit. Sed poſtea cum ſol ex altero horum punctorum recedit, dierum incrementa vel defectus apparent. Quòd ſi vlterius ad Septentrionem vel Meridiem progreſsi fuerimus, vbi videlicet poli eleuationis maximæ ſolis declinationis complementum exuperat, neceſſariò ſolem, quoties borealium ſignorum partes pererrat, plurium dierum naturalium tempore ſupra finitorem conſpicuum manere videbimus. Ac contingit ibi, vt polus Horizontis inter polum mundi & eclipticæ conſiſtat. Ergo quantum loci vertex à parallelo, quem zodiaci polus deſcribit, circulo deſtiterit, tantum etiam cancri & capricorni principia ab Horizonte aberunt. Vnde fit, vt cum ecliptica vtrumq; tropicum circulum, cancri quidem ſupra finitorem, capricorni infra eundem contingat, tanta zodiaci circumferentia ſemper ſupra Horizontem emineat, quanta dierum naturalium parallelis ſupra eundem eleuatis ſufficiat, & viciſsim tanta ex oppoſita parte nunquam in conſpectum veniat. Tanta erit igitur maximi artificialis diei quãtitas, quantum fuerit temporis, quo hanc ſemper apparentem eclipticæ partem ſol peragrare poteſt, cui etiam ex aduerſo maximæ noctis tempus ferè reſpondebit. Porrò incrementa maximorum dierum tantò hîc erunt maiora, quantò loci vertex mundi polo propior extiterit. Sit iterum circulus c n h f, circum a centrum deſcriptus, vertex loci ſit in ſigno p, polus mundi n, zodiaci o, dimetiens æquatoris d i, eclipticæ b g, Horizontis c h, tropici cancri l b, capricorni e g. Apparet hîc manifeſtè non vnum tantùm parallelorum circulorũ, quos ſol ad Septentrionis partem deſcribit, ſupra finitorem totum eleuari, ſed plures. Nam inter b c & l k plures alij intercipiũtur, quorum k c poſtremus omnium exiſtit. Atqui ſinguli totius diei naturalis tempore integras reuolutiones ab oriente in occidentem abſoluunt.



Quare pro multitudine æquidiſtantium circulorum, qui inter c & b intercipiuntur, & per eclipticæ partem b x deducuntur, maximi diei artificialis tempus increſcit. Idem de noctium maximarum temporibus, dum ſol oppoſitam circumferẽtiam poſsidet, intelligi velim. Vt autem omnes dierum varietates, quæ fieri poſsint, complectamur, tandem quæ temporis artificialium dierum ratio, & quantitas ſit ijs, qui mundi polum rectè ſupra verticem habent, expediemus. Contingit ijs locis, vt exactè totum æquatorem Horizontis loco habeant. Quare fit, cum æquinoctialis eclipticã in duas æquales portiones (quia

vterq; maximus eſt circulus) ſecet, vt eiuſdem ſemicirculus ad Septentrionem declinans, iis, qui ſub arctico polo habitant, ſemper conſpicuus maneat, alter nunquam ſupra Horizontem emergat: & viciſsim ſub antarctico habitantibus hic ſemper appareat, ille nunquam. Conſtat igitur vnicum tantùm in iis locis diem artificialem, qui totius anni ſemiſsi ferè ſit æqualis, apparere, qui ſubductus ex vera anni quantitate, noctis tempus relinquet. Et quamuis media eclipticæ pars vtrobiq; ſemper ſupra Horizontem attollatur, non tamẽ ſequitur, diem, iis qui ſub Septentrionis polo habitant, æqualem eſſe alteri, qui ſub oppoſito polo exiſtentibus contingit. Cuius quidem rei euidentiſsima eſt demonſtratio, quòd ſolis motus æqualis, quem medium vocant, in excẽtrico fiat circulo, cuius abſis in Septentrionalem Eclipticæ partem deflectit. Nam hac ratione fieri neceſſe eſt, vt diameter eclipticæ per mundi centrum tranſiens circulum ſolis excentricum in duas inęquales circumferentias, quarum maior ab æquatore in Septentrionem declinat, minor in Auſtrum deflectit, partiatur. Cuius rei figura ſit talis. Zodiacus circulus ſit f g h k, ſuper a mundi centro deſcriptus, cuius diameter g a k, c e d ſit excentricus circum b centrũ ductus, cuius ἀπόγειον ſiue maxima à terræ centro diſtantia f ſignum in prima cancri parte conſtitutum intelligatur περίγειον oppoſitam eclipticæ partem occupare fingatur. In k arietis principium, & in g libræ ſtatuatur. Satis hîc euidenter apparet lineam g k rectè per mundi centrum extenſam, minorem circulum c e l d, in duas e c d & e l d inęquales circumferentias diſpeſcere, quarum altera e c d maior vnà cum medio eclipticę plano ad polum arcticum declinat, altera minor e l d ad antarcticum deflectit.



Iam verò motus ſolis, quo per inæquales excentrici ſui portiones mouetur, inæqualis neceſſariò eſt. Quare tempus ipſius motus, quo per ſigna Septentrionalia deuoluitur, longius erit eo, quo ab interſectione eclipticæ & æquatoris autumnali ad vernam ſiue oppoſitam deferetur. Hinc apertè colligitur, quantitatem noctis ſub Septẽtrionis polo exiſtentibus exactè æqualem eſſe tempori diei, qui ſub antarctico viuentibus illuceſcit. Nam quantum temporis elabitur, dum ſol horum finitorem radiis illuſtrat, tanto etiam interuallo illorum locus obſcuræ noctis caligini inuoluetur. His de differentiis dierum pro diuerſitate eleuationis poli ſic explicatis, optimo ordine conſequitur, vt quibus rationibus artificialium temporum quantitates ſupputentur, indicemus. Cuius rei cognitio potiſsimum ex æquatoris circumferentiæ, quam artifices aſcenſionalem differentiã appellant, dimenſione dependet. Per hanc verò intelligunt ſegmentum æquatoris, quod oritur ex differẽtia Quadrantis & primi motus arcu, quo ſol à finiente circulo in Meridianum circumuoluitur. Ac, vt ipſa res euidentius intelligatur, ſcire licet integram Quadrantis æquatoris circumferentiam ſupra omnium locorum finitorem intra ſex æqualium horarum ſpatium ab Oriente in Meridiem circumferri. Sed partes eclipticę extra ęquatorem conſtitutæ, vt in antegreſsis demonſtrationibus patuit, in ſimili motu tanti temporis magnitudinem, aut non attingũt, aut longius excedunt. Itaq; contingit, vt interuallum eius motus, quo certa pars eclipticę ab Oriente in Meridiem rapitur, aut minorem æquatoris circumferentiam Quadrante, aut maiorem ſortiatur. Quę igitur ex vtriuſq; collatione exiſtit differentia, ab

aſcenſione

aſcenſione denominationem conſequitur. Atq; hæc toti adiecta, aut adempta
Quadranti pro ratione declinationis ſemiſſem diurni motus ante oculos con
ſtituit, qui duplicatus illud temporis interuallum producit, quo primi motus
vi conſtituta pars Eclipticæ ab Oriente in Occidentem rapitur. Manifeſtum
eſt igitur ſegmentũ Aequatoris, quo dictus motus abſoluitur, ex integro ſubla
tum circulo nocturnæ reuolutionis quantitatem reſtituere. Simpliciſsima ve-
rò huius circumferentiæ ſupputandæ ratio in hunc modum abſoluitur. Conſti
tutæ partis Eclipticæ inuentis ſinibus complementorum declinationis & am-
plitudinis, ſi minorem per ſinum maximum multiplices, & productũ per ma-
iorem diuidas, reſtabit ſinus eius ſegmenti, quod ex quadrante circuli ſublatũ
differentiam aſcenſionalem relinquat. Si ergo declinatio partis Septentriona
lis fuerit, adiecta Quadranti differentia ſemiſſem eius circumferentiæ, qua mo
tus diei conſtat, in lucem producet. Sin autem in Meridiem cõſtituta pars de-
clinauerit, inuenta per ratiocinationem differentia ex Quadrante auferatur.
Nam hinc eadem ratione inquiſitum ſemiſsis motus diurni ſegmentum pate-
fiet. His ita conſtitutis, ſupereſt vt inuenti motus circumferentiam in certam
temporis menſuram conuertamus: id quod efficietur in hunc modum. Cum
integra circuli Aequatoris circumuolutio exquiſitè 24 horarum ſpatio conſu
matur, primo in loco ſtatuemus integrum Quadrantem ſiue 90 partes, qua-
rum circulus 360 complectitur, ſecundò ſex horarum tempus, tertiò colle-
ctam aſcenſionis differentiam, ac multiplicantes ſecundum numerum in ter-
tium, diſtribuemus productum in primum, & occurrentibus fragmentis, par-
tiemur ea in ſcrupulos primos & ſecundos. Hinc certa nobis inquiſiti tempo-
ris mẽſura in lucem prodibit. Vt autem exemplo rem ipſam diſcentes euiden
tius intelligant, cõſtituamus ſub altitudine poli 48 partium, 40 ſcrupulorum
inueſtigandam eſſe differentiam aſcenſionalem tertiæ partis Geminorum, cu-
ius declinatio ex tabulis offertur 20 part. 48 ſcrupul. 30 ſecund. Eſt igitur com
plementum 69 partium 11 ſcrupul. 30 ſecund. cuius ſinus rectus 93477. Am
plitudo ortiua in tabula inuenitur 32 part. 30 ſcrup. cuius complementum 57
partium 30 ſcrup. & ſinus rectus 84339. Si ergo hunc, quia minor eſt, multi-
plicemus in ſinum maximũ, & productum diſtribuamus in maiorem, offere-
tur ſinus, cuius circumferentia eſt 64 partium 25 ſcrup. quia ſublata ex inte-
gro Quadrante, ſuperſunt 25 part. 35 ſcrup. Tanta eſt igitur conſtitutæ partis
Eclipticæ aſcenſionalis differẽtia. Cùm autem declinatio ſit Septentrionalis,
adijciemus differ. 90 circuli partibus. Hinc conſurgunt 115 part. 35 ſcrup. quæ
definiunt ſemiſſem artificialis diei. Eſt igitur totum 231 part. 10 ſcrupul. quæ
per conſtitutum calculi modum in tempus conuerſæ conficiunt 15 horas, 24
ſcrup. 40 ſecund. quibus artificialis dies abſoluitur ſub conſtituta poli eleua-
tione, cum ſol tertiam Geminorum partem ingreditur. Conſtat igitur
qua ratione ſequens tabula, quæ omnium Eclipticæ partium
aſcenſionales differentias complectitur, ad altitu-
dinem poli 48 partium 40 ſcrupul.
conſtructa ſit.

	Signa ſuperiora.	♈			♉			♊			
		♎			♏			♐			
G.		G.	M.		G.	M.		G.	M.		G.
0		0	0		13	22		24	44		30
1		0	27		13	47		25	1		29
2		0	54		14	13		25	18		28
3		1	22		14	38		25	35		27
4		1	50		15	4		25	52		26
5		2	16		15	29		26	9		25
6		2	43		15	54		26	23		24
7		3	70		16	19		26	38		23
8		3	37		16	43		26	52		22
9		4	4		17	8		27	7		21
10		4	31		17	33		27	21		20
11		4	58		17	57		27	33		19
12		5	25		18	20		27	45		18
13		5	52		18	44		27	56		17
14		6	19		19	7		28	8		16
15		6	46		19	31		28	20		15
16		7	13		19	53		28	28		14
17		7	40		20	16		28	37		13
18		8	6		20	38		28	45		12
19		8	33		21	1		28	54		11
20		9	0		21	23		29	2		10
21		9	26		21	44		29	7		9
22		9	53		22	5		29	12		8
23		10	19		22	25		29	17		7
24		10	46		22	46		29	22		6
25		11	12		23	7		29	28		5
26		11	38		23	26		29	30		4
27		12	4		23	46		29	32		3
28		12	30		24	5		29	34		2
29		12	56		24	25		29	36		1
30		13	22		24	44		29	38		0
		♍			♌			♋		Signa inferiora.	
		♓			♒			♑			

Hac tabula ad inuentionem quantitatis dierum vtemur hoc modo. Si partes Eclipticæ quarum diurni motus circumferētias inquirimus, in ſignis ſupra tabulam poſitis fuerint, ad ſiniſtram deſcendendo eas inueniemus, quibus è regione in angulo communi (vt loquuntur) inquiſitæ differentię conſiſtunt. Quòd ſi in inferioribus ſignis ſint, ad dextram aſcendendo gradus inquirantur. Reliquum operis abſoluitur, vt ſuperius indicauimus. Porrò exempli gratia proponamus ex hac tabula inueniendam eſſe quantitatem diei, quo ſol 12 partem Tauri occupat. Differentia aſcenſionalis ſub Tauri ſigno è regione 12 grad. inuenitur 18 grad. 20 ſcrupul. qui 90 grad. adiuncti (quòd pars ſit ſigni Septentrionalis) 108 part. 26 ſcrup. cōſtituunt. Cùm autem 15 partes reſpondeant vni horæ, vt 90 ſex horis per eaſdem diuiſæ 108 producunt 7 horas ac ſuperſunt 3 quæ efficiunt 12 minut. Deinde 20 ſcrupul. multiplicati per 4 & productum diuiſum per 60 efficiunt 1 minut. & 20 ſecund. His collectis, ſemiſſes diei conſurgit nempe 7 hor. 13 minut. 20 ſecund. & totus dies horas 14 minut. 26 ſecund. 40. Quare noctis quantitas eſt horar. 9 minut. 33 ſecun. 20. Eandem diei quantitatem ſine dubio inueniemus ſi obliquam aſcēſionem huius partis Tauri 21 grad. 14 minut. ab oppoſita nempe Scorpij, quæ eſt 237 gr. 54 minut. ſubtraxerimus, relinquentur enim 216 grad. & 40 minut. quorum pars media 108 part. 20 ſcrup. quæ antea etiam inuenta erat, ſi iterū hinc ſubduxeris 90 differentia aſcenſionalis reſtabit.

HINC

HINC EVIDENTER APPARET QVA RATIOne ſequens tabula omnium dierum quantitatem fere complectens, ad 48 grad. 40 minut. poli altitudinem ſit conſtructa.

Signa ſuperiora	♈			♉			♊			
G.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	G.
0	12	0	0	13	46	56	15	17	52	30
1	12	3	36	13	50	16	15	20	8	29
2	12	7	12	13	52	44	15	22	24	28
3	12	10	56	13	57	4	15	24	40	27
4	12	14	40	14	0	32	15	26	56	26
5	12	18	8	14	3	52	15	29	12	25
6	12	21	44	14	7	12	15	31	4	24
7	12	25	20	14	10	32	15	33	4	23
8	12	28	52	14	13	44	15	34	56	22
9	12	32	32	14	17	4	15	36	56	21
10	12	36	8	14	20	24	15	38	28	20
11	12	39	44	14	23	36	15	40	24	19
12	12	43	20	14	26	40	15	42	0	18
13	12	46	56	14	30	52	15	43	28	17
14	12	50	32	14	32	58	15	45	4	16
15	12	54	8	14	36	8	15	46	40	15
16	12	57	44	14	40	4	15	47	44	14
17	13	1	20	14	42	8	15	48	56	13
18	13	4	48	14	45	4	15	50	0	12
19	13	8	24	14	48	8	15	51	12	11
20	13	12	0	14	51	4	15	52	14	10
21	13	15	28	14	53	52	15	52	56	9
22	13	20	4	14	56	40	15	53	36	8
23	13	22	32	14	59	20	15	54	16	7
24	13	26	8	15	2	8	15	54	56	6
25	13	30	36	15	4	56	15	55	44	5
26	13	33	4	15	7	28	15	56	0	4
27	13	36	32	15.	10	8	15	56	16	3
28	13	40	0	15	12	40	15	56	32	2
29	13	43	28	15	15	20	15	56	48	1
30	13	46	56	15	17	52	15	57	4	0
	♍			♌			♋			Signa inferiora.

Signa ſuperiora.	♑			♒			♓			
G.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	G.
0	8	2	56	8	42	8	10	13	4	30
1	8	3	12	8	44	40	10	16	32	29
2	8	3	28	8	47	20	10	20	0	28
3	8	3	44	8	49	52	10	23	28	27
4	8	4	0	8	52	32	10	26	56	26
5	8	4	16	8	55	4	10	30	24	25
6	8	5	4	8	57	52	10	33	52	24
7	8	5	44	9	0	40	10	28	38	23
8	8	6	24	9	3	20	10	40	56	22
9	8	7	4	9	6	8	10	44	32	21
10	8	7	46	9	8	56	10	48	0	20
11	8	8	48	9	11	52	10	51	36	19
12	8	10	0	9	14	56	10	55	12	18
13	8	11	4	9	17	52	10	58	40	17
14	8	12	16	9	20	56	11	1	16	16
15	8	13	20	9	23	52	11	5	52	15
16	8	14	56	9	27	4	11	9	28	14
17	8	16	32	9	30	8	11	13	4	13
18	8	18	0	9	33	20	11	16	40	12
19	8	19	36	9	36	24	11	20	16	11
20	8	21	12	9	39	36	11	23	52	10
21	8	23	4	9	42	56	11	27	28	9
22	8	25	4	9	46	16	11	31	4	8
23	8	26	56	9	49	28	11	34	40	7
24	8	28	56	9	52	41	11	38	16	6
25	8	30	48	9	56	8	11	41	52	5
26	8	33	4	9	59	28	11	45	20	4
27	8	35	20	10	2	56	11	49	4	3
28	8	37	36	10	6	16	11	52	48	2
29	8	39	52	10	9	44	11	56	24	1
30	8	42	8	10	13	4	12	0	0	0
	♐			♏			♎			Signa inferiora.

At dierum quantitates in ijs regionibus, vbi eleuatio poli complementum maximæ ſolis declinationis excedit, alia numerandi ratio eſt. Nam conſtituta Eclipticę parte, quæ ſupra Finitorem loci ſemper eminet, ex tabulis Theoricæ ſolis quantum temporis ſol in ea ſit permanſurus, ſupputare oportebit. Hanc verò Eclipticæ partem commodiſsimè inueneris, ſi complemento altitudinis poli (ac ſi declinationis alicuius circumferentia ſit) Zodiaci arcum ex tabula conuenientem elicias, cuius complementum duplicatum propoſitam Eclipticæ portionem oſtendet. Quare temporis interuallum, quo ſol hanc partem occupabit, maximi diei longitudinem in lucem proferet. Sit igitur, exempli gratia, locus aliquis ſub altitudine poli arctici 81 part. 2 ſcrup. 14 ſecun. erit complementum huius 8 part. 57 ſcrupul. 46 ſecun. cui in tabula declinationis 23 Arietis gradum reſpondere video. Hunc arcum vbi ſubtraxerimus ex 90 partibus, reſtabunt 67 partes exactè, quarum duplum producit 134 partes æquales, quæ in 7 Virginis parte finiuntur. Tandem ſupereſt, vt quotannis intra quantum temporis ſpatium ſol hanc circumferentiam à 23 Arietis ad 7 Virginis peragrare poſsit, inueniamus. Habes igitur quibus rationibus ſequens tabula maximorum artificialium temporum ab Aequatore per ſingulos gradus ad maximam vſq; poli altitudinem confecta ſit.

Eleuatio

Eleuatio poli.		Dies maximi.				Dies maximi.				Eleuatio poli.
G.		H.	M.	S.		H.	M.	S.		G.
1		12	3	28		13	33	35		25
2		12	6	56		13	38	0		26
3		12	10	24		13	42	24		27
4		12	14	0		13	46	16		28
5		12	17	28		13	51	36		29
6		12	20	56		13	56	16		30
7		12	24	48		14	1	12		31
8		12	28	0		14	6	8		32
9		12	31	36		14	11	12		33
10		12	35	12		14	16	24		34
11		12	38	48		14	21	52		35
12		12	42	24		14	27	20		36
13		12	46	8		14	33	4		37
14		12	49	44		14	37	36		38
15		12	53	28		14	44	56		39
16		12	57	20		14	51	12		40
17		13	1	4		14	57	44		41
18		13	4	36		15	4	24		42
19		13	8	56		15	11	20		43
20		13	12	48		15	18	40		44
21		13	16	48		15	26	8		45
22		13	21	4		15	34	8		46
23		13	25	4		15	42	24		47
24		13	29	20		15	51	4		48
						16	0	8		49

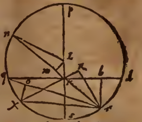
Eleuatio poli.		Dies maximi.				Eleuatio poli.		Arcus ſemper apparens.		.	Dies maximi.		
G.		H.	M.	S.		G.		G.	M.		D	H.	M.
50		16	9	44		67		22	52		24	1	40
51		16	19	52		68		40	0		42	1	16
52		16	30	32		69		52	0		54	16	25
53		16	41	52		70		61	26		64	13	46
54		16	54	8		71		70	26		74	0	0
55		17	7	4		72		78	22		82	6	39
56		17	21	4		73		84	56		89	4	51
57		17	36	16		74		92	12		96	17	0
58		17	52	41		75		96	20		104	2	4
59		18	10	48		76		105	16		110	7	27
60		18	30	56		77		111	20		116	14	22
61		18	53	20		78		117	6		122	17	6
62		19	11	24		79		122	46		127	9	55
63		19	41	40		80		128	22		134	4	58
64		20	24	24		81		133	50		139	31	36
65		21	10	32		82		139	6		145	6	43
66		22	20	40		83		144	22		151	2	6
						84		149	36		156	3	3
						85		154	42		161	5	23
						86		159	50		266	11	23
						87		164	52		171	21	47
						88		169	58		176	5	29
						89		174	51		181	21	58
						90		180	0		187	6	39

PROPOSITIO IX.

Qua ratione diſtantia centri abſidem ſolis deferentis à terræ centro inueniatur.

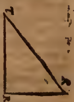
Quoniam hîc de ſolis apparentis tractationem inſtituimus, viſum eſt ſtudioſis Aſtronomices aperire, qua ratione fiat, vt qui per inſtrumenta ſolis motus obſeruatur, æqualibus temporum interuallis inæqualis appareat. Etenim ex frequentibus obſeruationibus artifices ſatis exploratum ſolis habēt curſum ſiue ad terræ cētrum, ſiue ad ſuperficiem conferatur, inæqualem eſſe: præterea apparentem ipſius diametrum, aliâs ſub maiori, aliâs ſub minori angulo obſeruantibus offerri. qua de rè inferius plura. Hanc motus diuerſitatem alij referūt in Epicyclium homocentro mundi infixum, alij eccentrotei en circulo, qui ſolem deferat, aſsignāt. Sed vtrum horum ſit, nunc temporis diſputandum non eſt, tantùm hîc nouerint diſcentes ęquabilem ſolis curſum centro mundi attribui non poſſe. Vt ergo huius apparentis diuerſitatis rationem intueantur, conſiderabimus quomodo eccentrotes illa ſolis, ac ſummi ipſius à terra faſtigijs quantitas triangulorum adminiculo poſsit deprehendî. Si enim id rectè poſſimus ratiocinari, ſiue per dimenſiones explorare, quanta ſit diſtantia centri æqualis ſolis motus à centro terræ, facilè quouis tempore alterius, nempe apparentis motus diuerſitatem conſtituemus. Cum autem paucæ huius rei obſeruationes ab artificibus accuratè factæ extent, non eſt indigna res cōſideratione, vt exquiſitiùs noſtro tēpore ſolis curſum inſtrumētis examinemus. Quòd ſi Copernicus videatur rem acu tetigiſſe, ac omnem difficultatem, quæ à Ptolemæi tempore hucuſq; in conſtituendo cæleſtium corporum motu nata erat, ſubmouiſſe

ſubmouiſſe, non temerè à præſtantiſsimo artifice diſcedendum erit. Sed tamẽ amantem veritatis inſtrumentorum adminiculo calculum ipſius examinare decet. Ac vt rem ipſam percipiant diſcentes, ſcire licet ex tribus ſolis locis accuratè exploratis, & elapſo inter ea temporis interuallo veram ſolis eccentroteten conſtitui poſſe. ἀπόδειξιν verò eruditè ſummus artifex Ioãnes Regiomontanus in Epitome contexit, quem nos etiam hoc loco ſequimur. Igitur exempli gratia ſuper l centrum deſignemus eccentricum ſolis circulum p q s d, quem per abſidis lineam p l k s in ſemiſſes diuidamus. Et infra l centrum conſtituamus centrum terræ in ſigno k. Erit igitur p abſis, cuius à ſigno k diſtantia p k & l k inquiſita eccentrotes. quam vt inueniamus, cõſtituantur tria ſolis loca per inſtrumentum exquiſitè obſeruata in punctis n q x, ex quibus ducantur rectæ lineæ in ſignum t, quæ ſint n t, q t, x t. Præterea aliæ trahantur, nempe n l, x r, q d, q x. Et perpendiculares extendantur l m in n t, x o in q t, t r in x r & t b in q d. His conſtitutis manifeſtum eſt ex angulo n k q, qui eſt motus apparentis inter primæ & ſecundæ obſeruationis loca, rationem k t ad t b patefieri. Nam in trigono rectangulo k b t angulus t k b per 15 primi Elementorum æquatur ipſi n k q. Porrò ex circumferentia n q, quæ deſignat ſpacium æqualis motus à tempore primæ obſeruationis ad tempus ſecundæ, innoteſcit angulus n t q, & antea conſtitutus eſt exterior angulus t k b. Quare angulus t q k non latebit. Igitur in triangulo orthogonio t b q per 30 primi Regiomontani conſtabit ratio lateris q t ad latus t b. Ac paulò antè innotuit ratio k t ad t b: quare ratio q t ad k t non latebit. Inſuper cum angulus n k x conſtet ex motu apparente, qui inter primam ac tertiam obſeruationem intercipitur, patefit ratio k t ad t r. Nam trigoni orthogonij k r t angulus r k t per 15 primi æquatur ipſi n k x. Cæterùm ex æquali motu primi ac tertij temporis, quem definit circumferentia n x cum inueniatur angulus n t x ipſe r x t angulus non latebit. Ergo conſtat ratio x t ad r t. Sed antea patefacta eſt ratio k t ad r t. Quare ipſius x t ratio ad k t manifeſta fiet. Præterea cum inuenta ſit ratio k t, ad q t, cognoſcetur etiam ratio q t ad x t. Ad hæc circumferentia q x data eſt ex æquali motu ſecundę ac tertię obſeruationis. Igitur q x chorda nota fiet in partibus, quarum p l 100000 partes complectitur. Ex eadem conſtat angulus q t x. Quare in trigono rectangulo x o t nota eſt ratio x t lateris ad o t & x o latera. Igitur eadem menſura x o & o t, qua conſtat x t explorata ſunt. Sublata igitur recta o t ex q t, relinquitur q o. Hinc trigoni rectãguli q o x notis q o, & x o lateribus, per 26 primi Regiomontani q x, recta per eandem menſurã cognoſcetur. Eadem verò antea nota fuit per mẽſuram partiũ ipſius p l. Quare per menſuram earundem partiũ metiemur q t & k t. hinc colligetur circũferentia q x t. Tota igitur circũferentia n x t patefiet vnà cum chorda n t, cuius pars k t nota eſt. Quare differẽtia vtriuſq; nempe n k non latebit. Quod aũt fit











ex t k in k n vnà cum quadrato k l ęquale eſt quadrato ipſius p l. hinc ipſa l k inquiſita eccentrotes innoteſcit, quę coniuncta ipſi p l totam p l k abſidis à terrę centro diſtantiam notam reddit. Vt autem ratiocinemur diſtantiam p abſidis ab n primæ obſeruationis loco in trigono rectangulo l m k inueſtigabimus latus l m, aut in k, quia totus arcus n x t notus eſt, & ex duobus lateribus deinceps per 27 primi Regiomontani angulum m k l ratiocinabimur. Conſtat igitur manifeſtè qua ratione conſtruenda ſit ἀπόδειξις, vt per obſeruata Solis tria loca veram eccentroten, ac certum abſidis locum in Ecliptica ratiocinemur, vt ſi calculus ab experimentis aberret, in integrum reſtitui poſsit. Claudius Ptolemæus ſolis abſidem ſuo tempore in 5 Geminorũ parte 30 ſcrupulo immobilem conſiſtere putabat. Sed eius motus ad hæc noſtra tempora ſatis euidentibus obſeruationibus deprehenſus eſt, cum vltra primam Cancri partem & 40 ſcrupul. ab eo loco proceſſerit. Cur autem Ptolemæus in ea ſententia fuerit, rationem ingenioſiſsimè nobis explicauit ſummus vir Hieronymus Cardanus Cùm enim eccentrici circuli propterea conſtituantur, quia planetæ aliâs altiores, aliâs humiliores nobis appareant, id quod non tantùm ex apparẽte corporis magnitudine, ſed etiam ex eclipſibus luminarium licet deprehendere: item quod in ſuperioribus locis tardiùs in inferioribus velocius moueantur, ac in planetis, qui in epicyclo voluuntur, maximas æquationes increſcere neceſſarium ſit, quando centrum propius ad terram accedit, & viciſſim decreſcere, quando remotiùs ab eadem euagatur, ſequitur exiguam motus abſidis differentiam duabus potiſsimùm de cauſis latere. Nam quæ ex eclipſibus ſolis colligitur mutatio partim ob luminis magnitudinem, partim eclipſeos inſtabilitatem nullo modo deprehendi poteſt. In eclipſibus lunę vmbræ terræ magnitudo ad diſtantiam 5 partium ab abſide parum aut nihil immutatur. Quare per hanc obſeruationem motus ſolis abſidis minimè probare potuit, nec etiam facilè ex conſideratione ipſius curſus intra exiguum temporis ſpacium. Sed etiam motus abſidis intra partes 5 nullam parit differentiam, quæ aſpectu poſsit diſcerni. Ex quibus manifeſtè conſtat, cum Ptolemæus tantùm obſeruationis 500 annorum haberet, non potuiſſe ipſum Solis abſidi motum aſsignare. Noluit autem ſummus artifex ea conſtituere, quæ nec demonſtrari, nec vlla ſenſus euidentia comprobari poſſent. Sed reliquorum planetarum motus cum exquiſitiùs ex collatione ſolis deprehendi poſſent, cuius diſtantia quidem à ſtella exactiſsimè nota erat, etſi radix minus exquiſitè haberetur, tum quia remotionis diuerſitas manifeſta eſſet, quę etiam ex minima abſidis differentia contingit, in iis abſidis mutatio latere non potuit.

Propter has cauſas Ptolemæus reliquorum planetarum abſides moueri nõ ſolùm inuenit, verumetiam demonſtrauit, Solis autem abſidem moueri nulla ratione demonſtrare potuit. Neq; hoc peritiſsimi artificis ignorantiæ adſcribendum eſt, cùm obſeruationibus deſtitueretur, ſine quibus aliquid certi in Aſtronomica ſcientia conſtituere impoſsibile eſt: nunc autem plures propter tantum temporis elapſum interuallum artificum induſtria factæ extant. Cum autem rex Alphonſius videret cõſtitutas à Ptolemæo abſidum radices, vt hîc deſcribuntur,

Abſi-

Secundum Ptolemæum.	P.	M.	Secundum Alphonſium P.	M.		Differen.	
Abſis Saturni in Scorpionis	14	10	17	54	Scorpionis	3	44
Abſis Iouis in Virginis	2	9	28	7	Leonis	4	2
Abſis Martis in Cancri	16	40	19	43	Cancri	3	3
Abſis ſolis in Geminorum	5	30	5	56	Geminorum	0	26
Abſis Veneris in Tauri	16	10	5	56	Geminorum	19	46
Abſis Mercurij in Libræ	1	10	5	10	Librę	4	0

Ad tempus Nabuchodonoſoris, & ſuas exactius ſupputatas, ad idem vellet referre principium ex conſtituta Ptolemęi hypotheſi & naturalibus rationibus eundem motum & ſtellis fixis & abſidibus attribuit. Cum autem centrū epicycli Veneris ſtatueretur iuxta partem extremam Sagittarij, inuenit maximam remotionem partium 47, ſcrup. 32, quę maior eſt quàm Ptolemęus conſtituerat. Quare in alium etiam locum Veneris abſidem transferre coactus eſt iuxta quod punctum, ex cōſtituto ſolis motu, licet non pręcisè, tum ipſius abſidem eſſe cognoſceret. Propterea cum non precisè ſcopum attingere poſſet & Veneris motus cum medio motu ſolis maximè conueniret, & differentem in abſidibus locum, qui deprehendi poſſet, non haberet, nec à veriſimili ratione alienum videretur Veneri eundem locum ſtatuere, ad poſtremā Geminorum partem ſolis abſidem tranſtulit. In eandem ipſum ſententiam impulit inſtitutum Ptolemęi, qui Nabuchodonoſoris tempore ſolis abſidem in 5 Geminorum parte conſtituerat, & quod Alphonſus Nabuchodonoſore annis 1998, diebus 96 poſterior ſit, in quo tēpore motu octauę ſphęrę, quem Ptolemęus in annis 100 vna parte conſtare voluit, Veneris abſis ad Solis abſidem transfertur. Ergo tam ratione quàm experimēto Solis abſidem mobilem poſuit, & ad Veneris abſidem traduxit, & in annis 1119, diebus 249, quibus prima Ptolemæi obſeruatio Alphonſij radicem anteceſsit, eidem 23 ferè partes adiecit.

PROPOSITIO X.

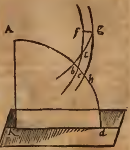
De ueri temporis Æquinoctij obſeruatione.

Magna erat antiquorum artificum diligentia (vt apud Theonem in Græcis commentarijs μεγάλης συντάξεως videre licet) in explorando exquiſitè veri Aequinoctij tempore, non tantùm ad certam anni currentis quantitatem definiēdam, verumetiam ad emendatum ſolis motum conſtituendum. Ad obſeruationes autem adhibebant organa ſumptibus ac arte conſtructa, Sed noſtro ſeculo pauciores Aequinoctiorum obſeruationes ab artificibus annotatas habemus: vna inter cæteras, quæ facta eſt Thubingæ anno 1538 decimo die Martij, quam tamen in explorandis temporis ſcrupulis nihil à ſcopo aberraſſe vix credi poteſt, omnium exquiſitiſsima videtur. Vt ergo ſtudioſi veritatis rem ipſam & quantum ab experimentis tabularum calculus abſit, diligentius explorent, non eſt indignum conſideratione, vt inueſtigemus qua ratione Quadrātis adminiculo Aequinoctij temporis obſeruationem cōmodiſsimè liceat abſoluere. Explicatum eſt nobis anteà, quomodo ex obſeruata ſolis ortiua aut occidua amplitudine verum ipſius in Ecliptica locum ratiocinemur, cuius hic

vſus ad certam æquinoctij temporis horam colligendā accommodatiſsimus eſt. Etenim in locis ab æquatore verſus Septentrionem remotioribus amplitudinum circumferentiæ declinationum ſegmenta longiori excedunt interuallo. Itaq; contingit, vt verus ſolis locus ex obſeruata per inſtrumentum amplitudine, certius ac facilius, quàm ex declinatione colligatũ. Ac vt res ipſa fiat euidentior, ſcire licet, ipſas ortus & occaſus amplitudines eandem cum declinatione rationem in ſitu obtinere: videlicet vt in declinatione, quæ eſt verſus Septentrionem, ſol oriatur & occidat citra ſectiones Aequatoris & Horizontis, ac contrarium accidat, quando ſol in ſemiſſem Eclypticæ, qui in Auſtrum deflexus eſt, expatiatur. Ex his manifeſtè conſtat, ſi intra illius temporis interuallum, quo ab Oriente in Occidentem reuoluitur ſol, vtranq; declinationem ſortiatur, nimirum vt à Septentrione per ſectionem Aequatoris & Eclipticæ in Auſtrum digrediatur, aut è conuerſo: neceſſariò euenire vt manè citra punctũ Horizontis, quod ſtringit Aequinoctialis, emergat, ſed veſperi vltra oppoſitum ex diametro punctum occumbat, aut contra. Cuius rei per inſtrumenta periculum facient certius ac facilius, qui habitant in locis, vbi maior eſt inclinatio Horizontis ad Aequatorem. Iam verò cum ſuperius à nobis demonſtratũ ſit, qua ratiocinatione ex obſeruata ſolis ortus & Aequinoctialis differẽtia certum ipſius in Eclyptica ſitum colligamus, facilè apparet, ſi & occaſus locum exploremus, quomodo ſegmentum illud circumferentiæ Eclypticæ, quod cõtra motum primæ reuolutionis ab Occidente verſus Orientem quolibet die conficiat, in lucem prodeat. His ita conſtitutis, explorabimus aliquot dierum tempore, intra quod Aequinoctium euenire omnino oporteat, amplitudines exortus & occaſus ſolis ea, quam ſuperius ratione declarauimus. Atq; diligenter illud reuolutionis tempus annotabimus, in quo per inſtrumentum declinationis mutationem factam eſſe deprehenderimus.

Si ergo hanc declinationis mutationem intra ſpacium diurnę reuolutionis contigiſſe obſeruatum fuerit, ſolis ingreſſum in punctũ Aequinoctij de die factum eſſe conſtabit. Contrarium intelligas, ſi eadem mutatio fiat intra tempus quod eſt ab occaſu ad ortum ſolis. Quare vt huic ſolis ingreſſui in punctum Aequinoctij, ſiue ſectionem Aequatoris & Eclypticæ certum temporis momentum aſſignemus, ſpacium dictæ reuolutionis, ſiue diurnum ſiue nocturnum fuerit, cum circumferentijs Eclipticę, quarum altera ex declinationis mutatione ſit inuenta, altera ex diſtantia loci ſolis à dictæ ſectionis puncto per obſeruationem Aequinoctij tempus antegreſſam ſit collecta, conferemus in hunc modum. Eſt enim eadem ratio totius Eclipticæ ſegmenti ex mutatione declinationis ſolis deprehenſi ad conſtitutum primi motus tempus, quo is ab Oriente in Occidentẽ circumuoluitur, aut è conuerſo. quæ eſt diſtantia ſolis loci ab Eclipticæ ſectione, qui per antecedentem obſeruationem colligitur ad illud temporis ſpacium, quod inter eam obſeruationem & momentum veri Aequinoctij intercipitur. Quare multiplicantes ſecundum in tertium, quod producitur partiemur in primum. Hinc inquiſitum certi ingreſſus ſolis in conſtitutam Aequatoris & Eclipticæ ſectionem momentum innoteſcet. Atq; hac ratione primùm inſtitutæ quæſtionis ſolutionem per obſeruationem ortus & occaſus ſolis expediuimus: ſequitur nunc vt etiam conſideremus qua ratiocinandi via per eleuationes ſolis in Meridiano circulo, eundem ſcopum attingamus. Nec difficilis fuerit huius obſeruationis cõſideratio, ſi memineris qua ratione, ſuperius ex ſolis eleuatione Meridiei tẽpore obſeruata, verum ipſius in Ecliptica locũ deprehenderimus. Eo loci oſtendimus Meridianas ſolis altitudines, quandiu occupat ſemiſſem Eclipticæ Borealem, ſi per inſtrumentum obſeruentur, ſemper maiores deprehendi, quàm ſit inclinatio circuli Aequatoris

toris ad horizontem ac contrarium experientibus offerri, quando ſol Auſtrinam Eclipticæ partem peragrat. Ex quibus manifeſtum eſt, ſi in Meridie explorata ſolis eleuatio tanta exquiſitè occurrat, quanta eſt inclinatio horizontis & Aequatoris, ſiue quantum eſt altitudinis poli complementum, eo ipſo obſeruationis momento ingreſſum ſolis in Aequinoctij punctum abſolui. Si verò tempus Aequinoctij verni expectetur, aut certò futurum ſit à Meridie diei conſtituti, eleuatio ſolis Meridiana minor inuenietur inclinatione ſphæræ, ſed in ſequentis diei Meridie eandem pro ratione declinationis excedet. Ex vtraq; harum eleuationum cum differentes conſtituantur ſolis declinationes, etiam vterq; ſolis locus, nimirum & quem antecedente Aequinoctij tempus diem, & quem ſequente poſsideat, facilè innoteſcit. Quare vtriuſq; diſtantia ab Aequinoctij puncto, & tota deniq; motus circumferentia, quàm in Ecliptica ſol à tempore alterius obſeruationis ad alterum conficiat, latêre non poteſt. Vt ergo certum Aequinoctij momentum ratiocinemur conſtituentes totam circumferentiam ex vtriuſq; loci ſolis differentia collectam in primum locum, & in ſecundum primæ reuolutionis tempus, quod conſtat 24 horis & in tertium loci prioris obſeruationis à ſectione verna Eclipticæ diſtantiam reliquum operis iuxta tenorem regulæ proportionis abſoluemus. Hinc verum æquinoctij tempus inuenietur, quod à Meridie antegreſſæ obſeruationis diei numerabitur, aut ex 24 horarum ſpacio ſublatum, temporis differentiam, quę inter Aequinoctiū & Meridiem ſequentis diei intercipitur, relinquet. Cæterùm quo tempore futurum expectabitur autūnalis Aequinoctij tempus, neceſſarium fuerit, vt obſeruata ſolis altitudo in Meridie ipſum antecedente poli complemento maior inueniatur, in ſequenti verò minor. Ex harum eleuationum differentia cum circumferentia Eclipticæ, quam ſol totius circūuolutionis tēpore peragrat, ac vtriuſq; obſeruationis loci ab autūnali ſectione diſtātia innoteſcat, eodem modo quem antea explicauimus, iuxta regulam proportionis certū Aequinoctij tēporis momentū ratiocinabimur. Vt aūt rudiores manifeſtius rem ipſam percipiant, huius poſterioris obſeruationis exemplum in ſubiecto ſchemate proponemus. Cōſtituatur ergo inſtrumentū a k d in plano Meridiani circuli verſus Auſtrū ac circūferētiam a d ſecet Aequinoctialis f c in ſigno c, & Ecliptica g b in ſigno b vt autūnalis Aequatoris & Eclipticę ſectio fiat in l. In Meridie, qui proximè ſolis ingreſſum in l antecedit, obſeruatus ſit per Quadrantē ſol in b, ex quo loco verſus Orientē intra ſpaciū 24 hora. quibus abſoluitur dies naturalis, proceſſerit vſq; in g punctū Eclipticæ, cuius declinationē Auſtrinā deſignet circūferentia f g, & æqualis ſiue primę reuolutionis arcū Aequatori parallelū g h, qui ſtringat Meridianum in h. His conſtitutis, dicimus certū ingreſſus ſolis in l punctum autūnalis Aequinoctij tēpus per ratiocinationem cōſtitui poſſe. Cum enim in Meridie Aequinoctiū antecedente locus ſolis deprehenſus ſit in b, innoteſcit eiuſdem eleuatio in circulo Meridiano d b, ſed d c eſt inclinatio ſphæræ, ſiue altitudo Aequinoctialis ſupra finientem circulum, quæ cognoſcitur ex complemento eleuationis poli, vt antea nobis demonſtratum eſt. Hac igitur ſublata ex d b, relinquitur Septentrionalis loci ſolis declinatio b c, qua deprehenſa iuxta doctrinam Triangulorum anteà explicatam, patefit diſtantia loci ſolis ab autūnali ſectione quæ eſt b l. Iterum Meridiei tempore Aequinoctij momentum ſequētis, cum centrum ſolis

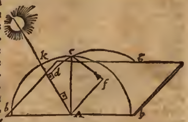


delatum ſit in g, ac Meridianum ſtringat in h, offertur in eodem eleuatio d h, qua ſublata ex c d ſupereſt Auſtrina loci ſolis declinatio c h, cui æqualis eſt f g, quia g h parallelus eſt æquinoctiali f c. Cum ergo teneamus ipſam f g per eandem Triangulorum ſcientiam colligemus diſtantiam loci ſolis in g ab l. Ex coniunctis autem b l & g l conſtituitur tota b l g circumferentia, quàm centrum ſolis confecit intra ſpacium totius primi motus periodi. Fit igitur vt eadem ſit ratio totius ſegmenti b g ad tempus primi ſolis motus periodi, quæ eſt partis b l ad ſpacium temporis, quo ſol ex b verſus Orientem in l æquinoctij punctum mouetur. Ex quatuor harum quantitatum innoteſcunt tres. ergo per regulam proportionis quarta, quæ verum æquinoctij temporis momentum complectitur, in lucem prodibit. Ex eodem ſchemate diſcentes facilè perſpicient, qua ratione ex obſeruata per declinationes motus ſolis differentia certum æquinoctij verni tempus colligatur. Porrò cum in his antegreſsis modis ab obſeruationibus ad ratiocinationem progreſſum fieri oporteat, vt certò præfixum nobis ſcopum aſſequamur, ſubnectemus hîc aliud artificium, quo citra omnē vſum calculi ſtudioſi idem operis expedire poſsint. Vtq; rem ipſam faciliùs percipiant, ſcire licet illas ſuperficies, quæ in planiciem æquinoctialis circuli exquiſitè incumbunt, aut eidem æquidiſtant, quamuis in terra vtriuſq; ſitus nulla obſeruantibus differentia offeratur, ac Septentrionem ſpectant, à ſolis radijs duntaxat illuſtrari, quãdo ſemiſſem Eclipticæ Borealem occupat. Contrarium experimur eodem tempore in aduerſa ſuperficie quæ polum antarcticum ſpectat, nimirum vt interea nullos ſolis radios excipiat, donec per autumnalem ſectionem Eclipticę in Auſtrum ab ęquatore reuertatur. Ex quibus manifeſtum eſt ipſo æquinoctij die, ſiue cum alterius ſectionis punctum ſol ingreditur, radios ipſius ab vna ſuperficie in alteram continuò tranſferri. Si ergo huius tranſlationis ſiue mutationis radiorum ſolis momentum liceat experiri, aut certò deprehendere verum æquinoctij tempus conſtitutum habebimus. Itaq; ſi fiat hoc nocturno tempore, manifeſtum eſt hac obſeruatione inſtitutum negocium abſolui non poſſe. Hoc igitur conſtituto, ſi verum æquinoctium in tempus diei incurrat, inueſtigandum erit nobis deinceps, in quem ſitum oporteat Quadrantem collocari, vt certò huius rei periculum faciamus. Primùm hîc opus eſt exquiſita diſtinctione temporis & antemeridiani & pomeridiani per obſeruationem Meridianæ lineæ, quæ anteà nobis explicata eſt. Hac ratione conſequemur, vt ſolo Quadrante loco totius ſuperficiei ſemicirculi vtamur, in hunc modum. Eo die, quo futurum expectabitur æquinoctij tempus, ante ſolis ortum collocabimus Quadrantem in eum ſitum, vt exactè ſit in plano Quadrantis Aequatoris circuli, qui inter locũ ipſius exortus & cæli medium intercipitur. Ad hanc collocationem rectè inſtituendam opus eſt diligenti obſeruatione Meridiei lineæ, communis horizontis & æquatoris ſectionis, & inclinationis ſphæræ in quo loco futura ſit obſeruatio.

Vt hoc euidentius appareat ſuper tabellam planam ad horizõtis ſuperficiem exquiſitè ſtratam deſignabimus Meridianam lineã, quam deinceps per aliam rectam πρὸς ὀρθὰς ſecabimus, quæ nobis deſignabit communem æquatoris & circuli finientis ſectionem. Hoc conſtituto, ſuperficiem Quadrantis ita imponemus tabellæ, vt centrum exquiſitè congruat ipſi recto angulo ſectionis ductarum linearum, qui eſt inter Orientem ac Meridiem, id quod certò futurum eſt, ſi baſis Quadrantis in ſectionem Aequatoris, & alterũ latus in Meridiei lineam exactè conueniant. Supereſt tandem, vt Quadrantis alterũ latus à conſtituto tabellæ plana ſic eleuemus, eandem Aequatoris ſectionẽ baſi occupante, vt exactè conſtituat angulum inclinationis æquatoris & finientis circuli. Id operis facilè expediemus, ſi in alio plano ad quantitatem ſemidiametri Quadrantis

drantis

drantis noſtri circumferentiam deſignemus, aliquantò maiorem eleuationis
poli complemento, quod illic officio circini exceptũ, hîc diſtinguemus. Quòd
ſi id moleſtum videatur, excipiemus in Quadrante magnitudinem ſinus recti
inclinationis Aequatoris & horizontis, cui æquale faciemus perpendiculum,
aut rectum aliquem ſtylum, cui hoc adhæreat. Duobus igitur modis certam
experiemur quadrantis eleuationem, vt inclinationi ſphæræ congruat. Aut e-
nim applicabimus centrum deſignatæ circumferentiæ centro Quadrantis &
baſin illius Meridianæ lineæ, & attollemus punctum huius, vbi finis eſt 90 par
tis exquiſitè ſupra diſtinctum poli complementum. Aut ſtylum antea conſtitu
tum ſub eodem 90 partis pũcto officio perpendiculi ita collocabimus, vt ſub-
iectam Meridiei lineam πρὸς ὀρθὰς contingat. Talis ergo ſitus erit inſtrumenti,
vt Aequatoris Quadranti, qui eſt inter Orientem ac Meridiem exactè con-
gruat, ac idem planum reuera poſsideat. Exploraturi igitur certũ Aequinoctij
temporis momentum emergente ſole verſus Orientem mobilis regulæ pin-
nacidia dirigemus, vt cõſtet an ſolis radij per ea ingrediantur. Quod ſi fiat, cer
tum erit eo momento Aequinoctium celebrari, ſin minus, reliquo tempore
quo ſol ab ortu verſus cæli medium rapitur, ſubinde eandem regulam per in-
ſtrumenti planiciem circumuoluemus, donec experiamur, quòd radij per ipſa
pinnacidia irrumpant. Hoc vbi deprehenderimus, cuſpis regulæ in circũferen
tia indicabit Aequinoctij temporis à Meridie diſtantiã, ſi pro ſingulis ſegmen
tis 15 part. integram horam ſubſtituamus. Quòd aũt ſol hoc tempore verum
Aequinoctij punctũ ingrediatur, manifeſtum eſt, quia centrum illius niſi cõſti
tuatur exquiſitè in planũ Aequinoctialis circuli radios directè per vtriuſq; pin
nacidij foramina transfundere non poteſt. Manifeſtũ eſt ergo, qua ratione tem
pus Aequinoctij ante Meridiem poſsit explorari. Cum aũt nulla ratione con-
ſtet, an hoc intra id temporis futurum ſit, conſiderandum nobis eſt, ſi in alterũ
ſemidiurni motus ſemiſſem inquiſitum tempus incidat, quomodo in eundem
vſum inſtrumẽtum ſit collocandum. Cõmodiſsimè hîc idem negocium expe
diemus, ſi aduerſam Quadrantis ſuperficiem in alteram partem æquinoctialis
planiciei, quæ inter Meridianum & Occidentem cõcluditur eodem artificio,
quod paulò antè expoſitum eſt, transferamus. Nam hîc eodem modo per cir-
cumuolutionem regulæ excipiendis ſolis radijs accommodatam ingreſſum
eius centri in æquinoctialis circuli planum experiemur. Cæterùm ne res ipſa
diſcentibus obſcurior videatur, deſignato ſchemate euidentiùs eam ante ocu-
los conſtituemus. Sit ergo tabella plana ad ſuperficiem horizontis ſtrata b
d g h, per quam ducta ſit Meridiana
linea a f. Hanc πρὸς ὀρθὰς ſecet b a h
communis æquatoris & horizontis
ſectio, ſuper quam deſignetur ſemi-
circulus b c h ad quantitatem lateris
inſtrumenti a b. Et hunc in ſemiſſes
partiamur per rectam c a, vt Qua-
drans b a c ſit in ea parte æquino-
ctialis, quæ ab Oriente horizontis
parte & Meridiano comprehendi-
tur, & alter c a h, qui cæli medio &



Occidente finientis circuli parte complectitur. Vt ergo veram vtriuſq; Qua-
drantis eleuationem experiamur, quam hîc ita conſtituimus, vt ipſius ſphæræ
congruat inclinationi, ad ſectionem c collocabimus circumferentiam d c g
deſignatam ſuper æquali magnitudine ipſi b a, in qua c g ſit eleuationis poli
complemento æqualis. Eandem eleuationem explorabimus ſi fuerit c f per-

pendiculum æquale ſinui recto eiuſdem complementi, ac in Meridianam lineam a f πρὸς ὀρθὰς incidat. Hoc conſtituto, poſt ſolis exortum regula mobilis a k per infixa pinnacidia radios ipſius ex l delatos tranſmittet. Hinc manifeſtum erit centrum Solis l in eadem eſſe recta linea, cum k a, quæ cum ſit in Aequinoctiali plano, conſtat illud alteram ſectionem Eclipticæ & Aequatoris occupare. Itaq; non dubium eſt, quin verum in l fiat Aequinoctium. Cum autem b c h ſemicirculus Aequinoctialis planum occupans, ſectus ſit per rectam c a in ſemiſſes, erit ipſa a c in Meridiani plano. Quare per ſegmentum k c patefit diſtantia temporis Aequinoctij à Meridie. Si ergo intra illud ſpacium temporis, quo ſol ab Oriente in Meridiem voluitur, nuſquàm ipſius radij per pinnacidia deferantur, nec Meridiana eleuatio congruat inclinationi ſphæræ, poſt Meridiem officio regulæ in Quadrante c a h ſimilem obſeruationem repetemus. Hęc de explorando Aequinoctij tempore ſcripta ſufficiant.

PROPOSITIO XI.

De ratione ueram anni temporis quantitatem examinandi.

AD communem rerumpub. vtilitatem non mediocriter conducit, vt tempus annuæ reuolutionis Solis in Ecliptica quantum fieri poteſt exactiſsimè cognoſcatur. De huius temporis quantitate omnibus ferè ſeculis, etiam diligentiſsimorum artificum ac priſcorum diſcrepantes ſententiæ ſunt inuentæ. Quare ſingulis ferè annorum centurijs ex recentiorum artificum obſeruationum collationibus, veram anni quantitatem ratiocinari operæpretium fuerit. Hoc quomodo fiat inferiùs explicatur. Vt autem totius negocij rationem ad faciliorem ſequētium intelligentiam paulò altiùs repetamus, cognoſcendum eſt olim primò Thebæos Aegypti populos longè aliud anni tempus ex Lunæ motu, quàm ab Hebræis ante diluuium fuiſſet obſeruatum, conſtituiſſe. Dehinc apud Græciæ populum Thales Mileſius, qui vnus ex ſeptem ſapientibus cōmemoratur, alio modo anni quantitatem diuulgauit: poſt quem Eudoxus & Hipparchus, rationem Aegyptiorum imitati, primi omnium maximè propinquum reuolutioni Solis anni tempus cōſtituerunt. Tandem inter Latinos C. Iulius Cæſar induſtria & officio Soſigenis tunc temporis Aſtronomorum præſtanniſsimi, proximè ad rei veritatem anni menſuram 365 dierum & ſex horarum promulgauit: vnde factū eſt, vt quarto quolibet anno dies integer excreſceret, quem poſt 24 Februarij conſtituit, atq; hinc is annus biſextilis appellationem ſortitus ſit. Porrò triplici modo annui temporis magnitudinem metiri ſolebant. Nam Thebit Benchorat, Chorę filius, tempus reditionis Solis ad eandem ſtellam fixam obſeruabat. Claudius Ptolemæus reuerſionem Solis ad idem Tropici, aut Aequinoctij pūctum dinumerabat. Tandem recētiores nempe rex Alphonſius, Regiomontanus, & Hieronymus Cardanus omnium noſtri tēporis Philoſophorū facilè princeps, cuius etiā honoris gratia libenter mentionem facimus, multò verius ac certius tēpus reſtitutionis Solis ad idem Eclipticæ fixæ punctum tam in longitudine quàm latitudine, per circumferentiam maximi circuli à polis Eclipticę fixæ in Solis cētrum ductam, atq; ibidem fixam, donec Sol in idem punctum reuertatur, nullam ex hoc differentiam ſtatuentes, quòd Sol ſub mobili Ecliptica à fixa dimotus, nunc in Septentrionalem, nunc in Meridionalem partem deflectat, ad definiendam anni quantitatē aſſumpſerunt. Porrò Cardanus longè aliter triplicem Solis motum, quàm reliqui recentiores, conſtituit. Aſſerit enim Solem motu vniuerſi primò ab Oriente in Occidentem in 24 horis ſuper mundi polis, ſecundò ab Occidente in Orientem ſuper mobilis Eclipticæ polis, iuxta Alphonſij ſententiam intra 49000 annorum ſpatium, quòd longiſsimum tempus eſt, aut in annis 4056

diebus

diebus 330 minut. 46, ſecun. 50, quod breuiſsimum eſt iuxta opinionem Thebit, aut teſte Cicerone in 1300, aut ſecundum Platonem in 36000 annis circumuolui, quo motu cum ex orbe etiam toto fiat, non ſolum abſis ad diuerſa loca progreditur, aut retrocedit, verumetiam Ecliptica mobilis ad alios atque alios angulos Aequinoctij orbem interſecat. Nec verum putat ſolos abſidem deferentes, vt plurimi exiſtimant, ita moueri. Vltimò verò Solem excentrico orbe aut ſphærula ita ab Occidente ſub mota Ecliptica ad Orientem deferri, vt in 365 diebus, 6 horis, minus paucíſsimis tẽporis minutis eódem reuertatur. Neq; tantùm totũ ſolis orbem ſub Eclipticæ motu ab Occidente in Orientem regredi, ſed etiam vniuerſam cælorũ machinã non minus tardè ſimul ad Orientem retrocedere, quàm in occaſum velociter deferri. Vnde conſecutum eſt, vt cum plurimi hunc motum in orbium planetarum, ac Lunæ deſcriptione neglexerint, aut ignorauerint, poſt magnum temporis interſtitium error maximus & vix explicabilis excreuerit. Nam cum Sol, cæteriq; planetæ eandem ad mobilem Eclipticam perpetuò ſeruent habitudinem, manifeſtum eſt eos neceſſariò illius motu, nec tantum abſiduũ deferẽtes moueri, imò cùm totus orbis planetarius ſimul moueatur, hos orbes imaginarios potiùs, quàm re vera ſic appellandos. Sed opinionem Thebit cum experimẽtis non conſentire certum eſt. Nam ſpica Virginis, quæ Ptolemæi tempore ab Aequatore in Auſtrum nullo gradu, minut. 31 declinabat, nunc vlterius ad eandem mundi plagam, part. 8 minut. 25 receſsit. Quare in 1404 annis declinationem 7 partibus, 54 minut. increuiſſe oportebit. At dimetiẽs parui circuli ſecundum opinionem Thebit tantùm eſt 8 grad. 37 ſcrup. ſecund. 26. Ergo cum 1404 paulò plus, nempe 52 conſtituant, quàm ſit tertia pars de 4056. oportuiſſet tãtùm caput Arietis per 130 partes parui circuli delatum eſſe. Atqui hęc differentia 8 ferè circuli magni partes implere non poteſt. Etiam Lunæ locus declarat ſtellas ab Aequatore plus 5 partibus receſsiſſe. Conſtat igitur tum ex Planiſphærio, tum ex planetarum motibus, ſtellas per maiorem differentiam, quàm ſint partes quinq; moueri. Claudius Ptolemęus, antè annos 1422, hoc eſt, poſt tempus natiuitatis Chriſti Seruatoris 138 diligentiſsimis obſeruationibus tempus reuolutionis Solis 365 dierum, horar. 5 minut. 55 ſecun. 12 inuenit, ita vt in annis 300 vnus biſextus prætermitteretur. Nam ſi exactè reſiduũ tempus à diebus eſſet 6 horarum, intet annos 300 eſſent biſextiles 75, at hîc deſunt minu. 4 ſecun. 48. Quare ſi multiplices 4 minut. & 48 ſecund. in 300, producetut dies integer. Minuta enim 1200 horas 20 & ſecund. 14400 4 conſtituunt. Verùm hæc anni menſura, cum noſtri temporis obſeruationibus non conſentit, Ptolemæus enim velociorem motum, quàm experientia teſtetur, ſtellis fixis aſsignauit, nec initium anni ab aliquo Eclipticæ fixæ loco, ſed Aequinoctij puncto ſumpſit: motum etiam abſidis excentrici Solis propter obſeruationũ inopiam deprehendere non potuit. Al Bategnius Mahometus anni tempus dierum 365, horarum 5, minut. 45, ſecund. 36 tantùm inuenit, ita vt ex 100 annis, in quibus 25 biſexti fierent, vnus exciperetur. Nam ſcrup. 14 & ſecun. 24 per 100 multiplicata, diem vnum conficiunt. Sed hæc opinio cum ſtellarum fixarum motui 100 annos attribuat, noſtro tempore ab experimentis aberrat. Tandem Aſrael, qui tabulas motuum planetarum Alphonſio cõpoſuit, Georgius Peurbachius, Ioannes Regiomontanus, & Ephemeridum ſcriptores, pro vera noſtri temporis annorum quantitate dies 365, horas 5, minut. 49, ſecun. 15, tertia 58, quart. 51, quinta 12 aſsignarunt. Quòd ſi hanc anni quantitatẽ veram eſſe fateremur, in annis 136 ſupereſſent horæ 24, minut. 19, ſecun. 46, tert. 36, quart. 24. atq; ita conſequeretur, vt, ſi ex annis 136 vnus biſextus auferre-

tur, atq; ex 9928 loco 73 biſextorum excipiendorum 74 tollerentur, motum Solis emendatum haberemus. Nam etſi differentia minut.3 ſecun. 42 tert.17 quart.12 relinquatur, tamen ea in 3871920 annorum tempore demū 1 diem abſoluit. Porrò, quò facilius intelligantur ſequentia, ſcire licet eos, qui nobis hanc motuum diſtinctionem tradiderunt, & ſphæræ ſtellarum fixarum triplicem motum conſtituiſſe. Primum, qui ſingulis diebus ab Oriente in Occidentem ſuper polis mundi fixis perficiatur: Secūdum qui fit ab Occidente iterum in Orientem ſuper polis Eclipticæ immobilibus in 49000 annis, ita vt pars vna in 136 annis & 90 conficiatur: Tertium quem trepidationis motum appellarunt, per circumferentiam parui circuli, cuius centrum in Ecliptica nonæ ſtatuitur, & dimetientem partium 18 maximi circuli habet, & in 7000 annorum ſpatio abſoluitur. Hac etiam de cauſa fit, vt Solis maximæ ab Aequinoctij orbe declinationes varientur, & tanta in velocitate & tarditate motus ſtellarū fixarum differentia appareat. Hoſce duos ſolis motus, tanquam alicuius ducis totis orbibus non ſecus ac diurnum planetæ omnes cōſequuntur. Porrò Claudius Ptolemæus duas exactiſsimas ingreſſus Solis in primum autumnalis Aequinoctij punctum obſeruationes nobis reliquit, quarum prima 8 cap.lib.3. ſic deſcribitur. Exquiſitiſsimam fecimus anno decimoſeptimo Adriani, ſeptimo die menſis Athus, ingreſſus Solis in primum autūnalis Aequinoctij punctum, obſeruationem, horis duabus æqualibus à meridie, poſt Nabuchodonoſoris coronationem annis 879 diebus 66 horis duabus: ab Alexandri morte annis 455 diebus 66 horis 2 & ab Octauij principatu annis 161, diebus & horis ijſdem. Secunda autem ſecundo ſic recitatur. Tertio Antonini anno, nono die menſis Athir, vna hora poſt Solis ortum, vidimus Solem in primo autumnalis Aequinoctij puncto, qui fuit annus ab Alexandri morte 463. Primùm hîc conſideremus, quos annos Ptolemæus intelligi velit. Differentia motus Solis à Nabuchodonoſore ad primam obſeruationem eſt partium 211 minut. 25 quam in annis 879 diebus 66 horis duabus excreuiſſe narrat. Et motus Solis vnius anni, qui exactè conſtabat 365 diebus, erat 359 part.45 minut.24 ſecun.45 tert.21 quart.8 quint.35 ſextorum. Hunc motum ſi duxeris in 879 annos, dięs 66 horas 2 vltra integras reuolutiones 879 exorientur part.211, minut.25. Quare manifeſtè conſtat annos Aegyptios intelligendos eſſe, cum eandem motus differentiam Ptolemæus ipſe conſtituerit. Et cum hi 879 anni conſtent ex 424 qui intercipiuntur inter tempus coronationis Nabuchodonoſoris & mortem Alexandri: item ex 294 qui à morte Alexandri ad Octauij principatum elapſi ſunt, & ex 161, qui inter Auguſtum & 17 Adriani interſunt, ſequitur omnes hos intermedios Aegyptios eſſe. Porrò cum ſecundam obſeruationem tertio Antonini anno factam eſſe teſtatur, & ab Alexandri morte 463 atq; hîc prius eodem tempore 455 annos acceperit, differentia eſſe annorum 8 ſolarium, non Aegyptiorum, euidentiſsimis argumentis Cardanus comprobat. Erat huius obſeruationis dies apud Romanos 24 Septembris, idem verò apud Aegyptios nonus menſis Athus, quia ex illis annis cum 8 effluxiſſent, neceſſarium erat, vt menſis initium duos dies præoccuparet, quibus biſexti duo anni Aegyptijs abundabant. Hinc apertè conſtat obſeruationem hanc anno 140 ſalutis currente factam eſſe: & cùm ſit hîc tertius Antonini annus, conſequitur ipſum vel in fine 137 vel in principio 138 regnum occupaſſe. Conſtat enim ex obſeruatione tertij cap. libri quinti, non potuiſſe poſt plures dies, quàm 38 ab initio anni 138 ſalutis Antonino imperium acceptum eſſe. Nam 7 Februarij 139 anni, ſecundus Antonini annus erat. His conſtitutis ex prima Ptolemæi obſeruatione, & illa ingreſſus Solis in

vernam

vernam Aequinoctij partem, quæ anno 1536 Thubingæ 10 Martij exactè in Meridie facta eſt, facillimum fuerit certam annui temporis magnitudinem, & verum Solis motum ratiocinari. Cùm igitur prioris obſeruationis tempore abſis Solis 5 Geminorum partem poſsideret, neceſſe eſt, vt verni Aequinoctij tempus diebus 187 alteram præceſſerit, ita vt 21 Martij horis 2 à Meridie euenerit. Et cum Alexandria Thubinga 1 hora 28 minut. remotius in Orientem vergat, ſequitur, vt illic tempus Aequinoctij vernalis anno 1536 10 die Martij, hora 1 minut. 28 poſt meridiem fuerit. Differentia temporis inter primam obſeruationem Ptolemæi & alteram hanc, quæ Thubingæ facta eſt, annorum 1404 tempus complectitur, in quibus ingreſſus Solis in Aequinoctium vernum præceſsit diebus 11 hor. 0 min. 32. Si iam diſtribuerimus horas 11 dierum, quæ ſunt 264 & 32 minut. in annos 1404, extrahentur ex ſex horis ſingulorum annorum 11 minut. 18 ſecun. 17 tertia 26 quart. 9 quinta 50 ſext. Quare emendata anni quantitas conſtabit 365 diebus 48 minut. 41 ſecundi 42 tertijs 33 quart. 50 quint. 10 ſextis, cum quibus præter integras reuolutiones Aequatoris aſcendunt part. 87 minut. 10 ſecund. 26 proximè. Hæc anni longitudo nòſtri temporis obſeruationibus optimè congruit. Ad quam etiam proximè accedit ea, quæ ex ingreſsibus Solis in tropica ſigna ſupputatur. Conſtituerunt quidam in feſto natiuitatis Domini, anno 34 quo paſſus eſt, hoc eſt 25 die Decembris, obſeruatum eſſe Solis ingreſſum in punctum hyberni ſolſtitij, ſed poſt annos 1474 alij eiuſdem ſolſtitij tempus 13 die Decembris contigiſſe obſeruarunt. Interſtitium temporis, quo Sol in annis 1440 eandem partem præoccupauit, 12 dierum numeratur. Si igitur in annos 1440 tantum temporis partiamur, conſurgent præciſè 12 minuta ex 6 horis ſingulis annis ſubducenda. & ſi ex annis 120 ſiue 30 biſextis vnus intermitteretur, perfectum anni tempus 365 dierum & 48 ſcrupul. relinqueretur, quod antegreſſæ obſeruationi maximè propinquum eſt. Hinc motus Solis ad noſtra tempora correctiſsimè inſtitueretur. Sed ex aſſumpta priore anni quantitate, quæ maximè veritati conſentanea videtur, conſtruxit Cardanus duas tabulas, quarum vna eſt reuolutionum annorum, altera aſcendentium, ſiue horoſcoporum.

Tabula reuolutionum annorum. Tabula aſcendentium annorum.

		D.	H.	M.	S.		P.	M.	S.	
1	P. B.	A. 0	5	48	41		87	10	26	1
2		A. 0	11	37	23		174	20	53	2
3		M. 0	6	33	54		261	31	20	3
1		A. 0	5	48	41		348	41	47	4
2	P. B.	M. 0	12	22	36		75	52	14	5
3		M. 0	6	33	54		163	2	41	6
1		M. 0	18	11	18		250	13	8	7
2		M. 0	12	22	36		337	23	35	8
3	P. B.	M. 0	6	33	54		64	34	2	9
1	B.	A. 0	5	48	41		151	44	29	10
2		A. 0	11	37	23		303	28	58	20
3		A. 0	17	26	6		95	13	27	30
4		M. 0	0	45	12		246	57	56	40
8		M. 0	1	30	25		38	42	25	50
12		M. 0	2	15	38		190	26	54	60
16		M. 0	3	0	51		342	11	23	70
20		M. 0	3	46	4		133	55	52	80
40		M. 0	7	32	8		285	40	21	90
60		M. 0	11	18	12		77	24	51	100
80		M. 0	15	4	16		154	49	42	200
100		M. 0	18	50	20		232	14	33	300
200		M. 1	13	40	40		309	39	24	400
300		M. 2	8	31	1		27	4	15	500
400		M. 3	3	21	20		54	8	31	1000
500		M. 3	22	11	41		108	17	2	2000
1000		M. 7	20	23	25		162	25	34	3000
2000		M. 15	16	46	51		216	34	5	4000
3000		M. 23	13	10	17		270	42	36	5000
4000		M. 31	9	33	43		181	25	13	10000
5000		M. 39	5	57	9					
10000		M. 78	11	54	19					

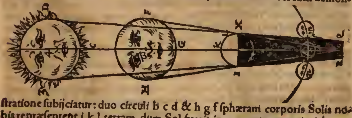
Harum tabularum vſum ſequentibus exemplis explicat. Anno 1396 natus eſt præſtantiſsimus vir Franciſcus Philelphus die 24 Iulij, horis 6, minut. 50 à meridie, mortuus verò anno 1481, vnde totius vitæ tempus fuit 83 annorũ. Iam ex his tabulis inuenietur tempus reuolutionis anni, quo mortuus eſt, & quotus Aequatoris gradus cum horoſcopo aſcẽderit. E regione 80 partium numerantur horæ 15, minut. 4, ſecun. 16, & cum ſuperſint adhuc tres, & genituræ annus ſit ſecundus poſt biſextum, ex minori tabula, vbi eſt P. B. 2 capiantur horæ 6, minut. 33, ſecund. 54, quibus omnibus coniunctis, exurgent horæ 21, minut. 38, ſecun. 10 ex tempore genituræ auferendæ. Quare reuolutionis tempus erat die 24 Iulij anni 1481 horis 2, minut, 22, poſt Solis ortum. In ſecunda tabula annis 80 adiacent partes 133, min. 55, ſecun. 52, & tribus reſpondent 261 part, minut. 31, ſecund. 20: ex his coniunctis ſi ſubduxeris totum circulum

culum,reſtabunt part.35,min.27, ſecund.12,horoſcopi aſcenſioni adijciendæ. Secundum exemplum geneſeos ſit Gualterij Corbettæ, qui natus eſt anno 1495,die Iunij tertio,hora 12 horologij. Annus reuolutionis, in quo vita defunctus eſt:nempe 1535,ætatis 42 erat. E regione 40 annorum inueniuntur horæ 7,minut.32,8 ſecund.& cum annus natiuitatis ſit tertius poſt biſextum in tabula, vbi P.B ad 3 ponitur,reſpondent reliquis duobus annis, horæ 12, minut.22, ſecund.36. His omnibus collectis, prodeunt horæ 19, minut. 54, ſecund.44,ex propoſito genituræ tempore tollendæ. Iterum in altera tabula è directo annorum 40,habentur part. 246, minut. 57, ſecund. 56, reliquis duobus adhærent part.174,ſcrupul.20, ſecun.53. Ex his omnibus tollatur circulus integer,& remanebunt part.61,minut.18,ſecund.49,quibus ſi adijciantur partes horoſcopi exurgent part. 140, minut. 30, cum quibus prima Virginis Eclipticæ pars, in qua tunc temporis Saturni corpus reſidebat, aſcendit. Vnde factum eſt, vt eo anno cooperante directione violentiſsima hæmoptoi occubuerit.

PROPOSITIO XII.

Ratio obſeruandi quolibet tempore apparentes luminarium diametros.

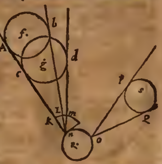
MAxime ad Eclipſium dimenſiones rectè inſtituendas obſeruatio, cognitioq; diametrorum Solis & Lunę diuerſis temporibus apparentium requiritur. Nam pro ratione conſpectarum dimetientium quantitatem diſtantiæ,horum planetarum à terræ centro,item vmbræ terræ,& Eclipſium magnitudines increſcere aut deficere oportebit: id quod in Optica ſcientia eruditè artifices demonſtrarunt. Nam cum duo corpora,quorum minus lumen à maiori recipit,propiùs inter ſe conuenerint,neceſſe eſt illius maiorem partem huius radijs illuminari, & vmbræ quantitatem pro ratione acceſſus decreſcere. Quod cum ita ſit,manifeſtum eſt Lunæ Eclipſes, cum Sol oppoſitum abſidis occupauerit,longè minores fieri, quàm eo in ſummo eccentrici faſtigio exiſtente:etiam coitus tempore maiorem Lunæ portionem, quàm oppoſitionis à Sole illuſtrari. At maioris euidentiæ cauſa, ſchema huius rei cum demon-



ſtratione ſubijciatur: duo circuli b c d & h g f ſphæram corporis Solis nobis repræſentent,i k l terram, dum Sol fuerit in a, nempe remotiori à terra loco,proijcitur vmbra i r x q,ſed dum propius acceſſerit in w, efficitur vmbra i p o x,quam manifeſtè conſtat minorem eſſe priore. Lunæ corpus ſit m & n, quæ dum fuerit in m,primam vmbræ maioris partem attingit, in n iterum ab eadem egreditur. At ſi fingamus maiorem vmbram ablatam, circa centrum tamen, quod eſt in medio n m,minoris vmbræ deſcriptum circulum, erit etiam ille minor priori. Siue igitur tranſiret Luna per vmbrarũ centrum,ſiue per ſimiles arcus,defectus eius nihilominus inęquales eſſent. Cuius rei non eſt alia cauſa,niſi inęqualitas circumferentiarũ vmbrę,per quam Luna Eclipſis tẽpore trãſit. Hic Solis & Lunæ ad terræ centrũ acceſſus,& ab eodem

receſſus nobis cauſas aperit, cur diuerſis temporibus non eiuſdem quantitatis appareant, ſed intra dies aliquot qualemcunq; magnitudinis differentiam ſortiantur. Nam, ſicut in Optica diſciplina demonſtratur, eadem corpora ſub maioribus angulis aſpectui oblata, apparent maiora, ſub minoribus minora. Iam verò quantò corpus aliquod propiùs nobis fuerit, tantò etiã pyramidis, quàm ab extremitatibus ſuperficiei apparentis lineæ in oculum concurrentes conſtituunt baſin maiorem fieri, & ſub maiori angulo videri oportebit. Hinc veteres Aſtronomi concluſerunt Solis corpus in excentrico circulo, aut in epicyclo concentrico immerſo, cuius dimetientis ſemiſsis ſit æqualis diſtantiæ inter centra mundi & excentrici interceptæ, totius anni ſpatio circumuolui. Huius excentrici abſidem, ſiue ſummum à terra faſtigium noſtro tempore diligentes motuum inquiſitores, in primam Cancri partem & 40 ſcr. progreſſam eſſe deprehenderunt. In quo loco Solis dimetiẽtem omnium minimam apparere neceſſe eſt. Ex hoc puncto paulatim deſcendens, propiùs ad mundi centrum deflectit, & pro acceſſus quantitate apparẽs diameter vſq; ad abſidis oppoſitam partem, in qua maxima videtur, incrementum aſſumit. Quare ſi Lunæ eclipſis contingat, Sole in prima Cancri parte, & 40 ſcrup. exiſtente, neceſſariò maximam terra vmbram proijceret, & maiorem, quàm alijs in locis, luminis Solis portionem ipſi Lunæ eriperet: ſed in oppoſita parte contrariũ eueniret. Quoties autem Sol aliàs Eclipticæ partes peragrat, pro quantitate diſtantiæ ipſius à terræ centro, eiuſdem & terreſtris vmbræ dimetientes mutantur. Ex eadem etiam cauſa euenire neceſſarium eſt, vt Lunæ à terra diſtantia non ſemper eadem maneat. Quare Hipparchus ante Ptolemæi tempora ad hypotheſes Lunæ motus, concentricum & epicyclum aſſumpſit. Nam cum in abſide epicycli eſſet, minor apparebat, ac remotior erat, in oppoſito verò maior, quia propiùs ipſi terræ imminebat. Poſt quem Ptolemæus Alexandrinus, cum ſuis obſeruationibus rationem motus Hipparchi claudicare deprehendiſſet, excentricum Lunæ cum epicyclo ſtatuere coactus eſt. Nam quoties à Sole quadratis radijs contingeretur, maximam inter medium & verum Lunæ motum differentiam deprehendit. Vnde concluſit centrum epicycli tempore quadraturæ propiùs ad terram, quàm in coitu, aut oppoſitione Solis accedere, & epicyclum omnino in excentrico circumuolui. Diſtantiam verò inter cẽtrum mundi & excentrici 10 part. 19 minut. inuenit. Hanc quidem orbium conſtitutionem & centrorum diſtantias Ptolemæi tempore cum experimentis obſeruationum conſenſiſſe credendum eſt: at noſtro ſeculo, cum tãtum temporis ſit elapſum, hanc Lunæ motus cõſtitutionem peritiſsimi artifices cum apparentijs minimè congruere deprehenderunt. Primus omnium Ioannes Regiomontanus lib. 5 Epitomes, cap. 22 hoc animaduertit, quãuis nihil conſtituerit immutandum eſſe. Quem ſecutus Nicolaus Copernicus, hanc veterem Lunę Theoriam firmiſsimis argumentis impugnauit, atq; longè aliam noſtri temporis obſeruationibus conſentientem exquiſitè demonſtrauit. Gemma Friſius de Matheſeos ſtudijs optimè meritus, ſuas obſeruationes cum numeris tabularum cõferens, 20 minut. eas à ſcopo aberrare deprehendit. Scribit enim ſe anno 1542 15 die Decembris ſub noctem Lunæ dimetientem 30 tantum ſcrupul. obſeruaſſe, quæ niſi veteres Theoriæ fallerent 50 ſcrupul. fuiſſet. Nam circa proximam terræ circuli ſui partem ipſam verſari tabularum numerus indicabat, ita vt ab ipſo terræ centro 39 partibus diſtitiſſet, quantis aliâs 65 abeſt. Quare ſub maiori angulo neceſſariò ſecundum Opticæ demõſtrationis rationem apparuiſſet. Conſequitur etiam ex communi & veteri Lunæ Theoria tempore quadraturæ, quando nimirum dimidia aut διχότομος eſt, dimetientem ipſius duplo maiorem, quàm coniunctionis aut oppoſitionis tempore apparituram: cum tamen

men vniuerſalis omnium temporum experientia manifeſtè huic repugnet hypotheſi. Hanc quidam, vt manifeſta defendant mēdacia, ſic illudere tentant, vt aeris, per quem rerū imagines in oculos deferuntur, craſsiores interdum vapores viſum fallere reſpondeant. At ne quis exiſtimet eundem errorem etiam in obſeruationibus per inſtrumenta quantumuis magna factis nobis obrepere, cum & iterum Lunam in horizonte lumine plenam cōſpexeris, & poſtea iterū cum ad cæli culmen aſcenderit, ipſius diametrū per Quadrātem metiaris, & ſi duas has obſeruationes nullo diſcrepare minuto videris, aeris craſsitudinē nihil hinc rei impedimenti attuliſſe noueris. Neq; tamen negari poteſt craſsiora in aere denſiori rerū ſimulachra, ac ob id maiora videri, vt etiam ſtellarum diſtantiæ, item luminarium dimetientes circa horizōtem maiores, quàm in meridie apparent, ſed obſeruationes, quæ per inſtrumenta quantumuis magna fiunt, hanc apparentiarum diuerſitatem non admittunt. Hanc vtiliſsimam ac neceſſariam admonitionem huic loco interſerendam eſſe putaui, ne ſtudioſa iuuentus tabulis duntaxat contenta, in errorem dilaberetur. Vt autem ad rem ipſam accedamus, ſcire licet, veteres Aſtrorum obſeruatores multiplices rationes ac modos apparentes luminarium dimetientes obſeruādi excogitaſſe. Alij enim per Aſtrolabium, alij ſicut eſt videre apud Ptolemæum lib. 5 τῆς μεγάλης συντάξεως, δι᾽ ὑδρομετριῶν, id eſt aquaticas dimēſiones, quas per clepſydras factas eſſe cōſtat, alij per tempora Aequinoctia, vt Proclus & Cleomedes ſcribunt, Solis & Lunæ diametros obſeruabant. His tamen omnibus modis, quia inconſtantes & fallaces deprehenſi ſunt, repudiatis, Claudius Ptolemæus artificum Aſtronomiæ princeps, Dioptram Hipparchi, quam Proclus in Aſtronomicis hypotheſibus, & Theon Alexandrinus in Commentarijs ſuis, ex regula quatuor cubitorum, cum duobus ſpecillis fabricare docent, ad has obſeruationes prætulit: Quas nos etiam æquè certò ac expeditè per Quadrantem fieri poſſe edocebimus. Quoties igitur alterius luminaris dimetientem metiri volueris, inſtrumenti centro oculo applicato, notentur partes circumferentiæ in Quadrante, per quas radij viſus exactè Solis aut Lunę apparentes extremitates comprehendant: nam harum diſtantiæ angulum, ſub quo Sol, aut Luna apparuerit, extemplo patefaciet. Vt autem res ipſa diſcentibus euidentiùs innoteſcat, ex r centro deſignemus circumferentiam terreſtrem n o ac conſtituamus primùm ſphæram Solis in remotiorem f locum, deinde in g propiorem. Igitur in loco n per inſtrumentum Solem obſeruāti in f, cum viſus radij contingant eum in a & b punctis, offertur in Quadrante ſegmentum k l. Sed in g Sole conſtituto, cum à radijs viſiuis attingatur in c & d, efficitur ſegmentùm apparentiæ k m, quod maius eſt k l. Eadem ratione ſi Lunam collocemus in s, quàm ſanè faciliùs obſeruare licet, intuentibus eam ex o ſigno innoteſcit angulus p o q. His obſeruationibus ſi frequenter vſi fuerimus, quantum hypotheſes cum apparentijs congruant, aut ab iiſdem diſſentiant, exactiùs indicare licebit.

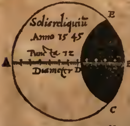


PROPOSITIO XIII.

Qua ratione metiamur Eclipſium magnitudines.

OPtimo ordine conſequitur, vt cum proximè rationem dimetiendi Solis ac Lunæ apparentes diametros explicauerimus, modum, quo & facilli-

mè & certiſsimè magnitudines defectuum horum planetarum obſeruari poſ
ſint, hic deſcribamus. Cuius rei tractatione ſanè vix alia in tota Aſtronomia
veritatis amantibus ingenijs iucundior eſſe poteſt. Solæ certiſsimæ & admira
biles Eclipſiũ prędictiones ab artificibus multis retrò ſeculis ac diu antè quàm
euenerint deſcriptæ, apud rudiorem plebeculam Aſtronomicæ ſcientię fidem
pepererunt. Verum noſtri inſtituti hic non eſt, vt quibus rationibus futuri lu-
minarium defectus artificioſè ſupputentur, explicemus. Etenim ſatis copioſè
& eruditè ab alijs artificibus hæc res eſt pertractata, cuius ſapientiæ amore, ſi
quis accendatur, Ptolemæi μεγάλην σύνταξιν, item tabulas Prutenicas Eraſmi
Rheinoldi Salueldenſis, aut Georgij Peurbachij diligenter euoluat. Inter om-
nes verò nullas emendatiores, & quæ experimentis melius conſentiant habe
mus, quàm Nicolai Copernici artificis ad miraculum vſq; in ſcientia motuum
cæleſtium excellentis. Hic enim ſuas obſeruationes, cum antiquorum artificũ
ſcriptis conferens, ex elapſo longioris temporis ſpatio plurima nobis emenda
uit, quæ veteres propter tẽporis anguſtiam nullo modo deprehendere potue
runt. Poſt hunc proximè correctiſsimas motuum tabulas inſignis vir Ioãnes
Vernerus Norimbergenſis conſtruxit. Sed regis Alphonſij, Ioannis Stophleri
ni, etiam Purbachij tabulæ, tum in tempore, tum in magnitudine deliquiorũ
ſupputandis non parum à ſcopo aberrant. Age igitur, ſi placuerit experiri, aut
examinare, quiſnam ex omnibus proximè ad rei veritatẽ accedat, & experien-
tiæ congruentem calculum exhibeat, cum paulò antè deliquij tempus, per mo
dum præcedentis propoſitionis alterius luminarium, cuius Eclipſis futura ſit,
diametrum diligenter obſeruaueris, & tempus quo maxima planetæ pars ob-
ſcuratur, notaueris, ſæpius reliquam portionem deliquij expertem à medio cir
cumferentiæ in partem oppoſitam accuratè per Quadrantẽ dimetiaris. Quòd
ſi tum totius dimetientis & vltimò cõſpectę partis magnitudines inter ſe con-
tuleris, facilè deficientis luminaris vnciæ, aut ſectiones duodecimæ appare-
bunt. Subductis enim partibus poſterioris obſeruationis ex tota dimetiente
ſectiones obſcuratæ partis reſtabunt. Quæ fuerit hic ratio totius dimetiẽtis ad
portionem deliquio affectam, ea erit 12 partium æqualium ad digitos (vt vo-
cant) Eclipticos. Multiplices ergo quantitatem minutorum Eclipſeos per 12
& productum numerum in totam partiaris diametrum, hinc exibunt vnciæ
Eclipticæ, ſiue ſectiones 12. Si aliqua fragmenta poſt diuiſionem reſtiterint,
per 60 multiplicentur, & productum per eandem diametrũ diuidatur. Exem



pli gratia, ſit Eclipſis Solis, quam Gẽma Friſius
Louanij anno 1545 obſeruauit b d c apparens
Solis diameter a e, quàm 31 min. conſtare de-
prehendit: medio autem deliquij tempore pars
reliqua adhuc conſpicua a d fuit minut. 19, igi-
tur altera portio quæ eſt Eclipſeos d e conſtat
minut. 12. Fingamus iam totam a e diſtributam
eſſe in ſectiones 12 æquales, quas vncias Ecli-
pticas appellant, ex quo debeamus ratiocinari
quot vncias complectatur d e. Ductis 12 min.
in 12 vncias, exurgunt 144, quæ diuiſæ per 31
producunt 4 vncias, & $\frac{20}{31}$. Hæc fragmenta conſtituũt ſcrup. 38, ſecun. 39, tert.
21 &c. In reliquis eadem metiendi ratio obſeruatur. In Luna etiam ſine calcu-
latione defectus vnciæ facilè deprehendi poſſunt. Si enim in plano ductam li-
neam ſecundum obſeruatam totius dimetientis minutorum multitudinem,
primùm in partes æquales ſecueris, & obſcuratæ partis magnitudinem nota-
ueris, iterum totam diametrũ in partes 12 æquales partiaris, ibi deliquij vncię
manifeſtè

manifeſtè apparebunt. Interim hîc ſilentio prætereundum nõ eſt difficultatem
non mediocrem in obſeruatione, tam Solis diametri, quàm deliquij oboriri
poſſe. Niſi enim propè horizontem conſtiterit, aut radij ipſius raris nubibus,
aut vaporibus debilitentur, certum eſt oculos tanti luminis ſplendorem ferre
non poſſe. In huiuſcemodi caſu Eraſmns Reinholdus Salueldenſis in Cõmen-
tarijs, quos in Peurbachij Theoricas conſcripſit, ingenioſiſsimè aliam rationẽ
excogitauit, qua tam exquiſitè, ac ſi ipſi in cælo coram adeſſemus, abſq; vlla vi-
ſus offenſione deliquij magnitudinem metiri licet, in hunc modum. Paulò an-
tè Eclipſeos tempus clauſis omnibus ferè cubiculi feneſtris per rotundum ali-
quod foramen in tabellam planam tranſmiſſum Solis lumen excipitur, cuius
ſchema creta, aut carbone circumſcribitur iterum medio deliquij tempore ta-
bella æquali ſpatio à foramine remota, reliqua luminis pars notatur. poſtea du-
ctam per mediam figuram diametrum in 12 æquales ſectiones diuidimus, &
extemplò erepti luminis vnciæ conſpiciuntur. Noueris autem cùm in cælo ſu-
perior Solis pars defectum patitur, in tabula inferiorem luminis portionem
ablatam videri, & è conuerſo, vt in Optica diſciplina eruditè demonſtratũ eſt.



Schema Solis ſit d e f, ta-
bula a b c, per cuius b fo-
ramen antè Eclipſis initiũ
tranſmittantur radij d f, &
l g, ſed cum maxima Solis
obſcuratio apparet, tan-
tùm radij d k, & f h cum
intermedijs videntur, cir-
culus luminis in tabula ex-
ceptus, g h i k, cuius ar-
cus i g h, ſimilis eſt f e l, &
angulus g b h, ęqualis f b
l per 15 primi Elemento-
rum Euclidis. Quare ma-
nifeſtè hîc apparet, cùm
Solis inferior pars Ecli-
pſin patiatur, quare exce-
pto lumini ſuperior adem-
pta videatur. Tandem ſe-
cta diametro luminis g k
in 12 portiones æquales, g r ſegmentum vncias defectus indicabit. Hac ob-
ſeruandi ratione ſcribit Gemma Friſius ſe anno 1544 Louanij Solis Eclipſin
10 vnciarum deprehendiſſe, cum medium tempus defectus nono Calendas
Februarias, hora 8 minut. 53 plus minus antè medium diem eſſet. Apparebat
etiam contra cõmunium tabularum calculandi modum inferioris Solis partis
defectus. Ex huiuſcemodi deliquiorum obſeruationibus plurima in tabulis
motuum cæleſtium deprauata artifices emendare poſſunt. Ac regionum lon-
gitudines exquiſitè hinc deprehenduntur. Quantas præterea vtilitates adfe-
rant, nemo ſatis explicare poteſt. Si tandem hîc ſtudioſis Aſtronomicis, qui-
bus demõſtrationibus artifices Eclipſium dimenſionibus adiuti, Solis, Lunę,
& terræ Sphærarum magnitudines ratiocinentur, breuiter expoſuero, huius
tractationis finem faciam. Euidentiſsimis demonſtrationibus conſtat motuũ
cæleſtium exploratoribus maximam Lunę à terra diſtantiam eſſe partium 64
ſcrupul. 10, qualium terræ ſemidiameter eſt vna, & Solis remotiſsimum ſpaciũ
earundem 1210 eſſe. Lunæ ſemidiameter conſtat 17 minut. 33 ſecund. Hinc ſe-

miſſem dimetientis Solis venabimur, ſi diſtantiam ipſius per ſemidiametrum Lunæ multiplicatam in partes 64' min.10 diuiſerimus, partium 5, minut. 30 de 1210. Adhæc ſi partiaris terræ ſemidiametrum in ſecunda reſolutam 3600 per minut.17, ſecund.33, inuenies qualium Lunæ diameter conſtituitur 1, taliũ terræ diametrum eſſe 3 & 24. Item diſtributis 5 part. & 30 minut. in 17 min. 32 ſecun. inuenietur Lunæ diameter à Solis diametro ſuperari 18 & 48, ſic dimetiens terræ in dimetiente Solis 5 & 30 ferè cõtinetur. Si multiplicentur iam cubicè 18,48, videbis Solem Luna maiorem 6644 & ſemiſſe ferè. iterum ſi colligatur cubus 3 & 24, prodibunt 39 & 15, ferè toties terræ Sphæra Lunam quantitate ſuperat. Vltimi numeri nempe 5 & 30 cubus ſupputatur 166,'40, 30. Quare conſtat Solem terræ molem excedere centies, ſeptuagies proximè. Si quis altius huius rei fontes perſcrutari voluerit, is quintum Magnæ Conſtructionis Ptolemæi librum, & quartum Nicolai Copernici de Reuolutionibus orbium cæleſtium non oſcitanter euoluat.

PROPOSITIO XIIII.

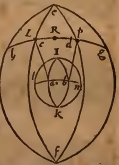
Quibus rationibus regionum longitudines explorentur.

NVlla eſt maior in tota Geographia, quàm in exquiſita longitudinis locorum inuentione difficultas. Definitur autem hæc longitudo circumferentia Aequatoris circuli inter duos Meridianos, quorum alter per inſulas Canarias tranſit, alter per locum conſtitutum procedit, intercepta. Veteres tantùm per obſeruationes Eclipſium Lunarium, quæ aut rarò eueniunt, aut cõſpiciuntur, hanc obſeruabant. Alij noſtro tempore per horologia automata, aut arenaria, quæ licet exactiſsimè conſtructa ſint, tamen nauigantibus ferè ſolis vtilia eſſe poſſunt, eandem inueſtigare tentarunt. Inter omnes modos, nullus adhuc certior inuentus eſt, quàm qui ex Lunæ motu hoc negocium abſoluit: Quem potiſsimùm Petrus Appianus in lucem produxiſſe viſus eſt. Ioannes Vernerus Norimbergenſis, Sacellanus Caroli V. qui Paraphraſes & Cõmentarios ſimul in Claudij Ptolemæi Geographiã conſcripſit, diligenter eundem explicauit. Horontius Fineus Delphinas tantùm ex applicatione Lunæ ad Meridianum circulum longitudinem inquirit. Inter omnes verò, nemo melius ac certius, quàm Gemma Friſius nobis totam huius inuentionis rationem explicauit. Nos hic etiam nullum inſtrumentum commodius huic obſeruationi per omnes modos, quàm Quadrantem adhiberi poſſe oſtendemus. Primùm igitur, quomodo ex Eclipſium obſeruationibus, longitudo loci ignota inueſtiganda ſit, proponemus. Inferius quomodo temporis minuta exactè ex obſeruatione altitudinis alicuius ſtellæ fixæ ſupra loci Finitorẽ ſupputare debeamus, explicatur. Cuius obſeruationis vſus hic maximè cum Luna primam vmbræ terræ partem ingreditur, neceſſarius eſt. Præterea oportebit tempus initij eiuſdem Eclipſis ad cognitum alicuius loci Meridianum ex tabulis exquiſitis numeratum in promptu habere. Tum ex collatione vtriuſq; temporis: nempe quod initio Eclipſeos, in tuæ obſeruationis loco reſpondeat, & quod ex tabulis ad notam longitudinem ſupputatis colligitur, longitudinis differentiam deprehendes hoc modo. Si tempus ex tabulis ſupputatum à tua obſeruatione nullo diſcrimine differre videris, indubitatò noueris vtrumq; locorum ſub eodẽ Meridiano conſtitutum eſſe: ſin minus, ſubducta minori tempore de maiori, differentia relicta in partes & ſcrupul. Aequatoris conuertenda erit, ita vt pro ſpacio vnius horæ 15 grad. & 4 ſcrupul. vnum gradum dinumeres. Et ſi compereris numerũ temporis tabularum maiorem, quàm ſit tuæ obſeruationis, manifeſtum erit hunc Meridianum minorem longitudinem, quàm illum occupare. Vnde ſubducta Meridianorum diſtantia ex vlterioris loci longitudine,

dine, quæſitum huius ab inſulis Fortunatis, ſiue Africæ promõtorio, quod Viride caput recentiores appellant, interuallum remanebit. Contrarium iudicabis, quoties tabularum tempus minus deprehenderis. Iam quò tota tractatio facilius intelligatur, ſequentes figuras adſcripſimus. Sit Meridianus per Inſulas Fortunatas d verum Occidentis punctum Tranſiẽs a g b d, a polus Antarcticus, g huic oppoſitus, Aequator circulus d g. Sint duo loca ad partem Septentrionis l m, & alia vltra Meridiem i k. Deductis iam Meridianis a k b, & a i b, vnà cum parallelis Aequatori f e & h p, manifeſtum eſt locorum k & n longitudines definiri circumferentia Aequatoris n d, cui ſimiles ſunt ſuorum parallelorum arcus m e, & k p. Sed locorum, quæ ſunt in l & i, longitudines determinat arcus d o, cui ſimiles etiam ſunt ſuorum æquidiſtantium circumferentiæ i p & l e. His intellectis ſit alterũ ſchema, e h f. in medio ſphæra terræ i l k, in qua



locus a ſit Orientalis, b Occidentalis, quorum Meridiani ſupra vertices ſint e p f & e l f, quibus in terra reſpondent i b k & i a k æquinoctialis in cælo circulus h r g, cui ſubiectus eſt per terram l b m. Iam eiuſdem obſeruati in diuerſis locis deliquij tempus, aut erit idem aut differens, ſi ęquale vtrobiq; fuerit, illa loca ſub eodem Meridiano conſiſtent, ſi inæquale diuerſas longitudines ſortiẽtur. Aut igitur fiet Eclipſis antè Meridianum vtriuſq; loci verſus Orientem, vt in h, vt Meridianus e l f propius ad locum Eclipſis accedat, quàm e p f. Quare cum ex vtroq; Eclipſi tempore conſtent arcus g h, & h l, differentia l p non latebit. Si ergo vnius innoteſcat longitudo, alterius quoq; nõ latebit. Aut poſt vtriuſq; Meridiem ad Occidentem, vt in g: atqui tum e p f Eclipſi propinquior erit, ac ſimiliter ex differẽtia temporis alterius innoteſcet longitudo inquiſita, aut inter vtrumq; apparebit, vt in r manifeſtum eſt, hinc partes ſiue diſtantias vtriuſq; Meridiani ab Eclipſis loco coniunctas: nempe l r & r p, longitudinalem, vt vocaut a & b locorum differentiam patefacere. Aut ſub alterius tantum a vel b Meridiano Eclipſis efficietur. Vtcunq; tamen res euenerit, ſemper obſeruationes in Orientalibus locis factæ, Occidentales tempore ſuperabunt. Semper enim citius ſtellę in regionibus ad Orientem ſitis ſupra horizontem emergunt, & ad cęli culmen aſcendunt, quàm in reliquis ad occaſum collocatis. Quare neceſſarium eſt temporis obſeruationes ſola ſupputatione differre, cum Luna eodem momento vniuerſo deficiat orbi. In hunc vſum propter rudiores ad Meridianum Leyſningenſem in Miſnia, qui longitudinem habet 30 grad. 20 minut. Petrus Apianus ſequentibus annis ad 70 vſq; futuras Eclipſes ſupputauit. Prima apparebit anno 1562, die 15 Iulij, horis 16, minut. 17. Secunda 1563, die 5 Iulij, hora 9, minut. 37. Tertia 1565, die 7 Martij, hora 13, minut. 51. Quarta 1566, die 28 Octobris, hora 5, minut. 8. Quinta 1567, die 17 Octobris, horis 15, minut. 6. Sexta 1569, die 2 Martij, hor. 16, minut. 58. Septima 1570, die 20 Februarij, horis 7, minut. 17. Octaua 1570, die 15 Augusti, hora 9 minut. 35. Vt autem per



exemplum rem melius intelligas, anno 1559 conſtituamus quendam obſeruaſſe Coloniæ Agrippinæ Lunæ eclipſin 16 die Septembris, hora 5, minut. 14, ſecund. 32 à meridie, eadem etiam deprehenſa eſt in Miſnia ſub Meridiano Leyſningenſi, hora 5, minut. 42, poſt meridiem eiuſdem diei. Et quia tempus hoc maius eſt, quàm Coloniæ ſit obſeruatum, ſequitur Meridianum Leyſningenſem, vlterius in Orientem tendere Colonienſi. Differentia vtriuſque temporis eſt, minut. 27, ſecund. 28. Iam 24 minut. conſtituunt 6. grad. reliqua tria minut. 45 minut. Aequatoris, & pro 28 ſecun. aſſumo 7 minut. Ex quibus omnibus collectis fiunt 6 grad. 52 minut. differētia longitudinis inter Coloniam & Leyſningum. His ſubtractis de 30 part. & 20 ſcrup. relinquitur Colonienſis longitudo 23 part. 28 ſcrupul. Iterum verſa vice cognitis vtriuſque loci longitudinibus, & quo tempore initium Eclipſis ſit alteri appariturum, quota hora & minuto reliquo ſit idem futurum ratiocinamur. Aſſumamus Eclipſin Lunæ quæ apparebit anno Domini 1570, die Auguſti 15, Leyſningenſibus quidem hora 9, minut. 35. Differentia longitudinis anteà inuenta eſt 6 part. 52, ſcrupul. Aequatoris, quibus etiam temporis interuallum 27 ſcrupul. 28, ſecun. reſpōdere inuentum: & cum ab hoc loco in Occidentem vergat Colonia, ſubducantur è minut. 35, ſcrupul. 27, ſecund. 28, reſtabunt 7 minut. 32 ſecund. Erit igitur initium Eclipſis Coloniæ, hora 9, minut. 7, ſecund. 32. His ſubiungemus rationem, qua primùm Petrus Appianus adminiculo duplicis trigoni rectanguli eaſdem locorum longitudines artificioſè ſolebat obſeruare. Quam dimetiendi rationem multò expeditiùs ac faciliùs per Quadrantem abſolui poſſe ex ſequentibus patefiet. Quoties igitur huius obſeruationis in aliquo ignoto orbis terrarum loco periculum facere volueris, cum ex dimenſione altitudinis alicuius ſtellæ fixæ certum temporis minutum deprehenderis, eodem ſtatim momento per Quadrantem Lunæ & eiuſcemodi ſtellæ, quæ nullam aut exiguam ab Ecliptica latitudinem habeat, & ſimul ipſam Lunam proximè præcedat, aut conſequatur, apparentem diſtantiam metiaris. Quo facto ex tabulis Aſtronomicis, verum Lunæ motum ad tuæ obſeruationis tempus, & eum locum, cui radices tabularum ſunt conſtitutæ, vnà cum vera eiuſdem à ſtella fixa diſtantia ſupputabis. Hoc operis cum abſolueris, minus interualli ſegmentum ſubduces de maiori, & differentiam remanentem, quæ παράλλαξις, ſiue aſpectus diuerſitas iure dici poteſt, in Lunæ motum, quem in vna hora obſeruationis tempore abſoluit, partiaris: hinc conſurget tempus, quo Luna cum prædicta ſtella coniuncta fuerit, aut coniungetur. Tandem temporis interuallum, quod ex hac ſupputatione inuentum fuerit, in partes & ſcrupulos Aequatoris ita conuerſum, vt in Eclipſeos obſeruatione explicatum eſt, pro diuerſa ratione longitudini, quàm Meridianis loci, ad quem radices tabularū ſupputatæ ſunt occupauerit, adijcies, aut ab eodem ſubduces. Nam ſi ſegmentum circuli, quo Lunam à ſtella per inſtrumētum diſtare obſeruaueris, minus extiterit, certum erit hunc locum vlterius in Orientem vergere. Quare partes & ſcrupuli inuēti cognitæ longitudini adiungantur: at ſi maius deprehenſum fuerit, contrarium iudicato. Iam ſupereſt, vt aliquo ſchemate rem euidentius lectori ob oculos conſtituamus. Secunda ratio, qua per Lunæ motum, eaſdem locorum longitudines inueſtigamus, eſt talis. Diligenter obſerues ſtellam aliquam fixam, quæ ab altera Eclipticæ parte Septentrionali, vel Auſtrina eandem cum Luna latitudinem obtineat, cuius longitudini, ſi Luna vlterius in Orientem proceſsiſſe videbitur, diſtantiā ab eadem adijcies: ſin minus, ex eiuſdem longitudine ſubduces, & verus Lunæ motus relinquetur. Quòd ſi nullam huiuſcemodi ſtellam offenderis, ex dimenſione diſtantiæ fixarum duarum à Luna eiuſdem verus locus, vnà cum temporis minuto, vt poſtea in obſeruationibus ſtellarum fixarum

rum



rum explicabimus, ex actè ſupputabis: aut ſi ſphæram ſolidam ſtellis fixis inſignitam habueris, facilius idem opus expedies. Inuento iam Zodiaci loco, in quo obſeruationis tēpore Luna fuerit, ex tabulis motuū cæleſtium ad notæ longitudinis Meridianū exquiſitè conſtructis, eiuſdem tēporis Lunę motus inueniatur. Tùm ſi nullam deprehenderis tabularum & obſeruationis in motu diſcrepantiam, ſine dubio eiuſdem Meridiani lōgitudinem vterq; locus poſsidebit. Sed ſi motus obſeruationis ſuperauerit eum, qui ex tabulis ſit collectus, neceſſariò locus hîc occidentalior erit: ſin minus, longius ad Orientem mundi plagam collocatum eſſe certò iudicabis. Dehinc vtriuſq; motus differentiam per magnitudinem motus horarij, qui ex argumenti calculo, vt communes Theoricę docent, vel ex totius diei motu craſsiori modo colligitur, diſtribuas: ita enim temporis interuallum, quo vtriuſq; loci Meridiani diſtiterint, patefiet. Hoc tempus in partes & ſcrupulos Aequatoris conuerſum, cognitæ loci longitudini, ſi hîc Occidenti propinquior fuerit, adijcietur: atſi Orientaliorem partem occupauerit, ab eadem ſubducetur, atq; ita vera tui loci longitudo innoteſcet. Maximè verò ad huius obſeruationis perfectionem neceſſarium eſt, vt παραλλάξεως Lunæ rationem habeamus, quam vel ex tabulis in eum vſum confectis, vel ex ſinibus per triangulorum Sphæricorum ſciētiam inuenire licet. Si enim negligeretur, fieri poſſet, vt in longitudine regionum metienda interdum 8 gradibus à ſcopo aberrares. Nam Luna etiam ſub Meridiano conſtituta, interdum in longitudine 17 minutorum aſpectus diuerſitatem habet, quibus plus 34 minutorum temporis reſpondent, quæ longitudinem 8 grad. & 30 ſcrupul. conficiunt. Sed ne hoc loci minus exercitatus in Matheſi lector, tanquàm in ſcopulum impingat, faciliorē modum, quo ſeſe ex hoc negocio poſſit expedire, oſtendemus. Quibus igitur παραλλάξεως ſupputatio, aut incognita, aut minus moleſta fuerit, expectent donec Lunam, circa Cancri aut Capricorni principium exiſtentem ad cæli culmen aſcendere cōſpexerint: nam nulla quæ ſentiri poſsit in longitudine Lunæ parallaxis apparebit, quia mediam Eclipticæ circumferentiæ ſupra horizontem extantis in Meridiano conſiſtat. Sed quando Luna aliorum Zodaici ſignorum partes peragrat, aut vbi μεσουρανεῖ, vel ἀμφίκυρτος apparet, locum cæli, in quo nullam aſpectus diuerſitatem ſortiatur, agnoſces per ſuſpenſum aliquod è manu perpendiculum, ſi vtrumq; Lunæ cornu eodem modo videbitur erectum. Nam tùm manifeſtè conſtabit, ipſam in nonageſimo Eclipticę gradu, qui ab aſcendente numeratur, conſiſtere. Vnde nullam aſpectus diuerſitatem in longitudine patietur. Quòd ſi cornu ſuperius ad Orientem inclinatum apparuerit, Luna inter horoſcopum & 90 partem erit, atq; tunc ἡ παράλλαξις veram longitudinē ſuperabit. Si verò idem cornu in occaſum propendere videris, 90 ab Oriente partem præterijſſe noueris. Quare cùm aſpectus diuerſitatem obſeruationis tuæ tempore cognoueris, diligenter rationem habeas in vtro Eclipticæ circumferentiæ ſupra Finito-

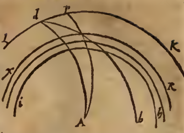
rem exiſtentis Quadrante apparuerit. Si enim Luna inter 90 partem & aſcendentem conſpexeris, τὴν παράλλαξιν ex inuenti motus longitudine ſubduces, ſin inter 90 & Occidentem eandem deprehenderis, obſeruati motus longitudinẽ cum parallaxi copulabis. Ita verum Lunæ motum conſequeris. Huius obſeruationis exemplum à Gemma Friſio annotatum habemus. Scribit ille anno poſt natum Chriſtum 1540, ptidie idus Iunij, hora 10 pomeridiana, exactè ſeſe Lunam cum ſpica Virginis primæ magnitudinis ſtella, in eadem Eclipticæ longitudinis parte coniunctam deprehendiſſe, quia vtriuſque diſtantiam ab illa, quæ in fronte Scorpij media eſt, æqualem, nempe 39 partium obſeruaſſet. Hæc etiam ſtella, quemadmodum ſpica ab Ecliptica in Auſtrum declinabat, aliâs incerta conſideratio hęc fuiſſet. Aliud huc argumentum accedebat, quod linea per apices, ſiue extremitates cornuum Lunæ ducta, recta in ſpicam extenderetur. Iam etiam per experientiam & tabulas Nicolai Copernici conſtat huius obſeruationis tempore ſpicæ locum ab Aequinoctij verni puncto 197 partibus, 29 ſcrupul. deſtitiſſe: nam in 17 grad. & 29 Libræ minuto erat. Ad eiuſdem temporis minutum ex Copernici tabulis ſupputauit, Lunæ diſtãtiam ab Aequinoctij verni puncto, quam inuenit 196 part. 48 ſcrupul. Cum iam manifeſtum ſit Lunę motum, qui Louanij per inſtrumentum deprehenſus eſt, maiorem eſſe eo, qui huic tempore Cracouiæ in Polonia reſpondebat, ſequitur Meridianum Louanienſem fortunatis inſulis propinquiorem eſſe Cracouienſi. Differentia vtriuſque motus colligitur 41 ſcrupul. Hinc per anomaliam, ſiue argumentum Lunæ, quod erat 4 ſignorum phyſicorum, 33 grad. & 5, ferè minut. colligitur horarius Lunę motus, 32 ſcrup. & ſemiſsis. Ergo 41 ſcru. Lunæ motus, conficiunt tempus 1 horę & 15 minut. quo Cracouia orientalior eſt Louanio. Et quia Alexandria orientalior, eſt Cracouia 1 hora, vt aſſerit idem Nicolaus Copernicus, colligitur Louanium ab Alexandria in occaſum tendere hor. 2 & quadrante, qui efficit tres partes cum dodrante, quę ablatę ab Alexandrię longitudine, quę eſt 60 part. 30 ſcrup. relinquunt Louanij longitudinem 26 partium cum dodrante. Hæc in longioribus diſtantijs locorum longitudines inueniendi certiſsima, quę haberi poteſt, ratio eſt.

PROPOSITIO XV.

De Lunæ parallaxi, quam Latini aſpectus diuerſitatem uocant.

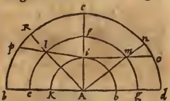
CVm in antegreſſa propoſitione ad veri Lunæ motus obſeruationem τῆς παραλλάξεως cognitionem neceſſariam eſſe oſtenderimus, viſum eſt hîc copioſius, & quid illa ſit, & quomodo ab artificibus obſeruata ſit, explicare. Eſt autem parallaxis alia longitudinis, alia latitudinis. Parallaxis longitudinis eſt circumferentia Eclipticæ inter duos maximos circulos, quorum vnus per polos Eclipticæ & locum ſtellæ verum procedit, alter per eoſdem polos & locũ ſtellæ apparentem, intercepta. Sed diuerſitas aſpectus latitudinis eſt arcus magni circuli per polos Zodiaci tranſeuntis concluſus inter duos alios circulos Eclipticæ æquidiſtantes, quorum vnus per locum ſtellæ verum ducitur, alter per locum eius viſum. Porrò, inquit Purbachius, id quod de his circulis Eclipticę æquidiſtantibus intercipitur, inter circulôs magnos per polos Zodiaci tranſeuntes, ſimile eſt diuerſitati aſpectus in longitudinem. Vnde fit, vt diuerſitas aſpectus ſit quaſi linea diagonalis eius quadranguli, cuius latera ſunt diuerſitates aſpectus in longitudine & latitudine. Vt autem faciliùs tota res intelligatur, ſequens ſchema hîc ſubiecimus. Sit Ecliptica h g i, h principium Arietis, punctum a polus Eclipticæ, b ſignum κατὰ κορυφήν, c locus planetę verus: nempe Solis aut Lunæ, d locus apparens. Per hæc duo loca ex puncto verticis b ducatur circumferentia magni circuli b c d: cum ergo d punctum repræſentans

præſentans locum ſtellæ apparentem longius diſtet, tam ab h Arietis principio, quàm ab Eclipticæ puncto c, dicetur parallaxis Zodiaci in longitudine & latitudine. Quare circumferentia e c, vel d p erit parallaxis longitudinis, & d e vel p c latitudinis. In Ecliptica verò f g arcus, qui e c & d p arcubus ſimilis eſt, longitudinis differentiam oſtendet: quia omnes ſuper ijſdem polis ſint deſcripti.



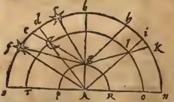
Hinc manifeſtum eſt, longitudinis parallaxin ſemper terminari duobus circulis per Zodaici polos diductis, quorum alter per ſtellæ centrum: nempe verum locum procedit, alter per locum conſpectũ ſiue apparentem. Sed diuerſitas aſpectus latitudinis, concluditur inter duos circulos Eclipticæ parallelos, vt ſunt r c x, & k p l. Porrò in hac parallaxeon tractatione diligenter obſeruãdum eſt, nullam in longitudine aſpectus diuerſitatem apparere, quoties ſtella ſupra verticem conſtituta fuerit, aut in nonageſimo ab aſcendente gradu. Quoties igitur ſtella inter nonageſimum Eclipticę gradum, & orientem fuerit, dicetur parallaxis Orientalis, ſed cùm inter eũdem & Occidentem apparuerit, Occidentalem appell abis. Cauſę verò huius παραλλάξεως in Luna & Sole euidentes ſunt, quòd terræ ſemidiameter ad diſtãtiam Solis & Lunæ, quæ omnium ſtellarum ſine dubio terræ proxima eſt, ſatis manifeſtam habeat rationem, quæ tamen in ſuperioribus planetis & ſtellis fixis non ita facilè ſenſu deprehendi poteſt. Neceſſarium eſt igitur, vt ex terræ ſuperficie obſeruatus Lunæ motus ab eo, qui ex centro deprehenderetur, aliquo diſcrimine diſsideat, niſi ipſa omnino vertici immineat. Diſtantia verò ſuperficiei terræ à ſuo centro ab artificibus deprehenſa eſt 859 & $\frac{1}{11}$ miliarium Germanicorum, quibus reſpondent Italica 6872. Supputationes tamen ex Aſtronomicis tabulis factę nobis ita planetarum motus exhibent, ac ſi in terrę centro conſiſteremus omnes. Ex ſequenti figura manifeſtius hæc intelligẽtur.

Circulus ſuperficiei terrę ſit k i h, ex a centro deſcriptus, e f g circulus altitudinis Lunæ, b c d circulus, in quo Lunæ παράλλαξις obſeruatur: hi omnes ſingantur eſſe in plano eius circuli, qui per horizontis polos procedit, locus verticis ſit c, ex i. obſeruetur Luna primum in m, deinde in l. Ex centro terræ a ducta linea per m, incidit in n, ſed ex i per n in o. Quare aſpectus diuerſitas erit n o. Eodem modo linea ex a per l tranſiens in r incidet, ſed ex i per l in p extendetur. Si autem Luna conſpiceretur in f, nullam aſpectus diuerſitatem fore manifeſtum eſt.



His explicatis, qua ratione artifices parallaxeos magnitudinem experiantur, oſtendemus. Cum Luna circa punctum Tropici Cancri vel Capricorni fuerit, & in maxima ſua latitudine, obſerues eius, cum ad cæli medium aſcẽderit, altitudinem ſupra horizontem, qua ex nonaginta partibus ſubtracta, diſtantia à vertice remanebit. Ad eiuſdem temporis momentum ex verò Lunę motu exactè ſupputato, ipſius ab Ecliptica latitudo, & deinceps declinatio inquiratur, ex quibus innoteſcet circumferentia, qua verè à vertice reſpectu mundi centri diſtiterit. Dehinc cum ſubduxeris minorem numerum de maiori, parallaxis

inquiſita reſtabit. Exemplum huius obſeruationis Claudius Ptolemæus nobis tale reliquit. Alexandriæ, quæ in Aegypto olim celeberrima vrbs erat, vbi poli eleuatio eſt 30 part. 58 minut. Lunæ παράλλαξιν obſeruauit, cum circa tropicum hybernum, nempe in 3 parte, & 9 minut. Capricorni verſaretur, quo tempore nonageſimus ab horoſcopo gradus vix aliquam ſenſui manifeſtam à Meridiano diſtantiam habebat. Luna ferè maximam verſus Septentrionem latitudinem conſecuta erat, quam inuenit 4 part. 49 ſcrupul. Declinatio loci Lunæ, nempe tertij gradus & 9 minut. Capricorni, erat tunc temporis 23 partiū 49 ſcrupul. Dimenſus eſt per ſuas regulas diſtantiam Lunæ à vertice 50 part. 55 minut. Vnde aſpectus diuerſitatem hoc modo deprehendit. Complementum altitudinis poli, ſiue eleuatio Aequatoris, ſi ſubduxeris 30 part. 58 ſcrup. ex Quadrante circuli, relinquitur 59 grad. 2 minut. ex quibus ſi tollas declinationem loci Lunæ, reſtāt 35 part. 13 ſcrupul. quibus ſi coniungas latitudinem Lunæ, conſurgent 40 part. & 12 ſcrup. Tanta ſcilicet erat vera Lunę ſupra horizontem altitudo, quæ nonaginta partibus adempta, reſtituit 49 part. & 48 ſcrup. quæ vera à vertice diſtantia erat. Et quia hæc minor eſt 50 part. 55 ſcru. per regulas obſeruatis, ab ijſdem ſublata, reddit 1 part. & 7 ſcrupul. pro eius temporis Lunæ παράλλαξι. Cæterùm alia quoq; ratione licet eaſdem Lunæ parallaxes explorare. Obſerues diligenter, cum Luna circa punctum Capricorni fuerit, ipſam cum aliqua ſtellarum fixarum ad cæli culmen aſcendentem, eodem momento per Quadrantem eiuſdem & ſtellæ fixæ interuallum, ſiue ſegmentum dimetiaris. Cognoſcas etiam eiuſdem ſtellæ Lunæ ex tabulis declinationem ab orbe medio, & ſi vtraq; declinatio fuerit Auſtrina, vel Borea, ſubtracta minori de maiori, vera earum diſtantia relinquetur. Sed ſi altera harum ab Aequatore vergat in Auſtrum, altera in Septentrionem, vtriuſq; declinationem coniungas, & hac ratione veram etiam diſtantiā habebis. Quanta hæc fuerit maior aut minor ſegmento priùs obſeruato, tantam eo tempore Lunæ aſpectus diuerſitatem eſſe noueris. Experieris etiam ſi Luna longius quàm ſtella in Septentrionem declinet, diſtantiam vtriuſq; apparentem minorem, quàm vera ſit, futuram, ſed ſi auſtralior quam ſtella fuerit, apparentis interualli ſegmentum, veram diſtantiam ſuperabit. Supereſt nunc, vt ſequenti ſchemate



ſecundū parallaxeos obſeruandæ modum euidentius explicemus, & qua ratione ex eadē parallaxi Lunę à terræ centro diſtantia inueniatur, expediamus. Sit terræ ſemicirculus p g r ex a centro deſcriptus, Lunæ circulus t l o, circulus in quo parallaxis obſeruatur g b n, ad quem terra puncti rationem obtineat, b locus verticis, ſiue polus horizontis, f & c duæ ſtellę fixæ, ☾. Luna, cuius parallaxis ex g puncto deprehenditur e d, lineæ a f & a d includentes ſegmentum f d veram Lunæ & inferioris ſtellæ diſtantiam repræſentant, quam calculo ex tabulis inuenire oportebit, ſed g f & g e lineæ comprehendentes ſegmentum e f apparentem Lunæ, & eiuſdem ſtellæ diſtantiam patefaciunt: & quia Luna eſt ſuperior f, ſegmentum e f minus eſt quàm ſit f d. Subducto igitur arcu f e ex f d parallaxis e d innoteſcit. Iterum lineæ ex centro mundi ductæ a d & a c complectentes ſegmentum d c, verùm Lunæ & ſuperioris ſtellæ interuallum aperiunt. Et quia Luna eſt inferior ſtella c, apparens diſtantia, quæ per inſtrumentum obſeruatur, nempe e c, maior eſt vera. Subtracto igitur d c ſegmento ex e c, iterum eadem remanebit παράλλαξις e d. Sequitur iam, vt ex obſer-

uatione

uatione Ptolemæi ſuperius deſcripta, quanta eo temporis momento Lunæ à terræ centro & ſuperficie fuerit diſtantia ratione Geometrica & Arithmetica ob oculos conſtituamus. Fuerit igitur, exempli gratia, Luna eo tempore in l, cuius παραλλάξεως ſegmentum i k conſtituat. Linea a l i verum Lunæ locum oſtendat, erit hic vera Lunæ à vertice diſtantia b i, quæ inuenta eſt 49 partiũ, 48 ſcrupul. Sed apparens per regulas obſeruata, erat b k. Hinc inueſtiganda nobis erit linea l a, in quam ex g perpendicularis ducatur g m. Circumferentia i k anteà ex obſeruatione oblata erat 1 partis, 7 ſcrupul. quarum totus circulus habet 360. Sinus rectus huius arcus eſt 1948, cum ſinus maximus conſtituitur 100000. Cum aũt arcus h k ſenſui oblatus, vix ſit maior i k, erit angulus h g k vnius grad. & 7 minut. cui per 29 primi elementorum Euclidis æqualis eſt angulus g l m. Erit ergo linea g m reſpectu huius anguli 1948. Et cum l g m ſit trigonus rectangulus ſubducto arcu 1 grad. & 7 minut. ex 90, reſtat angulus m g l 88 part. 53 ſcrupul. cuius ſinus rectus eſt 99981, nempe l m. Prǫterea vera Lunæ à vertice diſtantia erat 49 part. 48 ſcrupul. Hinc angulus g a m innoteſcit, cuius complementum 40 part. 12 ſcrupul. conſtituit angulum a g m. Huius ſinus rectus eſt 64545, quo definitur quantitas lineæ a m. Hinc altera g m conſtituitur 76379. Eſt igitur ſemiſsis dimetientis terræ rectum angulum a m g ſubtendens 100000. Hoc conſtituto, per ratiocinationẽ regulæ proportionis colligemus quantitatẽ lineę l m. Diſpoſitis ergo numeris in hunc modum 1948, 76379. 99981, ſi ſecundum in tertiũ multiplicatum partiamur in primum, exorientur partes 3920148 quibus abſoluitur linea l m. Ex coniunctis igitur a m & l m conſurgit tota a l. Paulò antè conſtituta eſt a m 64545. Quare tota a l eſt 3984693 part. quantas a g 100000 complectitur. Quòd ſi hinc ſcire velis, quot partes contineat a l, quarum a g eſt vna, partiaris 3984693 in 100000. Hinc emergunt part. 39 ac ſuperſunt fragmenta 84693, quæ faciunt 50 ſcrupulos. Porrò ex menſura dimetientis terræ, de 100000 qua poſtea ſcribemus, quot miliaria Germanica vel Italica, hæ partes conficianr, facillimè ſupputare licet.

PROPOSITIO XVI.

Qua ratione ex obſeruata quolibet tempore Solis ſupra horizontem altitudine certum temporis minutum ſupputari poſsit.

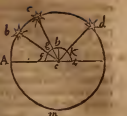
EXquiſita minutorũ temporis ſupputatio, cum in Eclipſium tum exorientium Cometarũ, multorumq́ aliorũ φαινομένων obſeruationibus omnino neceſſaria eſt. At ſcioterica inſtrumẽta, niſi & exactè fabrefacta, & magnę quãtitatis fuerint, vmbris ſuis temporũ minuta exactè indicare nõ poſſunt. Quare modũ, quo certiſsimè hæc artifices ex ſola altitudinis Solis obſeruatione numerorũ adminiculo deprehendãt hîc interponã. Albategnius Mathematicus, qui verò nomine Mahometus Aracẽſis appellatur, & poſt ipſum Ioannes Regiomõtanus & Petrus Nõnus in opere ſuo de Crepuſculis demõſtrarunt ſinũ rectũ altitudinis Solis, cum conſtiterit in meridie alicuius certi diei, eã obtinere rationẽ ad ſinũ verſum ſemiſsis huius arcus Aequatoris, qui totius diei tempore ſupra horizontẽ aſcẽdit, quã ſeruat ſinus rectus altitudinis Solis quouis diei tẽpore inuẽtę ad exceſſum, quo ſinus verſus arcus ſemidiurni ſinũ verſum diſtãtię Solis à meridie exuperat. Quãdo igitur huius rei periculũ facere voles deprehenſa per obſeruationes in principio operis explicatas Solis altitudine, ex tabulis Theoricarũ planetarũ vel Ephemeride exactè ſupputata ſolis locus eius diei, in quo fiat obſeruatio inquiratᷓ. Deinde quantã in Meridie altitudinẽ poſsideat, & ſemiſsis diurni tẽporis ex pręcedẽtibus propoſitionibus facilè pateſiet, Ergo inuentis omniũ circumferentiarum ſinibus, multiplices obſeruatã

altitudinis ſinum rectum in ſinum verſum arcus ſemidiurni, ac numerum productum per ſinum rectum altitudinis Solis Meridianæ partiaris. Exibit enim numerus, quo ſinus verſus ſemidiurni arcus, à ſinu verſo diſtantię Solis à Meridie differat. Quare ſi hanc differentiam ſinui verſo circumferentiæ ſemidiurnæ ademeris, ſinus verſus diſtantiæ Solis à cæli medio remanebit. Quem ſi de maximo ſinu ſubtraxeris, relinquetur ſinus rectus complementi eiuſdem diſtantiæ, quo de Quadrante circuli ſublato, arcus inquiſitæ diſtantiæ prodibit. Hunc arcum in tempus conuerſum habebis, ſi pro vno gradu 4 ſcrupu & pro 15 horam integram numeraueris. Quòd ſi dubites quomodo, ſi arcus ſemidiurnus Quadrantem circuli exceſſerit, eius ſinus verſus inueniatur, ſubduces eundem ex ſemicirculo, & relictæ circumferentiæ ſinum verſum ex tota circuli dimetiente, hinc remanebit ſinus verſus arcus propoſiti. Vtrum verò ſit tempus diei ante meridiem, an pòſt, ex Meridianæ lineæ diſtinctione facilè deprehendes. Sed quò res facilius intelligatur, exemplum huius obſeruationis ſubijciā. Anno 1558 Coloniæ Agrippinæ, vbi eleuatio poli eſt 51 grad. per Quadrantē ante meridiem obſeruaui Solis altitudinem, cum 15 Geminorum gradum occuparet, 36 part. præciſè. Complementum altitudinis poli eſt 39 part. declinatio huius partis 22 grad. 39 minut. 9 ſecun. quare altitudo meridiana 61 part. 39 ſcrupul. & 9 ſecun. cuius ſinus rectus 88008, ſinus 36 grad. 58778. Arcus ſemidiurnus eſt, grad. 121, qui ſublatus eſt ex 180 relinquit 59, cuius ſinus verſus inuenietur, ſi ſinum rectum arcus complementi ſinui toti addideris. Sinus 37 part. eſt 51503, qui toti adiunctus producit 151503. atqui hic eſt ſinus verſus 121 grad. Eundem inuenies ſi ſubtraxeris 51503 de 100000, & reſiduum 48497 de 200000. ſi multiplices ergo 151503 per 58778 producentur 8905043334, qui numerus diuiſus per 8808, producit 101184. ſi hunc auferas 151503, & reſtat 50319, ſinus verſus diſtantiæ Solis à meridie, cuius cōplementi ſinum habebis, cum hunc ex 100000 ſubduxeris. Eſt igitur ſinus complementi 49681, cui reſpondet arcus 29 grad. 48 minut. quibus de Quadrante circuli ſubductis, reſtat 60 grad. 12 minut. Atqui tanta eſt Solis à Meridie diſtantia ex conſtituta eleuatione collecta. Porrò circumferentia 60 partium, reſpondet 4 horarum tempori, & 12 ſcrupul. 48 ſecund. quibus ex 12 horarum interuallo, ſiue diei naturalis ſemiſſæ ablatis, reſtant horæ 7, ſcrup. 59, ſecun. 12, à media nocte, vſq; ad tempus præſentis obſeruationis.

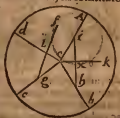
PROPOSITIO XVII.

Stellarum & planetarum diſtantias in cælo expeditè metiri.

Breuiſsimas ſtellarum fixarum & planetarum ab inuicem diſtantias, ſicut etiam locorum terreſtrium minima interualla per partes duntaxat maximorum, quos ſphæræ capiunt, circulorum metiri licet. In obſeruationibus longitudinum & latitudinum, tam planetarum, quàm Cometarum, vt inferiùs explicabitur, in metiendis luminarium quouis tempore apparentibus diametris, in emendatis regionum deſcriptionibus abſoluendis infinitos vſus huius problematis cognitio præſtabit. In circulis quidem primi mobilis, & ſuperiorum planetarum diſtantiæ veræ ſimiles ſunt arcubus Quadrantis, qui inter viſus radios concluduntur. Sed nunc ad rem ipſam veniamus. Cùm propoſitum fuerit aliquot ſtellarum diſtantias Quadrante dimetiri, oculo exquiſitè centro inſtrumenti applicato, diligenter notentur gradus, per quos radij viſus in propoſitas ſtellas tendentes procedunt. Statim hîc in Quadrante circumferentia inter radios viſiuos concluſa, ſegmentū ſtellæ, quo conſpectæ cæleſtis circuli diſtant, patefaciet. Sequens figura, hæc omnia euidentius antè oculos cōſtituet. Sit igitur in ſphæra ſtellarum fixarum maximus circulus a b c d m, Quadrantes f



tes f h, h l, e centrum vniuerſi ſine terra, tres ſtellæ fixæ, b, c, d. Si primùm metiri velis diſtantiam b c oculo in e conſtituto, primus radius viſiuus per locum f in b, ſecundus per g in c excurrit. Manifeſtū eſt iam cùm terra velut centrum appareat, & circum idem centrum duo circuli deſcripti ſint, ſegmentum b c ſimile eſſe f g. Quòd ſi diſtantia aliquarum ſtellarum maior eſſet Quadrante, vt eſt b d, obſeruabimus diligenter, an in eodem circulo aliqua intermedia conſiſtant, vt hic c, vtriuſq; ab eadem diſtantiam coniungemus, & prodibit tota b d arcus. At fingamus nullam in eodem circulo apparere, commodiſsimè hìc feceris, ſi tantùm vnica obſeruatione per ſemicirculum vtaris: nam hic remotiſsimus etiam interuallis reſpondet. Per Quadrantem verò idem explorare hac conditione licebit, ſi à plano circuli, in quo ſtellæ ſunt, nihil deflectat. Hoc ſubiecta aliqua tabella fieri poterit. Poſtquàm igitur per initium graduum ſtellam b conſpexeris, notetur locus in ſubiecta tabula, quem nonageſimi gradus finis attingit, ac circumuoluatur, donec per aliquem gradum altera d ſtella appareat. Coniuncta deinde 90 partibus parte circumferentiæ, quæ inter locum paulò antè notatum & ſecundæ obſeruationis ſignum clauditur, totum arcum b d inuentum pronuntiabimus. Alij eoſdem interuallorum arcus per triangulos ὀρθογωνίως inquirunt, ſed laborem ea res adfert, vt poſteà ex regula oculo prætenſa & latere rectū angulum ſubtendente, vnà cum ſinu maximo, ſinum anguli diſtantiæ inquiſitæ ſupputare cogantur. Si quis tamen huius obſeruationis modum ſcire velit, ex conſtituto ſchemate intelliget. Sit circulus cæleſtis a b c ex e centro deſcriptus, a, b, c, d, ſtellæ, d, c, diſtent minori arcu, quàm ſit Quadrans, a b diſtantia 90 gradus excedat. e g f inſtrumentum duplicis trianguli rectanguli, quod pòſt in locum i e h ſtatuitur f g, & i h regulæ mobiles ſunt, ad rectos angulos e k & l e incumbentes. Remouentur autem ab e centro ſiue oculo aſpicientis, eò vſq;, vt per medium & finem alterum regulæ tranſuerſæ, ſiue vtrumq; terminum ſtellæ oculo appareant. Ita hîc ex e per l & g, d, c, item per i h, a b diſtantias licet explorare fingamus, ergo qualium tota e k eſt 1200, talium l g eſſe 300, & l e 500, ac multiplicetur vterq; numerus quadratè tum producentur 90000 & 250000. Ex his coniunctis nempe 340000 extrahitur radix quadrata, proximè 583, quæ reſpondet toti ſinui. Deinde ex tribus 583, 300, & 10000 inuenitur ſinus l g lateris 51457: cuius circumferentia eſt 30 part. 58 minut. Tanta eſt c d diſtantia. Conſtituimus autem i x æqualem x h. Quare angulum i e x tantùm duplicabimus, vt conſtet totus a e b angulus. Porrò ſi æqualis fuerit angulus l e g ipſi x e h, ſegmentum a b erit 61 part. 56 minut. Sed idem in Quadrante citra vſum calculi appareret.



PROPOSITIO XVIII.

Qua ratione artifices, ſtellarum fixarum diſtantias à terræ centro ac ſuperficie demonſtrent.

STellarum fixarum à terræ centro ac ſuperficie tanta eſt diſtantia, vt certa dimenſione per inſtrumenta explorari non poſsit. Sed ſi terræ dimetiens ad eam obtineret tam euidentem rationem, vt ſenſu deprehendi poſſet, de-

monſtrationem liceret extruere: cuius adminiculo certa eius diſtantiæ magnitudo deprehenderetur. Hieronymus Cardanus in libris de Subtilitate rerum per obſeruationem vmbræ ab erecto ſtylo in planiciem proiectæ huius interualli dimenſionem abſoluit. Nos igitur, quomodo per Quadrantem id fieri poſsit, experiamur. Apparente ſtella, quæ tantùm luminis effundat, vt erectus in plano ſtylus notabilem proijciat vmbram, erigemus Quadrantem ſuper tabellam planam horizontis ſuperficiei parallelam ad rectos angulos, & conſtituti propè centrum ſtyli vmbram in baſi obſeruabimus, ac magnitudinem vtriuſq; inter ſe conferemus. His conſtitutis, ad ſtructuram ἀποδείξεως progrediemur. Ex centro b deſignemus ambitum terræ h f g, cui imponatur plana tabella d f c vnà cum Quadrãte d e f ad rectos angulos erecto. Stella fixa ſit in a ſignio, quæ radium a e d extendat per ſummitatem erecti ſtyli f e in punctum d. Ac ipſi e f occurrat ex centro b recta b f, quæ est ſemiſsis dimetientis terræ, vt eadem recta linea ſit b f e. Tandem connectantur recta linea a & b ſigna. His conſtitutis, dicimus, diſtantiã a ſtellæ ab ipſo terræ centro b ratiocinando inueniri poſſe. Cum enim perpendicularis ſit e ipſi d f c triangulus e f d eſt ὀρθογώνιος, cuius d f baſis ex magnitudine apparentis vmbræ innoteſcit, & e f conſtat quantitate erecti ſtyli. Quare angulus d e f non latebit, quo ſublato ex duobus rectis, relinquitur exterior angulus a e b. Porrò angulus a e b eſt complemẽtum anguli eleuationis a ſtellę ſupra finientem circulum, qua explorata illud innoteſcit. Trianguli igitur e a b notis angulis a e b & e b a, vnà cum latere e b, quod conſtat ex terræ ſemidiametro per 4 ſecundi Regiomõtani innoteſcet a b latus. Conſtat igitur a ſtellę ab ipſo terrę centro diſtantia, ſi conſtitutam admittamus hypotheſin: nimirum vt vmbra d f ſit notabilis, & f b ſemidiametri terræ ad a b aliqua ratio quæ ſub ſenſum cadat, intelligatur: id quod demonſtrandum erat. Ad hanc obſeruationem Cardanus circulum ex metallo fabrefactum adhibet, cuius centro ad rectos angulos ſtylus infigitur, quod explorat perpendiculis vndiquaq; ei adhærentibus, ac vmbra notata per eandem demonſtrationem negocium abſoluit.

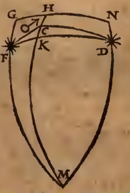


PROPOSITIO XIX.

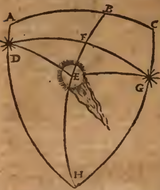
De longitudine & latitudine cuiuſuis Planetæ, aut Cometæ explorandis, quibus annectuntur tabulæ uiciniorum Eclipticæ ſtellarum.

SEcundus ſtellarum ac planetarum motus ſuper polis obliqui circuli, qui eſt per medium ſignorum, abſoluitur. De quo Claudius Ptolemæus lib. 1. μεγάλης συντάξεως in hunc modum ſcribit. ἡ δ' ἑτέρα καθ' ἣν αἱ τῶν ἀστέρων σφαῖραι, ὑπὸ τὰ ἐναντία τῇ προειρημένῃ φορᾷ ποιοῦνται τινὰς μετακινήσεις περὶ πόλους ἑτέρους καὶ οὐ τοὺς αὐτοὺς τοῖς τῆς πρώτης περιαγωγῆς. & paulo pòſt. ἐκ δὲ τῆς ἐφεξῆς καὶ συνεχεστέρας παρατηρήσεως τὰ μὲν ἄλλα πάντα τῶν ἀστέρων διατηροῦντα φαίνεται, καὶ τὰ πρὸς ἄλληλα διαστήματα, καὶ τὰ πρὸς τοὺς ὁμοίους τῇ πρώτῃ φορᾷ τόπους ἐπὶ πλεῖστον ἰδιώματα, τὸν δὲ ἥλιον καὶ τὴν σελήνην καὶ τοὺς πλανωμένους ἀστέρας μεταβάσεις τινὰς ποιουμένους ποικίλας μὲν, καὶ ἀνίσους ἀλλήλαις, πάσας δὲ ὡς πρὸς τὴν καθόλου κίνησιν εἰς τὰ πρὸς ἀνατολὰς, καὶ ὑπολειπομένας τῶν συντηρούντων τὰ πρὸς ἄλληλα διαστήματα, καὶ ὥσπερ ὑπὸ μιᾶς σφαίρας περιαγομένων ἄστρων. Vt ergo ſtudioſus Aſtronomices intelligat, quibus in circulis hũc

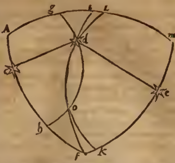
ac contra nitentem primę reuolutioni motum metiantur artifices, quid ſit longitudo ſtellæ explicandum eſt. Definitio ergo longitudo ſtellæ arcus Eclipticæ, qui à principio Arietis primi mobilis, vbi verna Zodaici & Aequatoris eſt interſectio, vſq; ad illam Eclipticæ partem, quam alius circulus per polos eiuſdem, & centrum ſtellæ tranſiens, ſecat. Ptolemæus quidem in principio quinti libri Magnæ conſtructionis ad huiuſcemodi longitudinum & latitudinũ obſeruationes faciendas, inſtrumentum Aſtrolabium ex armillis ſeu orbibus fabricare docet. Alij artifices Torqueti, alij radij Aſtronomici ſtructuram in eundem vſum deſcripſerunt. At ſanè nullum huic negocio commodius, ac conuenientius Quadrante inſtrumentum inueniri poteſt. Vt ad rem veniamus, antè omnia ex Ptolemæi conſilio per Eclipſium obſeruationes Solis & Lunæ motus emendatos habeamus. Secundò tabulis, in quibus ſtellæ fixę ſecundum veras longitudines & latitudines exquiſitè deſcriptæ ſint, opus erit. Exploraturus ergo alicuius planetæ aut Cometæ verum in Zodaico locũ, duas ſtellas fixas benè cognitas cum eo triangulum conſtituentes obſerues, quarum diſtantias à planeta & à ſe inuicem, cùm dimenſus fueris, vera earum loca ex tabulis prædictis addiſcas. Vtrum verò planeta ſuperiorem illis, an inferiorem locum poſsideat citra inſtrumentum, vel ſolo viſu diſcernes. His conſtitutis per triangulorum ſphæricorum ſcientiam verum planetæ locum ratiocinari licet. Obſeruationem ſtellæ Martis, vir de Matheſeos ſtudijs optimè meritus Gemma Friſius nobis reliquit. In ſequenti figura ſint f & d duæ ſyderis Capricorni ſtelle propè ortum caudæ collocatæ: quarum f prior Ptolemæo numeratur vigeſima quarta, d poſterior, vigeſima quinta eius cõſtellationis, g n Eclipticæ arcus, qui differentiam longitudinis duarum fixarum comprehendit, m polus Zodiaci Meridionalis, ex punctis g & n duo Quadrantes magni in polum m dimittantur, nempe g m & n m. Diſtantia Martis à priori ſtella f ſit f c, à poſteriori c d, & ipſarum ſtellarum obſeruata diſtantia f d. h ſignificat locum longitudinis Martis in Ecliptica, ex quo etiam in polum Quadrans magnus gra. deſcendit, h c Martis latitudinem complectitur. Eſt autem g n portio vnius gradus & 41 minut. f c 57 minutorum, d c vnius gradus, & 6 minut. latitudinem g f Ptolemæus inuenit 2 grad. 10 min: at d n 2 grad. Primùm aſſumamus triangulum ſphæricum f m d, cuius tria latera nota ſunt f d per obſeruationem 1 grad. 44 minut. f m & d m ſunt reſidui arcus latitudinum f g, & n d. Quare ſi ſubtrahas f m 2 grad. 12 minut. de 90 remanebit arcus f m 87 grad. 50 min. & d m 88 grad. tantùm. Quare per vltimam quarti Regiomontani, angulos omnes metiemur. Hac ratiocinatione angulus d f m 87 gra. cum ſextante inuenitur. Iterum proponatur trigonus ſphæricus f d c, cuius omnia latera cùm nota ſint, per 34 quarti trigonorum Regiomontani angulus c f d inuenietur 35 grad. 56 minut. hic coniunctus d f m totum c f m 123 grad. & 6 min. conſtituit. Iam in c f m trigono cùm duo latera notum angulum comprehendentia dentur per 28 quarti Regiomontani latus c m inuenitur 88 gradus & 20 ſcrupul. qui ſubducti ex Quadrante relinquunt 1 partem & 40 ſcrupulos, veram q; latitudinem. Tandem tria latera trigoni m c f conſtituta angulum f m c per 34 eiuſdem Regiomontani aperient. Ergo ſegmẽtum g h 40 minut. eſt,



Si nunc prioris ſtellæ fixæ longitudo ſit 15 grad. Aquarij & 40 min. erit Martis locus in Zodiaco 16 grad. 20 minut. Atqui ex tabulis Alphonſij 18 grad. & 38 minut. Aquarij occupare colligitur. Hinc error tabularum 2 grad. 18 minut. deprehenſus eſt. Iterum fingamus ut in ſequẽti ſchemate planetã aliquem, aut Cometã infra duas ſtellas apparere, paulũ mutata ratio erit. Sint g & d duæ ſtellæ fixæ, quarũ longitudinis differẽtia in Ecliptica ſit a c, latitudines verò a d, & c g in e Cometa vel planeta. Tres quadrantes ad rectos angulos in Eclipticam incidentes h a, h b, h c. Hîc iam inueniendi ſunt arcus a b, & b e. Primum diſtantiæ d g, d e, & e g, ſicut anteà explicauimus, inſtrumẽto metiendæ ſunt. Vtriuſq; etiam ſtellę fixę longitudo & latitudo ex ſolida aliqua ſphæra, aut tabulis exquiſitè ſupputatis, cognoſcẽda eſt. Hinc omnes arcus d h, g h, d g, g e, & d e patefient. Aſſumo hîc primò trigonum d g h, ex cuius omnibus notis lateribus per 34 quarti angulus g d h numerabitur. Iterũ ex inuentis tribus lateribus trianguli d e g, angulus e d g ſupputetur, qui ſublatus à toto g d h, h d e angulum relinquit. Quare per 28 quarti triangulorum notus trianguli d e h duobus lateribus datum angulum compræhendentibus, latus e h manifeſtum erit. Hoc ſublato ex quarta circuli h b, vera latitudo e b remanebit. Deinde ex tribus d h e trigoni arcubus cognitis per 34 quarti d h e angulus habebitur, quem a b ſegmentum Eclipticæ ſubtendit. Atqui hoc modo vera longitudo Cometæ reſpectu d & g ſtellarum cognoſcitur vera longitudo. Hîc apparet ea commoditas, vt ſi planeta in arcu g conſiſteret, vt eſt l, eandem longitudinem, quam g habet, poſsideret. Quare addita latitudine e g, diſtantiæ g l, etiam latitudo eiuſdem c l appareret. Nec prætermittendum eſt omnia hæc in ſolida ſtellarum fixarum ſphæra ſatis exquiſitè fabrefacta, commodius ſine calculo experiri poſſe. Cum enim diſtãtias planetæ à duabus fixis benè notis Quadrante dimenſus fueris, & diligenter an ſit illis ſuperior, an inferior notaueris, fige alterum circumpedem in ſtellæ centrum, & ſecundum diſtantiam eius à planeta obſcurum, qui poſtea deleri poſsit, arcum in ſuperficie ſphæræ depingat, ſimiliter ex altera fixa alium deſignes. In altera horum arcuum ſuperiore nimirum, aut inferiore, interſectione planetã exiſtere oportebit, id quod viſu diſtinguendum eſſe diximus. Quòd ſi omnes longitudinem circuli per Eclipticam in ſphæra deſcripti, & in ſuos gradus ſinguli exquiſitè diuiſi fuerint, extemplo tam longitudo, quàm latitudo planetæ apparebit, ſin minus in ſphęra hi circuli videãtur, in eundem vſum adhibebis æneum ſemicirculum, quem Eclipticæ polis inſigas, vt per locum planetæ circumuolutus longitudinem ac latitudinem antè oculos conſtituat. Nam in ea Ecliptica parte quam ſecat ſemicirculus, verum alterum diſtinctionis punctum occupans eſſe planetæ non longitudinem eſt dubium: ſegmentũ verò, quod inter locum planetæ & interſectionem Eclipticæ prædictam intercipitur, inquiſitam latitudinem patefacit, ac facilius idem expedire licet, ſi circino acceptam planetæ ab Eclipticæ loco, qui longitudinem indicat, diſtantiam in aliquem maximorum circulorum transferas. Nam eodem modo quo antè latitudinis ſegmentum deprehendes. Quæ figuram huius rei deſiderant,



hanc



hanc exempli loco habeant. Sint duę fixę c & e, quorum arcus differentiæ longitudinis in Ecliptica a m polus, d planeta. Ex centro c ſecundũ quantitatem rectę c d deſcribitur circuli ſegmentum g d h, ſecundò ex e ad magnitudinem d e alterius circuli arcus ducitur l d k. Hi duo ſeſe interſecant in d ſigno ſuperius & o inferius, erit ergo verus planetę locus in d o. Si ergo ex f per d ſemicirculus tranſeat in b ſigno Eclipticam ſecabit, atq; ibi locus planetę longitudinis cõſtituimus. Hic verò nos ſapienter admonuit Gemma Friſius, qua ratione totus motus Cometę loca in ſphęra liceat depingere, ſi enim obſeruaueris iuxta antegreſſam obſeruationem & longitudinis & latitudinis Cometę loca, caput ipſius ibi deſignetur, ac ſemicirculus, qui ſphęrę congruat, Solis & Cometę vera loca complectatur. Quantum hîc cæleſtis circuli arcum totius Cometę longitudo occupauerit, tantum etiam ex aduerſo Solis à centro Cometę cauda in oppoſitam partem reflectitur. Nam diligenter Appianus annotauit ſemper Cometarum caudas in contrarium à Sole partem extendi. De motu eorum multiplici, cùm non tantùm ab ortu in occaſum primi motus vi rapiantur, ſed aliâs in conſequentia, aliâs in antecedentia ſigna inſita vi deferantur, plura alij ſcripſerunt. Georgij Trapezuntij ætate, quidam in Orientis angulo apparens, maxima velocitate in ortum ferebatur. Anno à Chriſto nato 1533 alius contra ſignorum ordinem ex Geminis in Taurum & deinceps in Arietem mouebatur. Alius anno 1240 in Oriente apparuit, qui crines in medium vſq; cæli extendens, intra ſex menſes vix eſt extinctus. Haly etiam ſe quendam vidiſſe aſſerit, qui ex decimaquinta parte Scorpionis contra ſignorum ordinem velociſsimè vſq; in 15 Virginis gradum agebatur. Aliud exemplum motus Cometæ inuenitur in monimentis Iacobi Zigtieri, qui deſumpſit hoc ex obſeruationibus Ioannis Regiomontani, cuius verba ſunt hæc. Idibus Ianuarijs, anno Domini milleſimo quadringenteſimo ſupra quintum & ſeptuageſimum, viſus eſt nobis Cometa ſub Libra cum ſtellis Virginis, cuius caput tardi erat motus, donec propinquus eſſet ſpicæ, nunc incedebat per crura Bootis, verſus eius ſiniſtram. A qua diſcedendo die vno naturali portionem circuli magni quadraginta graduũ deſcripſit. Vbi cum eſſet in medio Cancri, maximè diſtabat ab orbe ſignorum ſexaginta ſeptem gradibus, & tunc inter duos polos Zodiaci & Aequinoctialis ibat, vſq; ad intermedia pedum Cephæi, deinde per pectus Caſsiopeiæ ſuper Andromedę ventrem. Poſt digrediendo per longitudinem Piſcis Septentrionalis, vbi valdè remittebatur motus eius, appropinquabat Zodiaco, tranſiens ipſum iuxta medium Arietis, donec cum ſtellis Ceti occaſus Heliacus illum nobis occultauit in vltimis diebus Februarij. Hoc motu ſuo circuli magni portionem deſcripſit, quo in Septentrionem, & cum hoc contra ſignorũ ſucceſsionem ferebatur à Libra in Arietem. In fine & principio tardè mouebatur, in medio verò apparitiones velociſsimè, vno die ferè per quatuor ſigna à fine Virginis in principium vſq; Geminorum. Cauda verò eius minus mobilis continuè reſpiciendo ſtellas Geminorum, eas circumibat, nunquam ab eis per totum apparitionis tempus deuians. Ideoq; in prima emerſione ad Occidentem illam extendebat, quoniam illic ſtellę Geminorum putarentur. In fine

verò Cometa ſub Ariete locato, propter Solis vicinitatem tantum in Occidente apparuit, cauda Orientem verſus protenſa, quia in hoc ſitu ſtellæ Geminorum ponebantur. In medio verò apparitionis caudam vertebat ad Meridiem, illic tunc erant ſtellę Geminorum, & contingebat eadem nocte, vt ſtatim poſt Solis occaſum cauda Orientem reſpiceret. Appropinquante me dio noctis, reſpexit Meridiem, poſt medium noctis verò Occidentem. Antè Solis exortum indicabat locum Septentrionis. Hæc caudæ diuerſitas in ſitu ex motu diurno oriebatur, qui ſemper eſt ex conſequentia primi mobilis ab Oriente in Occidentem. Motu autem proprio extremitas caudæ quamuis tardius, quàm caput Cometę, ſemper tamen etiam ad Occidentem contra ſignorum ſucceſsionem deſcribens parallelum, à principio Libræ, vſq; ad medium Tauri mouebatur: vadens ſub pedibus vlulantis per Vrſam maiorem propinquando Perſeo: per quem circa Pleiades ad caudam Arietis ibat in medio ferè Tauri. Vndè patet tam caput quàm caudam Cometæ verſus Occidentē, nunquam verò verſus Orientem proceſsiſſe, non ſolum motu diurno, ſed etiam proprio, atq; hæc de motu & conuerſione Cometarum hic ſcripta ſufficiant.

Cùm autem ſciam non omnes ſtudioſos Matheſeos exquiſitam deſcriptionem ſtellarum ſecundum verá loca, quæ conſtitutis motuum obſeruationibus congruat habere, viſum eſt hic tabulas expeditas, ac vſu faciles ſubnectere, quæ complectuntur illarum motus ſtellarum ad annum 1558 exquiſitè ſupputatos, quæ maiorem non ſortiantur latitudinem, quàm ſint maximæ remotiones planetarum ab Ecliptica.

ARIES

ARIES ♈

Longitudo.			Latitudo.		Magnitudo.	Signa octauæ ſphæræ.	Nomina ſtellarum.
G.	M.	P.	G.	M.			
2	0	B	5	45	6	Piſces.	Prima in lino Piſcium
2	0	B	3	45	6		Secunda in lino
2	10	B	2	15	4		Tertia ſplendida in lino
2	46	A	1	10	4		Quarta in lino ſplendida
13	30	A	2	0	6		Zorealior iuxta linum.
14	0	A	1	0	4		Quinta in lino ſplendida
14	20	A	5	0	6		Auſtrina duarum exiguarum propè linum
17	30	A	2	20	4		Antecedens trium, poſt flexum Piſcium
19	20	A	4	40	4		Media trium, poſt flexum Piſcium
21	10	B	1	45	5		Auſtrina triū, quæ ſunt poſt eam, quę in lino Bo- (reali
21	30	A	1	40	4		In Boreali lino Piſcium
21	40	B	5	20	3		Media triū, quæ ſunt poſt eā, quæ in lino Boreali
27	30	B	5	30	5	Aries.	Ceruix Arietis
27	40	B	7	20	3		Præcedens cornu Arietis
28	20	A	4	10	4		Iuba Ceti

TAVRVS. ♉

Longitudo.			Latitudo.		Magnitudo.	Signa octauæ ſphæræ.	Nomina ſtellarum.
G.	M.	P.	G.	M.			
2	30	B	6	0	5	Taurus.	Auſtralior in rictu Arietis
3	40	A	6	20	4		Capilli Ceti
8	0	A	5	0	4		Extremum poſterioris pedis
8	40	B	6	0	6		Lumbus Arietis
9	0	A	1	30	5		Poplus Arietis
10	40	B	1	30	5		Poſterior cruris Arietis
12	20	B	4	50	5		Radix caudæ Arietis
14	50	B	1	40	4		Præcedens in cauda Arietis
16	20	B	2	30	4		Media trium in cauda
17	0	A	7	15	4		Sequens in ſectione Tauri
17	20	A	6	0	4		Borealior ſectionis Tauri
18	0	B	1	50	4		Vltima caudæ Arietis
23	10	B	4	30	5		Ex Virgilijs
23	20	B	3	40	5		Ex Virgilijs
24	40	B	3	20	5		Ex Virgilijs
24	40	B	5	0	5		Ex Virgilijs
28	0	B	0	40	5		Præcedens in collo Tauri
29	0	B	5	0	5		Auſtralior antecedentium quadrilateri in collo (Tauri
29	30	B	7	20	5		Borealior antecedentium quadrilateri
30	0	B	1	0	6		Sequens in collo Tauri
3	0	A	5	15	3		Ex Suculis

CANCER. ♋

Lõgitudo G.	M.	P.	Latitudo G.	M.	Magnitudo	Nomina ſtellarum.
3	0	A	7	30	3	Extremitas ſiniſtri pedis ſequentis Geminorum
4	0	B	1	30	3	Siniſtrum genu præcedent. Gemin.
6	10	A	2	15	5	Extra formam Geminorum
7	0	A	3	30	4	Extremitas pedis dextri præcedent.
9	5	A	2	30	3	Siniſtrum genu ſequentis Geminorum
9	40	B	7	20	4	Brachium ſiniſtrum pręcedentium Geminorum
12	40	B	2	40	5	Dextrum latus ſequentis Geminorum
12	40	A	0	30	3	Siniſtra axilla ſequentis Geminorum
12	0	B	5	30	4	Occiput præcedentis Geminorum
15	0	B	4	50	4	Humerus eius dexter
17	10	A	4	30	5	Extra formam Geminorum
17	10	B	3	0	5	Siniſtrum latus præcedentis Geminorum
17	20	A	3	20	5	Extra formam Geminorum
17	40	B	2	40	4	Humerus ſiniſter præcedentis Geminorum
17	40	B	6	15	2	Hercules, ſiue caput ſequentis Geminorum
19	20	A	1	20	5	Extra formam Geminorum
21	40	A	2	40	4	Extra formam Geminorum
23	40	B	1	0	5	Poſterior pes Borealis Cancri
28	10	A	7	30	4	Poſterior pes Auſtralis Cancri
28	40	B	1	15	4	Borealior pręcedentium Quadrilateri
29	0	A	1	10	4	Auſtralior pręcedentium Quadrilateri

Lōgitudo G.	M.	P	Latitudo G.	M.	Magnitudo.		LEO. ♌ Nomina Stellarum.
2	20	A	0	10	4		Auſtralior ſequentium Quadrilateri
4	0	B	2	40	4		Aſinus Borealior ſequentium Quadrilateri
5	0	B	4	50	5		Extra formam Cancri
7	30	A	5	30	4		Auſtrina forficis
8	0	B	7	15	5		Extra formam Cancri
10	10	A	2	20	4		Extra formam Cancri
12	10	A	5	40	4		Extra formam Cancri
12	10	B	7	30	4	Leo.	Os Leonis
15	10	A	3	40	6		Vola dextra Leonis
18	20	A	0	0	5		Genu dextrum Leonis
18	20	A	4	10	4		Vola ſiniſtra Leonis
21	0	A	0	15	5		Cuſpis cordis Leonis
21	40	B	4	30	3		Collum Leonis
23	40	B	0	10	1		Regulus, ſiue cor Leonis
23	30	A	4	15	4		Genu ſiniſtrum Leonis
24	30	A	1	50	4		Pectus Leonis
28	0	B	4	0	6		Prior in ventre Leonis

Lōgitudo G.	M.	P.	Latitudo G.	M.	Magnitudo		VIRGO. ♍ Nomina ſtellarum.
0	10	A	0	10	4		Maxilla ſiniſtra Leonis
3	10	B	2	20	6		Auſtralior ventris Leonis
4	0	B	5	20	6		Borealior ventris Leonis
8	10	A	1	30	5		Extra formam Leonis
8	30	B	1	10	4		Extra formam Leonis
9	0	A	2	40	5		Extra formam Leonis
11	20	B	5	50	3		Poſterior cruris Leonis
12	40	B	1	15	4		Poſterior poplitis Leonis
15	40	A	0	50	4		Cubitus Leonis
16	20	B	4	15	5		Auſtralior capitis Virginis
18	0	B	5	40	5	Virgo.	Septentrionalior capitis Virginis
18	30	A	3	12	5		Vola poſterior Leonis
20	0	B	0	10	3		Extremitas alæ Borealis Virginis
21	10	B	5	30	5		Auſtralior faciei Virginis
29	15	B	1	10	3		Præcedens 4 alæ ſiniſtræ

Longitudo			Latitudo		Magnitudo.		LIBRA. ♎
G.	M.	P.	G.	M.			Nomina Stellarum.
4	10	B	2	50	3		Quæ ſequitur ex quatuor in ala ſiniſtra Virginis
5	40	A	3	30	5		Extra formam Virginis
8	10	B	2	50	5		Quæ ſequitur ex quatuor in ala ſiniſtra
10	0	A	3	30	5		Extra formam
12	0	B	1	40	4		Poſtrema ex quatuor alæ ſiniſtræ
13	15	A	3	20	5		Extra formam (rum cruris Virginis
17	20	B	3	20	5		Septentrionalior earum quæ præcedunt quadrilate-
17	40	A	2	0	1		Spica Virginis
18	10	A	7	10	6		Extra formam
18	15	B	0	10	6		Auſtralis earum quæ antecedunt cruris quadrilaterũ
19	0	A	3	0	5		Auſtralis ſequentium quadrilateri cruris
21	0	B	1	30	4		Antecedens quadrilateri cruris Virginis
22	40	A	1	30	5		Genu ſiniſtrum Virginis
27	20	B	7	30	4		Media quæ eſt in ſyrmate
28	20	B	2	40	4		Auſtrina earum

Lõgitudo.			Latitudo.		Magnitudo.		SCORPIO ♏
G.	M.	P.	G.	M.			Nomina Stellarum
1	0	B	0	30	4		Siniſter pes Virginis
4	0	A	7	30	3		Extra formam Libræ
8	0	B	2	30	5		Septentrionalior in lance Meridionali
9	0	B	0	40	2		Splendidior in Auſtrina lance
11	15	B	1	40	4		Media lancis Auſtrinæ
12	20	B	1	15	4		Lancis Auſtrinæ præcedens
18	50	B	3	45	4		Media in lance Septentrionali
21	20	B	0	20	5		Extra formam Libræ
22	50	A	1	30	4		Extra formam Libræ
23	30	B	4	30	4		Septentrionalior in lance Septentrionali
24	40	B	0	30	6		Extra formam Libræ
24	40	B	6	40	4		Extra formam
26	40	A	1	40	3		Lucida ſequens frontis Scorpij
26	40	A	5	0	3		Vltima ſplendidarum in fronte
27	20	B	1	20	3		Splendida in fronte Scorpij
27	20	B	0	30	4		Auſtrina in pede Scorpij
28	0	B	1	40	4		Pes Scorpij
29	50	A	6	30	5		Pes alius

SAGITTARIVS. ♐

Lōgitudo			Latitudo		Magnitudo.	Nomina Stellarum.
G.	M.	P	G.	M.		
1	40	A	3	45	3	Lucida in corpore Scorpij
1	40	A	6	40	5	Quæ ſequitur in pede Scorpij
1	40	B	3	10	5	Quæ eſt in medio trium ſiniſtræ tibiæ Ophiulci
1	40	B	0	45	4	Planta Ophiulci
2	40	B	5	20	5	Septentrionalior trium in ſiniſtra tibia Ophiulci
3	20	B	0	40	5	Calcaneus ſiniſter Ophiulci
3	40	A	4	0	2	Antares, ſiue cor Scorpij
5	30	A	5	30	3	Quæ ſequitur ex tribus ſplendidis in corde Scorpij
						Hic in 5 parte eſt initium partis uiæ lacteæ finis in 25 Sagittarij.
12	10	B	7	30	3	Dextrum genu Ophiulci
14	0	B	2	15	4	Præcedens quatuor in dextro pede Ophiulci.
15	20	B	1	30	4	Quæ ſequitur de quatuor in dextro pede Ophiulci
16	0	B	0	20	4	Sequens tertia pars Ophiulci
16	30	A	1	10	5	Extra formam Scorpij
16	30	A	6	10	5	Extra formam
16	50	B	0	45	5	Vltima de quatuor in pede Ophiulci
17	40	B	2	15	3	Dextra tibia Ophiulci
18	10	B	1	30	5	Calcaneus Ophiulci
						Hic in 23 parte conſtituitur aliud initium partis uiæ lacteæ productum ad 4 partem Capricorni.
27	40	B	2	50	4	Borealior arcus Sagittarij
28	40	A	6	30	3	Capulus enſis Sagittarij.
30	0	A	1	30	3	Auſtrina arcus Sagittarij

CAPRICORNVS. ♑

Lõgitudo G.	Lõgitudo M.	P.	Latitudo G.	Latitudo M	Magnitudo.		Nomina ſtellarum.
0	30	A	6	20	3		Cuſpis ſagittæ Sagitarij
4	0	A	3	30	4		Haſta cuſpidis
6	10	B	0	45			Nebuloſa in Sagittario
6	20	A	3	10	3		Siniſter humerus Sagittarij
6	40	B	2	10	4		Antecedens in capite Sagittarij
7	20	A	6	45	3		Poſtrema ſub axilla Sagittarij
8	40	B	1	30	4		Media in capite
8	40	A	4	30	4		Media in ſcapula Sagittarij
10	10	B	2	0	4		Vltima capitis Sagittarii
11	0	A	2	30	5		Scapula Sagittarij
12	20	B	2	50	5		Auſtrina in ſcapula
13	20	B	4	30	4		Media in ſcapula Sagittarij
13	40	A	1	50	5		Humerus dexter Sagittarij
13	50	B	6	30	4		Septentrionalis ſcapularum Sagittarij
15	50	A	2	50	4		Cubitus dexter Sagittarij
16	20	B	5	30	6		Obſcura in ſcapulis Sagittarij ſequens tres
18	20	A	4	50	5		Septẽtrionalis lateris antecedẽs de 4 in radice caudę
18	40	B	2	0	6		Auſtrina duarũm in ſiniſtro ſcoptulo
19	50	A	4	50	5		Quæ ſequitur in Boreali latere radicis caudæ
19	50	A	5	50	5		Præcedens Auſtrini lateris in radice caudæ
20	30	B	5	50	5		Septentrionalior duarum in ſiniſtro ſcoptulo
20	40	A	6	30	5	Capricornus	Sequens Auſtrini lateris in radice caudæ
27	10	B	0	40	5		Antecedens trium ſub oculo dextro Capricorni
28	20	B	5	0	3		Auſtrina trium in ſequenti cornu Capricorni
28	20	B	7	20	3		Septentrionalis triũ in ſequenti cornu Capricorni
28	40	B	6	40	6		Media trium in ſequenti cornu
29	40	B	1	45	6		Antecedens duarum in rictu Capricorni
29	50	B	1	36	6		Sequens earum
30	0	B	0	45	6		Auſtrina trium quæ ſunt in rictu

AQVARIVS. ♒

Lōgitudo. G.	Lōgitudo. M.	P.	Latitudo. G.	Latitudo. M.	Magnitudo.	Nomina Stellarum.
1	50	A	6	30	4	Siniſter humerus Capricorni
2	40	B	3	50	6	Septentrionalior duarum in collo Capricorni
2	50	B	0	10	5	Auſtrina in collo Capricorni
2	50	A	0	10	3	Antecedens duarum in cauda Capricorni
7	40	A	0	0	4	Præcedens duarum in ſcapula
7	40	A	2	50	5	Septentrionalior duarum in corpore Capricorni
7	40	A	4	0	5	Auſtralior duarum reliquarū in corpore Capricorni
8	40	B	5	30	3	In ſiniſtra manu Aquarij
9	40	A	4	15	5	Sequens trium in medio corpore Capricorni
11	20	A	6	0	5	Sequens duarum contiguarū ſub ventre Capricorni
12	0	A	0	50	4	Sequens duarum in ſcapula Capricorni
14	50	A	4	45	4	Antecedens earum, quæ ſunt in cauda Capricorni
16	0	A	4	30	4	Sequens earum, quæ ſunt in cauda Capricorni
17	0	A	6	50	4	Antecedens duarū contiguarū ſub vētre Capricorni
17	20	A	2	0	3	Sequēs de duabus, quę ſunt propè caudā Capricorni
17	50	B	3	20	4	Præcedens quatuor, quæ ſunt in Boreali cauda Capricorni
18	20	B	2	50	5	Media ex illis quatuor caudæ Capricorni
18	20	B	6	15	5	Sub axilla Aquarij
19	40	B	0	0	5	Auſtrina de illis quatuor caudæ Capricorni
19	40	B	4	20	5	Septentrionalis ex illis quatuor caudæ Capricorni
22	40	A	1	40	4	Auſtrina duarum, quæ in ſiniſtra vertebra Aquarij
24	10	B	0	15	6	Septentrionalior duarū in ſiniſtra vertebra Aquarij
25	40	A	5	40	5	Crus Aquarij
27	10	B	3	0	4	Dextra vertebra Aquarij
28	0	B	3	10	5	Quæ ſequitur in dextra vertebra Aquarij
29	40	A	0	50	4	Altera in dextra vertebra

Lõgitudo. G.	M.	P.	Latitudo. G.	M.	Magnitudo.	PISCES. ♓ Nomina Stellarum.
2	20	A	5	0	4	Poples Aquarij
2	40	A	7	30	3	Dextra tibia Aquarij
5	50	B	0	10	4	Prima aquæ Aquarij
6	0	B	2	0	4	Secunda aquæ
8	40	A	1	0	4	Tertia aquæ
10	0	A	3	30	4	Quarta aquæ
10	50	A	4	10	4	Quinta aquæ
10	0	A	0	30	4	Sexta aquæ
11	30	A	1	40	4	Septima aqũæ
11	40	B	7	30	4	Dorſum Piſcis
15	10	B	7	30	4	Cranium Piſcis
17	0	B	4	30	4	Præcedens duarum in ventre Piſcis
20	40	B	3	30	4	Sequens duarum in ventre Piſcis
21	40	A	5	30	4	Extra formam Piſcium
22	10	A	2	40	4	Extra formam Piſcium
23	15	A	2	30	4	Extra formam
23	20	A	5	30	4	Extra formam
27	0	B	6	20	4	Cauda præcedentis Piſcis

Sunt igitur omnes Zodiaci Stellæ quibus Planetæ corpore coniungi poſ ſunt 246.

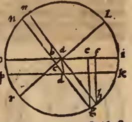
Inſigniorum aliquot ſtellarum uera loca remotius ab Ecliptica diſtantium hac tabula oſtenduntur.

Sig na	Lōgi- tudo G.	M.	P	Lati- tudo G.	M.	Magnitudo	Nomina Stellarum.
♈	3	10	B	12	30	2	Ala Pegaſi
♈	8	50	B	26	0	2	Vmbilicus Pegaſi
♉	20	40	B	23	0	2	Caput Algol
♉	25	50	B	30	0	2	Dextrum latus Perſei
♊	10	50	A	31	30	1	Pes Orionis
♊	15	20	A	17	30	2	Siniſter Orionis humerus
♊	16	0	B	22	30	1	Hircus Aurigæ
♊	18	20	A	24	50	2	Cingulus Orionis
♊	23	0	A	17	0	1	Dexter humerus Orionis
♊	23	50	B	20	0	2	Dexter humerus Aurigæ
♋	6	40	A	39	10	1	Canis ardens vel canicula
♋	14	20	B	9	30	2	Apollo, ſiue caput Geminorum antecedens
♋	20	30	A	16	10	1	Canis minor, Procyon
♌	21	0	A	20	30	2	Splendida Hydræ
♌	23	10	B	8	30	2	Ceruix Leonis
♍	5	10	B	13	40	1	Dorſum Leonis
♍	15	30	B	11	50	1	Cauda Leonis
♎	18	0	B	31	30	1	Arcturus inter pedes Bootis.
♏	5	40	B	44	30	2	Maior coronæ Borealis
♏	13	10	B	8	50	2	Luminoſior lancis Septentri.
♐	15	50	B	36	0	3	Caput Serpentarij
♑	8	20	B	62	0	1	Vultur cadens in lira
♑	24	50	B	29	10	2	Vultur volans
♒	21	0	A	23	0	1	Fomahant in Aquario
♓	0	10	B	60	0	2	Cauda Cygni
♓	17	40	B	19	40	2	Dorſum Pegaſi
♓	23	10	B	31	0	2	Crus Pegaſi.

PROPOSITIO XX.

Qua ratione ſtellarum fixarum à punctis æquinoctiorum diſtantiæ deprehenduntur.

AD huius propoſitionis vſum abſoluendum in primis requiritur, vt exquiſitè poli eleuationem ſupra obſeruationis tuæ finitorem cognoſcas: Ac aſſumas ſtellam aliquam, quæ non longè deflectat ab Ecliptica: nam faciliorem admittet operationem, quàm aliæ procul aberrantes. Dehinc vbi ſereno cœlo ſtellam in Meridianum circulum incidiſſe conſpexeris, aſſumpto quadrante, diligenter ſemel atque iterum altitudinem eius ſupra Horizontem, aut à vertice diſtantiam dimetiaris, & ſi altitudo ſic inuenta, minor fuerit poli ſtellæ complemento ab eodem ſubtracta, declinationem ſtellæ ab Aequatore Auſtrinam reſtituet, ſed ſi diſtantiam à vertice poli eleuatio exceſſerit, illa ex hac ſubducta ſegmentum declinationis Borealis relinquet, atque hoc modo per ſuos canones operatur Ptolemæus. Exemplo ſubiecto euidentius tota res intelligetur. Ioannes Vermerus Norimbergenſis, vt Mathematicę artifex diſciplinę peritiſsimus, ita in obſeruationibus motuum ſtellarum vigilantiſsimus anno Domini 1514, die 16 Decembris Norimbergæ, vbi polus arcticus ſupra Finitorem eleuatur 49 partibus, 23 ſcrup. 30 ſecund. per Canones Ptolemæi ſpicæ Virginis primæ magnitudinis ſtellæ diſtantiam à vertice 57 part. 53 ſcrupul. dimenſus eſt. Cum hac minor ſit eleuatio poli 8. grad. 29 minut. 39 ſecund. habemus declinationem ſtellæ Meridionalem inuentam latitudo huius ſtellæ ab Ecliptica ex Claud. Ptolemæi tabulis inuenitur 2 par. 0 minut. Huc etiam requiritur maxima Solis declinatio, quæ noſtro tempore 23 grad. 30 minut. ab artificibus deprehenſa eſt. His conſtitutis, ne quid erres figuram huic obſeruationi congruentem ad abſoluendam ratiocinationem depingas, vt ſequitur. Ex a centro ſecundum quantitatem a r deſignetur circulus Meridianus r m l g, i a o linea Aequatorem repræſentet, m a h Eclipticam, cuius m pūctum eſt principium cancri, h capricorni. Septentrionalis Eclipticæ polus l, Auſtrinus r, circumferentia latitudinis Auſtrinæ h g, g n æquidiſtet m h. Arcum declinationis ſtellæ referat i k & k p æquidiſtet i o, ſegmentum i k h maximam Solis declinationem repręſentat. ſinus i h circumferentiæ ſit f h & i g ſinus e g, & i k ſinus a d. conſtituti ſunt ergo duo trigoni rectanguli æqualium angulorum f h a & e b g. Quare per quartam ſexti elementorum Euclidis, quæ eſt ratio f h ad a h, eadem erit e g ad g b. Circumferentia i h eſt 23 partium, 30 ſcrupulorum: cuius ſinus rectus 39874, & i g 25 partium, 30 ſcrupulorum, cuius ſinus 43051. Si multiplices igitur e g, hoc eſt 43051 in a h 100000 conſurgunt 4305100000, quæ partes diuiſæ in f h, ſcilicet 39874 conſtituunt lineam b g 107967: iterum aſſumantur duo trianguli f h a & a d b æquianguli: Quare per quartam ſexti Elementorum eandem rationem habet f h ad h a, quam a d ad b d. Ducas igitur a d 14766 in a h 100000, & productū 1476600000 in f h 39874 partiaris: hinc egrediuntur 37031 d b lineæ, qua ſubducta ex b g 107967 ſuperſunt 70936 lineæ d g. Præterea cum ex h k m ſemicirculo ſubduxeris duplam circumferentiam ipſius h g, reſtat n k g 176, cuius ſemiſsis r g eſt, 88 partium, & ſinus c g 99939. Ex hoc ablato d g

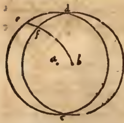


70936, relinquitur 29003 ipſius c d. Supereſt tandem, vt inueniamus quot partes contineat c d, quarum c g eſt 100000. Ductam igitur c d 29003 in 100000, per c g 99939 diſtribuo. Hinc mihi proueniunt 29020, quarum partium circumferentia eſt 16 grad. 53 ſcrupul. Tanta eſt ſpicæ Virginis ab interſectione Autumnali diſtantia ex hac obſeruatione per ratiocinationem collecta.

PROPOSITIO XXI.

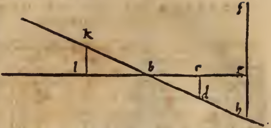
De ortus & occaſus Heliaci planetarum obſeruatione.

DE multiplici ortu & occaſu ſtellarum ſatis quidem copioſè in libellis ſphæricis tractatur, quare nobis hîc tantùm eſt propoſitum de ratione ortus & occaſus heliaci planetarum tractationem inſtituere. Hæc ortus & occaſus ſpecies potiſsimum ratione luminis Solis conſtituitur. Nam tres inferiores planetæ, quando velocius Sole mouentur, cum propius acceſſerint, ipſius radios ingredientes noſtro conſpectui ſubtrahuntur, atque hi occaſu matutino occidere & ortu veſpertino oriri dicuntur. Cæterùm tres ſuperiores, nec matutino occaſu occidere, nec veſpertino ortu ex Solis radijs propter motus tarditatem emergere poſſunt, tantùm manè oriuntur, & veſperi occidunt. Operæpretium eſt igitur, vt perquiramus quanta neceſſariò ſingulorum planetarum conſtituatur diſtantia, vt manè ante Solis ortum, aut veſperi poſt occaſum conſpiciantur. Multa quidem huc requiruntur, quæ rei difficultatem non mediocrem adferunt. Nam diuerſis temporibus apparentes planetarum magnitudines nunc propter acceſſum ad terræ centrum propinquiorem incrementa ſumunt, nunc propter longiores ab eodem receſſus ſub minori angulo apparent, quin etiam inclinationes Horizontum non exiguam varietatem habent. Interim ſcire licet apparitionem aut occultationum diſtantias fruſtra inquiri, niſi arcus viſionis, (qui nihil aliud eſt, quàm ſegmentum maximi circuli, qui per ſignum τῶν ζῳδίων, & Solis centrum ducitur, inter Horizontem & Solem interceptum) dimenſio ſit antegreſſa. Horizontis circulus ſit d f c, cuius polus b, d e c Zodiacus, & polus eius a, b f e ſegmentum circuli maximè ex b polo in e centrum Solis ſub Horizonte ductum, f locus ſtellæ in Horizonte. Circumferentia e f dicitur arcus viſionis ſtellæ, e d apparitionis aut occultationis, tam in ortu, quam occaſu diſtantia. Progrediamur hinc ad inuentionem arcus viſionis in hunc modum. Diligentior ſereno cœlo, potiſsimum quando Sol cancri tropico propinquiores partes peragrat, ſtellæ primò ex Solis radijs egredientes, aut in eoſdem incidentis diſtantiam ab eodem ſecundum ſignorum ordinem, non neglecta interim latitudinis Auſtrinæ, vel Septentrionalis ratione dimetiaris.



Hinc ſecundum doctrinam Claudij Ptolemæi, libro decimotertio magnæ Conſtructionis explicatam arcus viſionis inueſtigabimus. Inuenit ipſe ſub altitudine poli 33 grad. 18 ſcrupul. Saturnum principio apparitionis in prima Cancri parte à Sole deſtituiſſe 14 grad. Iouem 12 gradibus 45 minut. Martem 14 grad. 30 minut. cum latitudine 12 ſcrupul. Venerem veſpertinam 5 gradibus 40 minut. Mercurium 11 part. 30 ſcrupul. Ex his diſtantijs ſingulorum planetarum arcus viſionis ſupputauit eo modo, vt ſequitur. Sit Horizontis circulus l b g, zodiaci k b h, circulus ex Horizontis polo in h Solis

Solis cētrum deſcendens f g h. In b ſit ſtella rectè ſub Ecliptica citra omnem latitudinem, altera in l habeat latitudinē Auſtrinam, altera in c Borealem. Sit hîc propoſitum ratiocinari ar



cum viſionis Saturni g h. Per traditionem Libri 2 capitis 11 angulus Horizontis & principij Cancri, nempe h b g offertur 51 grad. 30 ſcrupul. quorum totus circulus continet 360. Igitur ſinus rectus eſt 78260, qui multiplicatus per ſinum rectum 14 partium 24192 conſtituit 1893265920, & hic diſtributus in totum reddit 18932, cuius ſinus arcus eſt 10 partium, 54 ſcrupul. 30 ſecund. Vt etiam exemplum habeas planetæ ab Ecliptica deflectentis aſſumamus Venerem, cuius latitudinem Septentrionalem in eodem ſitu Ptolemæus deprehendit 1 partis, cuius ſinus eſt 1745, vt in præſenti ſchemate c d. Vt hîc inueniamus b d, cuius ratio ad c d, eſt ſicut 62441 ad 78260. Diſpoſitis igitur numeris in ordinem, vt ſequitur 78260|1745|62441, & ſecundo in tertium multiplicato & producto in primum diſtributo exurgit ſinus 1391, cuius arcus 48 ſcrupul. 5 part. 40 ſcrupul. coniunctus totum b h 6 part. 28 ſcrup. conſtituit. Hinc g h eſt 5 partium 4 ſcrup. Eodem modo arcus viſionis Mercurij g h inuentus eſt 10 partium, Iouis 10 & Martis 11 part. 30 ſcrupul. Ex his arcubus conſtructa eſt tabula occultationum & apparitionum quinque planetarum ſub eleuatione poli prædicta ad omnium ſignorum principia. Quòd ſi volueris ad huius imitationem ad aliam poli eleuationem ſimilem extruere in primis, vt nos in canonibus primi motus explicauimus, vel ſecundum rationem 11 cap. libri ſecundi μεγάλης συντάξεως angulorum, quos Eclipticæ ſignorum principia cum Horizonte conſtituunt, quantitates inuenias, quorum ſinus recti primum ſibi locum in operis proceſſu vendicant, ſecundum, ſinus maximus, arcus viſionis ſinus, tertium. Habita inſuper latitudinis ratione, quando ſecundum in tertium multiplicatum in primum partitus fueris, ſinus apparitionis aut occultationis innoteſcet.

TABVLA ORTVS ET OCCASVS quinq; Planetarum.

	Ortus matutinus ♄		Ortus matutinus ♃		Ortus matutinus ♂		ortus ueſpertinus ♀		Occaſus matutinus ♀		Ortus ueſpertinus ☿		occaſus matutinus ☿	
S.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
0	29	28	19	33	29	0	15	31	4	25	24	10	12	24
1	26	26	18	21	27	11	13	48	4	29	21	15	12	18
2	22	10	14	15	22	14	10	39	7	38	17	10	13	37
3	17	18	11	44	18	15	8	38	8	58	14	9	14	19
4	14	8	9	44	16	7	7	5	8	59	12	53	16	39
5	13	8	9	7	15	8	6	53	10	46	12	8	20	23
6	12	15	9	0	14	12	6	57	11	9	12	10	23	50
7	13	1	9	7	15	8	7	11	11	26	12	41	23	49
8	13	47	9	44	16	7	7	56	12	27	14	8	20	44
9	16	36	11	44	18	15	9	18	9	28	16	19	16	19
10	21	16	14	14	22	14	12	47	8	29	20	15	14	7
11	26	46	18	11	27	11	15	28	7	43	24	38	12	14

	Occaſus ueſpertinus ♄		Occaſus ueſpertinus ♃		Occaſus ueſpertinus ♂		ortus matut. ♀		Occaſus ueſpertinus ♀		ortus matutinus ☿		occaſus ueſpertinus ☿	
S.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
0	13	46	9	28	14	12	3	36	2	27	22	43	12	9
1	14	7	9	38	15	8	4	9	3	30	21	23	12	12
2	15	5	10	16	16	7	5	14	8	47	22	28	14	44
3	17	9	11	44	18	15	10	12	10	44	18	48	19	48
4	14	48	13	32	22	14	17	45	11	30	15	18	23	25
5	22	0	15	23	27	11	23	40	7	43	13	18	26	37
6	22	32	16	7	29	0	22	27	6	40	12	29	25	38
7	21	20	15	23	27	11	15	14	6	17	12	10	20	35
8	18	35	13	32	22	14	7	1	5	12	12	16	17	41
9	16	36	11	44	18	15	2	18	2	18	12	15	12	30
10	14	40	10	16	16	7	1	36	1	14	14	25	11	32
11	14	0	9	38	15	12	2	43	1	31	18	22	11	47

Hinc quolibet conſtituto tempore ad quamcunq; poli eleuationem, an planeta antè Solis ortum, aut poſt eiuſdem occaſum cōſpiciatur, ſupputare licet. Inquiſito enim angulo horizontis & Eclipticæ ſinum eius diuiſoris loco ſtatuas, & cum viſionis arcus ſinum duxeris in totum, & productum in ſinum anguli prædicti diuiſeris, exorietur ſinus diſtantiæ, qua primum appareret planeta, ſi hæc maior fuerit, quàm diſtantia Solis à planeta ſecundum ordinem ſignorum, manifeſtum erit ipſum videri non poſſe: ſin minor apparere concludas. Sub altitudine poli 48 partium Sole 2 partem 26 Geminorum minutum occupante, ſtella Mercurij cum 19 parte & 43 ſcrupul. Tauri ſupra horizontem aſcendat, eſt igitur angulus horizontis & Eclipticæ 22 graduum 41 ſcrup. cuius ſinus rectus 38563, & cum arcus viſionis ſit 10 partium, ſinus eius 17364 in totum multiplicatus, cum in primum diuiditur, exoritur 45028, ſinus cuius arcus 26 partium, 46 minutor. Tantam oportet hîc eſſe Solis diſtantiam, vt Mercurius in ortu videatur. Si nunc à 19 grad. 43 minut. Tauri 26 grad. 46 minut. ſecundum ordinem ſignorum numeraueris, finem in 16 grad. 29 minu. Geminorum incidere videbis. Diſtantia Solis & Eclipticæ partis vnà cum Mercurio in horizonte conſtitutæ tantum eſt 12 grad. 46 minut. Quare manifeſtum eſt hoc tempore Mercurium videri non poſſe. Eadem ratione comperies, an paulò poſt Solis occaſum videatur. Occidebat Mercurius cum 9. grad. 4 minut. Tauri, & cum Sol conſtituatur 2 parte 26 Geminorum ſcrupulo, certum eſt eum neq; poſt occaſum conſpectum iri.

PROPOSITIO XXII.

Quomodo ex aſpectu cuius Planetæ naturam ſtellæ fixæ referant, agnoſcamus.

Stellæ candidiſsimæ & ſplendidæ ſunt naturæ Iouis, ſplendidiſsimę buxeę ſunt Venereæ, cādidæ pallentes, & debilioris luminis, Lunares. Rubeæ, fuſcæ, ſiue ſint ſplendidæ, ſiue non, Martiales. Claræ, ſplendidæ valde, & modicè rubentes, Solares. Plumbeæ omnes ſiue ſplendidæ ſint, ſiue non, Saturninæ. Splendidæ, cinerei coloris, Mercuriales. Obſcuræ, ſunt naturæ Saturni & Lunę. Nubiloſæ omnes & maculoſæ, Lunæ & Martis.

PROPOSITIO XXIII.

De Stellarum magnitudinibus.

Vt cognoſcamus qua ratione intelligant artifices ſtellarū diuerſas eſſe magnitudines, & quomodo hę debent obſeruari: ſcire licet ſtellas primę magnitudinis, vt ſunt Venus & Iupiter, habere diametrum minutorum 8, Saturnus, Mars & omnes ſtellæ magnitudinis ſecūdæ dimetientem habent 6 minut. quæ ſunt magnitudinis tertiæ, minut. 4, quę ſunt quartæ, minut. 3, vt etiam eſt Mercurius. Quæ ſunt quintæ magnitudinis diametrum habent 2 minut. & quæ magnitudinis ſextæ, minut. 1, Saturnus etiam, Iupiter & Mars in abſidis oppoſito, creſcunt 1 minut. & eodem decreſcunt in abſide. Quando Venus eſt in abſide dimetientem oſtendit minut. 7, ſed in oppoſito, minut. 10, Sol in abſide excentrici apparet, ſub minut. 31, at in oppoſito minut. 33 & Luna in abſide ſub minut. 31, ſed in oppoſito ſub 35, atq; ita maior apparet Sole, quando in loco proximi ad terram acceſſus eſt. Atq; hinc etiam corporales cōgreſſus Planetarum & fixarum agnoſcere licet ex cōiunctione ſemidiametrorum, exemplum Cardanus hoc conſtituit. Sit Luna in parte 19, minut. 25 Capricorni in longitudine media, vbi ſemidiameter eſt minut. 16, ſecund. 30, in parte 19, ſcrupul. 8, conſtituitur Borealior ſiniſtri ſcoptuli Sagittarij: differentia vtriuſq; longitudinis eſt ſcrupul. 17. Et cum Lunæ ſemidiameter ſit 16 ſcrup. 30 ſecun.

ſemidiameter ſtellæ, quæ eſt magnitudinis quintæ, ſit 1 ſcrupul. ſi coniungātur ſemidiametri exurget quantitas 17 ſcru. 30 ſecund. quæ maior eſt 17 min. differentiæ, ſcilicet longitudinis. Dicendum ergo ſtellas ſeſe mutuò contingere. Porrò hos contactus ad vnguem ſcire, præſertim exorientium ſtellarum, aut in cæli medio exiſtentium nemo facilè poteſt niſi per experientiā. Nam huiuſcemodi præciſionem, vt rectè dixit Ioannes Regiomontanus in opere Directionum primi mobilis, nullum capit inſtrumentum.

PROPOSITIO XXIIII.

Ad quantam diſtantiæ Stellas fixas planetæ occultent.

OMnes ſtellas noſtro conſpectui adimit Sol: ſed in exortu admittit Venerem vt videri poſsit, donec ſupra terram ad qualemcunq; altitudinem eleuetur: quandoq; etiam vnà cum Sole in medio cæli conſpicitur, id quod aliqui miraculi inſtar ſunt admirati. Lunam verò tegit manifeſtè vſq; ad diſtantiā quindecim partium, interdum etiam ad viginti, fixas ſtellas omnes, quæ primę ſunt magnitudinis, Luna ad interuallum vnius partis, eas verò, quæ ſecundæ magnitudinis ſunt, ad tres partes occultat, niſi cælo valde ſereno & ea vacua exiſtente, reliquas autem longius tantùm in occaſu vel exortu. Planetas nunquam è conſpectu aufert: nam Iupiter & Venus nihil ſplendoris in ipſo etiam contactu perdunt. Saturnus & Mars, etſi multum obſcurentur, tamen omnino non teguntur. Mercurium vltra duas partes non abſcondit omnino. Contingit hoc non propter Mercurij lumen: ſed quia Luna, quoties eidem copulatur neceſſariò exiguæ magnitudinis videatur. Iupiter & Venus ſtellas omnes ſecunda quantitate minores in cōtactu occultant: quæ ſecundæ quidem magnitudinis ſunt, offiſcantur plurimum, quę primæ licet debilioris luminis eſſe videantur, in quātitate earum tamen nulla apparet diminutio. Saturnus & Mars propè Iouem aut Venerem hebetiores apparēt, decrementi tamē aut occultationis nullum admittūt indicium. Mercurius aūt cum Ioue & Venere, licet exiguus admodum appareat, tamen nullo modo ſub radijs euaneſcere videtur. Nullus etiam planeta ſui generis, alium omnino poteſt è conſpectu ſubmouere. Iupiter interim & Venus fixas minimas ad diſtantiam 8 part. obſcurant. Saturnus & Mars cum Bebenijs ſiue ſtellis fixis primę magnitudinis lumine contendunt, & quanuis ſuperentur, hebetiores tamen non euadunt, cum ſtellis ſecundæ quantitatis etiam decertant, & cum lumine ſplendidiores videātur, eas tamen radijs non tegunt, ſed paulò hebetiores reddunt. Si propè Saturnū aut Martem fuerint ſtellæ magnitudinis tertiæ, aut quartæ obſcurantur plurimū, ſed propè eoſdem quintæ & ſextæ prorſus euaneſcūt. Mercurius nullas occultat, & viciſsim non occultatur, à ſtellis primæ magnitudinis tamen offuſcatur. Porrò ſtellarum omnium in noſtro climate apparentiū pulcherrima eſt Canicula, & ſplendidiſsima, quæ in ore Canis maioris exiſtit: maxima omnium eſt Canopus, licet nobis non appareat, ſed quāuis Caniculam vincat magnitudine, ſplendore tamen ab eadem magno vincitur interuallo.

PROPOSITIO XXV.

Quomodo Polus mundi proximè & ſimpliciſsimè ex obſeruatione ſtellarum fixarum, ſine omni inſtrumento cognoſcatur.

EXplicauimus quidem breuiter, quomodo per inſtrumentum ex obſeruatione circũuolutionis alicuius ſtellę fixæ ſupra Finitorem ſemper apparentis mundi polus exquiſitiſsimè cognoſcatur, id quod ad obſeruationes omniū φαινομένων maximè neceſſarium eſt: nunc etiam quomodo proximè ſine inſtrumento certiùs tamen quàm ſoleant obſeruare nautæ & agricolæ eundem inueniamus

inueniamus, ex traditione Cardani ſubijciemus. Ad Septentrionem in Vrſa maiori conſpiciuntur ſtellæ ſeptem, ex quibus quatuor ſchematis quadranguli ſpeciem oſtendunt, reliquæ tres in figuram caudæ inflectuntur. Harum omnes ſunt magnitudinis ſecundæ, præter Borealiorem quadrilateri antecedentem, quæ minor etiam ſex reliquis eſt deſignata, & eſt magnitudinis tertię, paulò reliquis minor. Omnes ſimul exprimunt figuram currus cum temone flexo. In recta linea duarum ſequentium ab exteriori parte verſus incuruationem Temonis, eſt ſtella Polaris magnitudinis tertiæ, naturæ Saturni & Veneris, diſtans ab ipſo mundi Polo partibus 4, ſcrupu. 9, & conſiſtit in 19 parte, min. 48 Geminorum, & appellatur Cauda minoris Vrſæ. Ita autem rectè in eadem linea, cum prædictis duabus quadrilateri conſiſtit, vt per inſtrumentum obſeruanti in eodem ferè circulo maximo, cum' ijſdem iacere videatur. Etſi autem non vſq; adeò magnæ quantitatis videatur, tamen quia circumiacentes omnes valde ſunt exiguę, quaſi ſola locum occupare videtur. Hæc circum Polum tempore 24 horarum æqualium circumuoluitur, in cuius locum intra ſpaciũ 1000 annorum ingredietur, ita vt loco Poli cõſpiciatur. Eidem alia ſtella quartæ magnitudinis valde eſt propinqua, diſtans à Polo tantùm noſtro tempore ſcrupul. 50, quàm rectè ſtellam Poli nominamus, alteram quę remotior eſt, ſtellam Polarem. Sequitur figura huius obſeruationis.



PROPOSITIO XXVI.

Qua obſeruatione inueniatur Polus Zodiaci.

Zodiaci Polus ſemper eſt proximus duabus ſtellis, quæ ſunt in triangulo Draconis ſextæ magnitudinis, & vix apparētibus. Cõſyderes igitur ſtellam polarem, propè quam in Vrſa minore, præter ſeptem ſtellas Vrſæ maioris animaduertas duas alias ſecundę magnitudinis, quarum ſuperior eſt in eadem recta duarum antecedentium quadrilateri prædicti, quę ſunt propè Temonem. Ex prima igitur quadrilateri verſus Septentrionem, per ſuperiorem duarum Vrſæ minoris imaginatione deducas lineam rectam vſq; ad Draconem, quæ ſubſiſtet ad duas ſtellas in eo conſtitutas, & vix (vt dictum eſt) apparentes. Hæ proximæ ſunt Zodiaci Polo, diſtantes ab eodem partibus 2, ſcrupul. 30, nec ab eo digrediuntur vnquam, nec eidem appropinquant. Ex hoc igitur ſchemate manifeſtum eſt Polum Zodiaci paulò longius per lineam rectam à Borealiore ſequentium diſtare, quàm polares mundi ab Auſtraliore' ſequentium diſtet, quàm polaris mundi ab Auſtraliore ſequentium diſtet. Obſerues etiam quomodo pes Cephei in eadem recta linea, cum ſtella Polari & Auſtraliore antecedentium quadrilateri conſiſtat.

PROPOSITIO XXVII.

De obſeruatione Zodiaci & circuli Solſtitij.

AGnita poli Zodiaci ſtella verſus Auſtrum in oppoſitam partem conuertas faciem, per quam partem imagineris duci circulum maximum totum cælum bifariam ſecantem, cuius ſemiſſes ſupra Finitorem apparet ſemper. In hoc eſt Zodiacus pluribus & frequentioribus ſtellis inſignitus, quàm vlla pars cæli, in quo ferè ſemper aliquis apparet planeta. Dehinc imaginaberis lineam, aut circumferētiam circuli ex polo Zodiaci per mundi polum procedentem, quæ totum cælum in duas æquales portiones diſpeſcat. Et conſyderes vtrum Cancri, an Capricorni initium ſupra horizontem appareat: nam horum alterū neceſſariò videbitur cum ſint oppoſita ſigna. Quoties igitur fuerit primū Cancri punctum ſupra terram, erit etiam pars Tropici coluri per illud punctum ducta in conſpectu: idem etiam de Capricorni ſigno velim intelligas, id quod non difficulter deprehendes, ſi aſcendentem Eclipticæ partem, aut temporis nocturni momentum obſeruaueris. Et ſi principium Cancri ſupra terram apparuerit, ab Orientali coluri circuli parte primo Geminorum capita magis Septentrionalia conſpicies, huic procedenti ab eadem parte verſus Auſtrum Canis minor, ſiue Procyon offeretur, inde Canicula, quæ eſt ſplēdidior Canis maioris, & hæc magis in Meridiem inclinatur. Ab Occidentali eiuſdem circuli parte verſus Septētrionem offendes, primò dextrum humerum Aurigæ, inde Orionis conſtellationem à capite ad pedes, tanquàm prędicto circulo æquidiſtantem, ita vt pedes verſus Auſtrum, caput verſus Septentrionem extēdantur: poſtremò ſex Stellas glomeratas, è quibus duę ſunt magnitudinis in naui valdè Auſtrales. Ab Orientali verò coluri circuli, quę per initium Capricorni ducitur parte, primò ſtellam Vulturis cadentis inuenies, dein ſtellam vlterius in Auſtrum tendentem, quę vocatur Vultur volans: vltimò ſecundę magnitudinis ſtellam, quę eſt in genu Sagittarij benè Auſtralis, ita vt parum ſupra terram maneat. Ab Occidentali verò huius coluri parte, nulla inſignis magnitudinis ſtella conſpicitur.

PROPOSITIO XXVIII.

Quomodo ſtellas fixas ſemel obſeruatas ſemper agnoſcamus.

SEx potiſsimùm ſigna, quibus ſtellas fixas ab inuicem diſtinguunt artifices, obſeruare docent. Primò magnitudinem, quia nōnullę ſunt primę magnitudinis, nonnullę ſecundę, alię tertię, alię quartę, alię quintę, alię ſextę, quę omnium inter has minimè apparent. Quę pręter has minoris quantitatis ſunt vix obſeruari poſſunt. Secundò colorē: nam quędam videntur albę, quędam pallentes, quędam buxeę, quędam plumbeæ, quædam aureæ, alię rubeę. Tertiò ſplendorem: nam alię plurimum, alię mediocriter, alię valdè parum, alię nihil omnino ſplendent, quapropter etiam nebuloſę, licet magnę inter eas ſint, appellantur. Quartò obſeruamus configurationes viciniorū ſtellarum. Inter has alię rectam lineam, alię triangulum, alię quadrangulum & alias etiam figuras cōſtituunt. Vt cingulus Orionis cōſtat tribus magnis & ſplendidis ſtellis, quę ita in rectā lineam cōſtituuntur, vt cinguli ſpeciem repręſentent, ſimiliter Hoedi ſunt duę paruę ſtellę ita coniunctę, vt vnam quaſi longam referant. Ita Pleiades à multitudine cōglomerata facillimè agnoſcuntur, eodem modo ſeptē ſtellę maioris & minoris Vrſę. ex tribus quę figuram incuruatę caudę, & reliquis quatuor quadrangulum ſchema exprimentibus addiſcūtur. Quintum ſignum eſt ſcintillatio: nā quędam frequētiſsimè micāt, vt Procyon, quędam rariſsimè vt Regulus, quędam mediocriter, vt pes & humerus Orionis. Sextū ſignū eſt ſtellarū ſitus tam in Zodaico, quàm in mundi cardinibus. Nam ſtellę fixę pro-

pter

pter maximā motus octauę ſphęrę tarditatē per multos annos ijſdem locis ſupra Horizontē aſcendunt, ad cæli medium uoluuntur, & ſub Horizontem demergũtur. Vnde ex earũ ſitu ſemel deprehenſo facilè quiuis, qui non ſit omnino nullius memoriæ, ipſas retinere & alio tēpore cōſpectas agnoſcere poteſt. Similiter ex ipſarũ à planetis diſtātia facilè agnoſcũtur, videlicet ſi antares ſtella Saturno poſterior fuerit 12 part. cognito Saturno, quā ſtellā ab ipſo 12 gra. in orientē tendere maximè ſplendete cōſpexeris eā cordis Scorpij eſſe indubitatò noueris. Cōſultiſsimũ tamē in omnibus fuerit adhibita ſphęra ſtellifera, quę ad ſingulos mundi cardines & propoſiti tēporis conſtitutionē exquiſitè diſpoſita ſit, per has rationes & obſeruationes altitudinũ & locorũ ſtellas obſeruare.

PROPOSITIO XXIX.

Quomodo ex imaginum zodiaci aſpectu ſolo ſtellę agnoſcuntur.

COgnitis iam & obſeruatis pręcipuis octauę ſphęrę ſtellis, ſequitur, vt etiā ad obſeruationes imaginũ cœleſtiũ, quas ſtellæ nobis repræſentant, progrediamur. Cōmodiſsimũ hîc fuerit, vt exordiamur ab obſeruatione figurarũ zodiaci, quas ante omnes nouiſſe expedit. nā cũ harũ ſtellis, quę nō longius ab Ecliptica diſtant, planetę corpore cōiungi poſſunt. Ad huiuſmodi obſeruationes maximè requiritur, quoties ſphęris ſtelliferis caruerimus, vt omnes zodiaci figuras cũ ſuis ſtellis, ſicut in ipſo cœlo apparēt, depictas habeamus. Hîc iam ſcire licet duas in cœlo ſtellas eſſe, quarũ ſemper altera, eo quòd in oppoſitis locis cōſtituantur, ſupra Horizontē ſtatuatur, quarũ vna eſt aldebara, altera antares, ambę regiæ, quas à reliquis frequēti obſeruatione ita diſtinguere diſcas, vt ſtatim apparētes eas ſine errore agnoſcas. Dehinc ex præmiſsis tabulis nomina, ſitus, & magnitudines ſtellarũ zodiaci inquiſitas diligēter adhibitis & identidem cōſultis picturis obſerues procedendo ab altera harũ cognitarum, quæ apparuerit ſecundũ ſucceſsionē ſignorũ ad orientē finitoris partem. Obſerues etiā diligēter 27 illas valde ſplendidas, quę extra zodiacũ collocātur vnà cum ſex vrſę maioris & duas vrſę minoris, quas in capite obſeruationis polorũ Aequatoris & zodiaci adſcripſimus. Et cũ ad Horizontē deſcēderis, iterũ à loco prioris obſeruationis, nimirũ ſtellę regię cōtra ſignorũ ordinē figuras ad occidentē deſcēdentes eadē omnino ratione, qua antea vſus es, obſeruabis. Memineris tamē hîc diligēter, vt lineas ex polo zodiaci ad ipſas ſtellas ductas imagineris. Poteris etiā per inſtrumentũ illarũ à polo zodiaci diſtātias, an cũ tabulis cōueniant experiri, ita certius argumētũ inuentę ſtellę cōſequeris, pręſertim ſi alijs ꝓxima nō fuerit, ſed tribus aut quatuor partibus ab ijs diſtiterit. Primùm autē memorię cōmendes eas, quę ſunt nobiliores aut magnitudine, vt eſt canicula, aut multitudine, vt pleiades & ſuculæ, paruitate vt hœdi, ſimilitudine vt aſini, loco, vt ſcapula Capricorni, quę pręcisè in ipſa eſt ecliptica. Et dextrũ genu Ophiulci, quod in extremo zodiaci conſtitutũ initiũ prębet vię lacteę. Etiā eas obſerues, quę ſunt nebuloſę, vt pręſepe, & quę dignitate pręſtant, vt regulus & ſpica, quę magnitudine fortitudinis & forma inſigni, vt totũ ſydus Orionis, quod facillimè cognoſci poteſt: vt dixit Poeta: *Orion magni pars maxima cœli.*

Hac obſeruādi ratione pauciſsimis diebus omnes ſtellę & aſteriſmi cœli, qui ſupra finientē loci, in quo fiũt obſeruationes, apparēt, ſine magno negocio cognoſci poſſunt. Porrò, vt eorũ etiam ſuccurramus induſtriæ, qui tabulis caret, omnes imaginũ zodiaci ſtellas, quę formā cōplectũtur, exquiſita deſcriptione ſuis aſteriſmis intexā, vt ex mutua collatione cōgruentię in ſitu ac poſitione à ſtudioſis, qui attētè eas inquirēt in cœlo facilè agnoſcātur. Atq; in has imaginũ picturis nō ſolùm quantũ ex correctiſsimis tabulis didicimus, verā ſtellarum in ſitu ſymmetriā cōſtituimus, verumetiam ſingulas magnitudinũ differentias certus diſcretas ſignis ante oculos conſtituimus, eo modo qui hîc apparet.

Vt ergo ueram iconum poſitionem explicemus, ſcire licet artifices omnes Arietis conſtellationi primum locum attribuiſſe. Hæc autem Higinij tempore proximè interſectioni uernæ Æquatoris & Eclipticæ conſiſtebat, ſed elapſo multorum annorum ſpatio ad hæc noſtra tempora longius indè in conſequentes partes proceſsit. Caput ipſum conuertit in ortum, ac conſtituitur infra ſydus cœleſte, quod Triangulum appellant. Cæterùm formam duntaxat ingrediuntur ſtellæ 13, quarum magnitudinis tertiæ duæ, quartæ quatuor, quintæ ſex, ſextæ una. Ex his, præter duas extremas, quarum una eſt in poplite, altera in extremo poſterioris pedis ab Ecliptica in Septentrionem deflectunt.

SEQVITVR IMAGO ARIETIS.



Tauri

Tauri ſydus imperfectum eſt. Nam poſterior medij corporis pars deeſt, ut non inerudite ſcripſerit Ouidius: Poſteriora latent. Reliqua anterior per medium ab Ecliptica ſecatur. Poſt caudam Arietis in ſectione uerſus Auſtrum quatuor ſtellæ conſpiciuntur. In tergo ſunt Virgiliæ Græcis πλειάδες appellatæ, infra caput Meduſæ. Caput ita flectit, ut frons occaſum reſpiciat, & caput orientem. Cornu Septentrionali altero pede inſiſtit Erichtonius. Totum uerò conſtituitur ex ſtellis 32, præter eam quæ in extremo cornu Septentrionali: una ex his primæ magnitudinis in oculo lucens à Romanis Palilicium appellata. Tertiæ magnitudinis ſunt ſex, quartæ undecim, quintæ tredecim, ſextæ una.

SEQVITVR IMAGO TAVRI.



Geminorum pedes in Occaſum uerſus cornua Tauri extenduntur, capita uerò, quæ appellantur Caſtor & Pollux magis Orientem ſpectant, ac in Septentrionem ab Ecliptica deflectunt. Tota uerò conſtellatio conſtat ſtellis 18, quarum magnitudinis ſecundæ duæ, tertiæ quinq;, quartæ nouem, quintæ duæ. Ac omnes ſtellæ, quæ numerantur à principio uſq; ad ſiniſtrum genu ſequentis Geminorum in Septentrionem deflectunt, reliquæ in Auſtrum.

SEQVITVR IMAGO GEMINORVM.



Conſtellatio Cancri in medio ab Ecliptica ſecatur, conſtat autem exiguis ſtellis, ex quibus duæ in teſta aſini appellantur, ac una in pectore nebuloſa, præſepe. Magnitudinis quartæ ſunt ſeptem, quintæ una,

SEQVITVR IMAGO CANCRI.



Caput Leonis occaſum ſpectat, ac maior pars corporis ab Ecliptica in Septentrionem deflectit: nam ultra ſectionem Eclipticæ pedes duntaxat in Auſtrum extenduntur. In corde, ſiue pectore eſt ſplendida ſtella, quam Regulum ac Baſiliſcum uocant primæ magnitudinis. Totum ſydus conſtat ſtellis 27, quarum altera primæ magnitudinis fulget in extremo caudæ. Secundæ magnitudinis ſunt duæ, tertiæ ſex, quartæ octo, quintæ quinque, ſextæ quatuor.

SEQVITVR IMAGO LEONIS.



Totum Virginis ſydus in Septentrionem ferè deflectit, conſtituitur, caput poſt Leonis caudam Eclipticę propius, in ſiniſtra manu, quam in Auſtrum porrigit, ſplendidam geſtat ſtellam, quæ ſpica nominatur. Supra corpus Virginis ulterius in Septentrione apparet Bootis, inter cuius pedes ſtella ſplendida, quæ Arctu- rus nominatur. Conſtat autem 26 ſtellis, quarum 1 magnitud. una tertię 6, quartæ 6, quintæ 11, ſextæ duæ.

SEQVITVR IMAGO VIRGINIS.



Propter nimiam magnitudinem conſtellatio Scorpij in duas imagines diſtribuitur, quarum antecedens appellationem Libræ ſortitur, quæ apud Ptolemæum Chelæ dicuntur. Hæc tota in Septentrionem deflexa, ſub Virginis pedibus conſtituitur. Conſtat autem ſtellis octo, quarum magnitudinis ſecundæ duæ, quartæ quatuor, quintæ duæ.

SEQVITVR IMAGO LIBRAE.



Scorpionis conſtellatio maiore ſui parte in Auſtrum deflectit, quatuor in fronte lucidæ occaſum ſpectant, dextram corporis partem in Septentrione pede premit Ophiuchus, cauda magis in ortum circumflectitur. Conſtat ſtellis 21, quarum ſecundæ magnitudinis 1, tertiæ 13, quartæ 5, quintæ 2.

SEQVITVR IMAGO SCORPII.



Sagittarius Centauri ſpecie pingitur, ſagittam uerſus Occaſum dirigens in caudam Scorpionis toto ferè corpore in Auſtrum conuerſus, excepto capite & ſtellis aliquot exiguis in contactu, quæ in Septentrionem uergunt. Conſtat ſtellis 31, quarum magnitudinis 2, duæ, tertiæ 9, quartæ 9, quintæ 8, ſextæ duæ, nebuloſa una.

SEQVITVR IMAGO SAGITTARII.



Poſt con-

Poſt contactum Centauri ſequuntur cornua Capricorni unà cum capite in Septentrionem deflexa. Indereliqua pars corporis ab Ecliptica ſecta in Auſtrum uertitur, reflexa in Septentrionem cauda. Conſtituitur autem ſtellis 28, quarum magnitudinis tertiæ 4, quartæ 9, quintæ 6, ſextæ 6.

SEQVITVR IMAGO CAPRICORNI.



In medio corpore Aquarius ſecatur ab Ecliptica, ut ſuperior pars in Septentrionem, inferior in Auſtrum deflectat. Siniſtram manum in Occaſum ſupra tergum Capricorni porrigit. Vrna in exortum effundit aquam, quæ ſtatim ultra Eclipticam in Auſtro uerſa in Occaſum refluit. Vltima in aqua ſtella ſplendida ore Piſcis, qui ſolitarius figuratur, abſorbetur. Conſtat ſtellis 42, quarum primæ magnitudinis 1, tertiæ 9, quartæ 18, quintæ 13, ſextæ 1.

SEQVITVR IMAGO AQVARII.



Poſtremum

Poſtremum Piſcium ſydus exiſtit, quorum alter in Occaſum ſpectans Aquarium in Septentrione ex cauda linum educit, quod ultra Eclipticam in Auſtrum productum & nodo contractum ac ligatum, iterumq́ in Septentrionem reflexum annectitur caudæ, alterius piſcis, cuius caput eſt infra humerum ſiniſtrum Andromedæ.

SEQVITVR IMAGO PISCIVM.



PROPOSITIO XXX.

De ſignis quibus errantes ſtellæ à fixis octauæ ſphæræ diſtinguuntur.

FAcillima ratio, qua ad cognitionem ſtellarum fixarum introducimur, conſtat ſignorum, quibus erraturæ ſtellæ à ſe inuicem & à fixis octaui cœli diſtinguūtur obſeruatione. Triplici autem ſignorum diſcrimine à ſtellis fixis planetæ differre cognoſcuntur. Primò quòd ſtellarum fixarum aliàs rarius, aliàs frequentius ſcintillare obſeruemus, planetas verò nunquam. Secundò, quòd inerrantium ſemper à ſe inuicem æqualis diſtantia deprehendatur, ſed planetarum (quia infinitis partibus velocius fixis ſtellis mouentur) ab iiſdem octauæ ſphæræ ſtellis diuerſis temporibus obſeruatę diſtantię ſemper manifeſtam differentiam ſortiantur. Tertiò quòd illis, qui frequentibus obſeruationibus fuerint aſſuefacti, planetæ, vel primo aſpectu ſtellis fixis inferiores appareāt, ſed fixæ longæ à terræ ſuperficie altiores conſpiciantur. Etiam inter ſe planetæ ſatis euidenti diſcrimine differre videntur. Primò Sol & Luna, quomodo à reliquis omnibus ſtellis differant, nemo, niſi communis ſenſus expers, ignorare poteſt. Stella Saturni, Martis magnitudini aſpicientibus æqualis videtur, diſtinguitur tamen ab eodem, quòd plumbei coloris & minus ſplendida, & altiorem cœli regionem occupare videatur, etiam inſpecta Ephemeride vtriuſq; locus differre cognoſcitur. Iupiter ſtellæ Veneris omnium aliarum ſimillimus deprehenditur, ſed minus ſplendoris obtinet, & quantitatis minoris videtur, nec Solem, vt Venus ſemper comitatur, quæ nunquam à Sole antè aut retro longius 48 partibus digreditur, etiam ex motuum tabulis vter horum orientalior ſit, inueniri poteſt. Agnito igitur Ioue, qui omnes alias ſtellas præter Venerem excellit, non difficulter ipſa etiam Venus cognoſcetur. Stella Martis ſubobſcura, cum rubore quodam micare, & ſcintillare videtur, à Ioue autem & Venere plurimum rubere, magnitudinis defectu, & obſcuritate diſcrepare obſeruatur. Venus omnium, quæ in cœlo conſpiciuntur, ſtellarum & maxima & ſplendidiſsima eſt: ita vt ſola tantùm luminis effundat, quo corporum vmbræ euidenter diſtingui poſſunt, neque Lunæ propinquitate offuſcatur, ſed in ipſius contactu ſplendidior apparet. Mercurij ſtella ſemper ipſi Soli propinqua, nec ab eodem vltra 28 partes diuagatur, exiguæ magnitudinis, non candida ſed luminoſa exiſtit.

PROPOSITIO XXXI.

Ratio, qua tempus congreſſus planetarum cum ſtellis fixis præſcire poſsimus.

AD huius congreſſus prædictionem in primis requiritur, vt quolibet tempore, vel ex motuum tabulis, vel ex certiſsima Ephemeride verum planetæ locum inuentum habeas. Deinde ex zodiaci tabula ſuperius deſcripta longitudinem & latitudinem ſtellæ, cuius congreſſum cum planeta nouiſſe diligenter inquiras, & quo tempore planeta ad eandem zodiaci partem & minut. pertingat, conſideres. Quo inuento, ſi vtriuſque ſtellæ eandem latitudinem calculo oblatam videris, congreſſus corporalis dicetur, ſed ſi diſcrepante latitudine vtranq; in longitudine tātùm coire perſpexeris, longitudinis congreſſus appelletur. Vtrum verò hæc prædictio experientię cōſentiat, non difficulter aſpectu iudicare licet: nam cum zodiaci poli locum diligenter notaueris, ſi ex eo lineam rectam, aut ſegmentum circuli per ſtellam & planetam ſimul tranſire videris, vtriuſq; loci eandem eſſe longitudinem non dubitabis.

Et quanuis

Et quamuis ſuperiorum planetarum tam apparens, quàm vera coniunctio ſit eadem, in inferioribus tamen παράλλαξεως ratio præſertim in Luna & Mercurio diligentiſsimè eſt obſeruanda. Nam in Mercurio coniunctionum loca interdum 10 ſcrupulis differre videntur. Lunæ diuerſitas interdum ad quantitatem integrè partis increſcit. Nam ſiue citra ſiue vltra nonageſimam ab aſcendente zodiaci partem conſtiterit, nunquam in ea parte exquiſitè, quàm linea ex mundi centro per centrum lunæ ad zodiacum extenſa, deſignat, in ſuperficie terræ conſiſtentibus apparere poteſt. Cum enim in Oriente fuerit, partem veri motus exceſsiſſe conſpicitur: ſed in Occidente verum locum antecedere iudicatur. Quare diligenter ad tempus propoſitum ex tabulis motuum cœleſtium Nicolai Copernici, aut Ioannis Verneri, aut Eraſmi Rheinoldi, quę omnium ſunt exactiſsimæ, Lunæ locum ſupputare oportebit. Eodem modo etiam cognoſcitur quando fixa zodiaci ſtella radios planetæ oppoſitos, quadratos, trinos, aut hexagonos, ſiue iuxta ſententiam Ioannis Regiomontani, qui omnes eos in Eclipticam deducit, ſiue opinionem Ioannis Blanchinij, qui in omnibus exceptis tetragonis, obſeruationem latitudinis requiri vult, ingrediatur. Obſeruationem nobis hic excellentiſsimus noſtri temporis philoſophus Hieronymus Cardanus talem reliquit. Anno 1538 die decimotertio Aprilis, inuenit verum ſtellæ Iouis locum in parte 26 minut. 23 Tauri cum latitudine auſtrina part. 0 ſcrupul. 46. Quæritur ergo in tabulis ſtellarum zodiaci, an vltra 26 part. 23 minut. Tauri aliqua ſtella inueniatur, quæ latitudinem ab Ecliptica partis 0, minut. 46, aut paulò minorem obtineat, ſiquidem Iupiter verſus Septentrionem aſcendat, & latitudo minuatur. Hic nulla propinquior inuenitur, quàm præſepe in parte 29 minut. 58 Cancri per obſeruationem Cardani in latitudine Septentrionali part. 0 ſcrupul. 20 conſiſtens. Hanc zodiaci partem ſtella Iouis ex motuum tabulis anno 1540 die octauo Iunij egrediebatur, eodem tempore deflectens ab Ecliptica via in Septentrionem parte 0, minut. 26. Quare differentia latitudinis tantùm eſt 6 ſcrupul. quę comprehenduntur à ſemidiametris Iouis & ſtellæ prædictæ. Dicendum igitur in ſequenti nocte coitionem corpoream fuiſſe. Vnde etiam his, quibus in angulo contingebat, nebuloſa tempeſtas effecta eſt. Hinc manifeſtum eſt, quàm raró fiant planetarum cum ſtellis fixis, præterquàm Lunæ corporei congreſſus. Nam hæc non tantùm propter motus velocitatem, ſed etiam ſemidiametri magnitudinem ſtellis fixis ſæpius cõmiſcetur. Vnde frequẽtiores etiam cœli mutationes & euidentiores euenire quotidiana docet experientia.

PROPOSITIO XXXII.

Quomodo nouis obſeruationibus tota cœli ſtellati facies explorata deſcribi poſsit, ut ſingulæ ſtellæ repræſentent eàm in ſitu congruentiam ac ſymmetriam, qua in ipſo cœlo conſtitutæ apparent.

Veteres artifices mirabili induſtria ac artificio totam cœli ſtellati faciem, vſi obſeruationibus per inſtrumentum Armillarum factis, ita depinxerunt, vt ſingulas ſtellas ſphærico corpori imponentes, in eum ſitum ac ordinem diſtribuerent, qui cœleſtium corporum ſymmetriæ ac diſtantijs exquiſitè congrueret. Ex his alias animantium imaginibus, quarum formæ huic ſimilitudini ac poſitioni optimè conuenirent, intexebant: reliquas verò paſsim diſperſas, neque conſtitutioni alicuius imaginis congruentes proximè quaſi extra ordinem formis annumerabant. Hac ſolertia cõſequebantur eum vſum ac fructum, vt non tantùm exiſteret iuſta in conſtitutione proportio, ac ſin-

gularum magnitudinis exquiſita diſtinctio, verumetiam ſingulæ certis denominationibus ab alijs diſcretæ, facilius agnoſcerentur, ac poſteritati communicarentur. Atque hac ratione Claudius Ptolemæus 1022 ſtellas manifeſtiores à ſe inſtrumento exploratas ac in tabulas artificioſè diſtributas poſteritati reliquit. Sed, vt in his rebus fieri ſolet, inſcitia ac negligentia deſcribentium multis in locis errata ac corruptelæ irrepſerunt. Quare vtiliſsimum laborem humano generi noſtro tempore artifices ſubirent, ſi ea loca, quæ in tabulis Ptolemæi deprauata ſunt, inſtrumentorum adminiculo ſtellarum ſitus explorantes, in integrum reſtituerent. Vtinam verò Gemma Friſius, vt promiſerat, ſtudioſis Matheſeos hoc operis abſoluiſſet. Equidem eleganter exponit, quomodo per radium Aſtronomicum obſeruationes hæ fieri poſsint, ſed nos eadem commoditate per Quadrantem, vt quilibet huius artificij ſtudioſus rem ipſam experiri debeat, ante oculos conſtituemus. Hîc autem ea commoditas offertur, vt ſine vlla longitudinis, aut latitudinis obſeruatione quocunque anni tempore ac loco ſtellas omnes in noſtro hemiſphærio apparentes, quæ ſint alicuius magnitudinis per Quadrantem obſeruatas ſphærico corpori exquiſitè fabrefacto ſecundum verum ſitum, quo in cœlo conſtituuntur, imponere liceat. In hunc vſum optimè fecerimus, ſi dimetientem ſphærici corporis trium aut quatuor pedum aſſumamus. In ſuperficie eius corporis deſignabimus circulum maximum obſcura linea, vt poſtea deleri poſsit, more Aſtronomico in 360 æqualia ſegmenta diſtributum, cuius vſus erit, vt exploratas inſtrumento ſtellarum diſtantias ipſi ſuperficiei rectè applicemus. Primùm igitur, per Quadrantem obſeruabimns, vt ſuperius explicatum eſt, duarum quarumuis ſtellarum interualli ſegmentum, quas ſecundum ſimilem eius magnitudinem in deſignato circulo deprehenſam, quam circino facilè licet explorare, in ſuperficie ſphæræ conſtituemus. Deinde alterius alicuius ab vtraque harum metiemur interuallum, ac iuxta eam rationem ſuperficiei imponemus, quæ in obſeruationibus Planetarum & Cometarum longitudinum eſt expoſita. His per idem artificium dimenſionis ſuccedet quarta, deinceps quinta, & reliquæ omnes donec certis obſeruationibus exploratæ congruentem ſymmetriæ cœleſti ſitum ſortiantur. Vt autem operationi ſua conſtet certitudo interdum ſtellarum, quæ fuerint obſeruatæ diſtantias omnium à ſe inuicem cum ſitibus deſcriptarum in ſuperficie ſphæræ conferemus. Aut interdum vnius ſtellæ, quæ conſtituenda erit, à ſeptem aut octo alijs deſignatis experiemur interualla, quæ ſi in idem punctum concurrant, nullum inter operandum errorem incidiſſe, certum erit. Cæterùm hîc memineris certa opus eſſe memoria conſpectarum ſtellarum, vt ne ſi eædem repetantur, totius operis confuſio ac perturbatio oriatur. In magnitudinum quoque diſtinctionibus non minorem adhibere oportet induſtriam, quantum ad faciliorem operis abſolutionem attinet, interdum per Quadrantem experiemur quæ nam ſtellæ in eodem maximi circuli ſegmento conſiſtant. Hunc ſitum occupant illæ, quæ per eandem inſtrumenti planam ſuperficiem intuentibus apparent. Quòd ſi eędem ſtellę ſimilem poſitionem obtineant in ſphęrico corpore, non dubium eſt, quin rectè ſint collocatæ. Id autem hîc explorabimus æneũ circulum, aut Quadrantem congruentem conuexo ſphęrę accõmodantes. Manifeſtum eſt igitur quo artificio omniũ ſtellarũ, quæ in noſtro apparent hemiſphærio vera pictura ac conſtitutio in ſphærico corpore abſolui debeat. Supereſt deinceps, vt expendamus quibus rationibus faciliimè harũ ſtellarũ longitudines latitudines, ac declinationes ante oculos cõſtituantur. In hũc vſum primò per Quadrantem metiemur 3 aut 4 ſtellarũ, quę in eandem mundi partem vergant eleuationes in Meridiano circulo. hinc earũ declinationes eo modo, quẽ

in princ

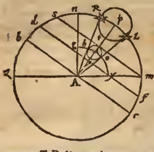
in principio operis expoſuimus, innoteſcent, ſed complementa earum à Polo interualla patefacient. Quare iuxta magnitudinem vniuſcuiuſque complementi ſiue interualli maximi circuli ſegmentum circino deſignabimus. In eo ſigno, in quo ſingula concurrent, Polum ipſius ſphæræ conſtitutum intelligemus, & in oppoſito ex diametro pūcto alterum. Excipiemus deinde circino deſignati in ſuperficie circuli Quadrantem, ſecundum cuius quantitatem ſuper inuento Polo circulum maximum deſignabimus, qui Aequinoctialis vicem ſuſtinebit. Hinc ſtatim apparebunt omnium ſtellarum declinationes. His conſtitutis, ad deſignandam Eclipticam progrediemur in hunc modum. Explorantes Lunam propè initium alterius Tropici, nempe Cancri aut Capricorni, cum aliqua ſtella conſtituta in cæli culmen aſcendentem, aut per vmbram ſtyli in ſuperficie Horizontis πρὸς ὀρθὰς erecti in Meridianam lineam proiectam, aut per planiciem inſtrumenti in eandem collocati, ſi vtraque ei videatur applicari, per Lunæ curſum ex tabulis collectum, cognoſcemus ipſius ſtellæ fixæ & aſcēſionem rectam & diſtantiæ magnitudinem ab Ecliptice verna ſectione iuxta partes Aequinoctialis. Quare ducentes ex Polo per cōſtitutam ſtellam circulum in Aequatorem, numerabimus à ſectione vtriuſque, quę deprehenſa fuerit aſcenſionem rectam. Hinc innoteſcit punctū vernæ ſectionis in Aequatore. Quare & oppoſita ſectio nempe autumnalis, vnà cum intermedijs Cancri & Capricorni locis in Aequatore patefiunt. Atque hoc operis abſoluto, facillimum fuerit iuxta artificium ſphæricum, Eclipticam vnà cum ſuis polis cōſtituere. Hinc manifeſtè conſtat, quomodo ſtatim omnium ſtellarum longitudines ac latitudines citra vlteriorem inquiſitionem antè oculos conſtituantur. Cæterùm ſi quis voluerit inuerſo ordine hoc negocium expedire, nimirum vt primò in ſphęrico corpore circulos deſignet, ac deinceps ſingularum ſtellarum vera loca in longitudine ac latitudine eo ordine, quo Planetarum ac Cometarū ſitus ſuprà inquiſiuimus, ſiue circino, ſiue per ſcientiam Triangulorum ſphæricorum, inueſtiget, per me quidem id licebit, cum vtraque obſeruationis ratio exiſtat certiſsima.

PROPOSITIO XXXIII.

Quomodo ex reuolutione alicuius Stellæ fixæ certa nocturni temporis hora poſsit deprehendi.

EXplicabimus hîc deinceps, quomodo ex reuolutione alicuius ſtellæ fixæ, quæ ſupra Horizontem ſemper appareat, certa nocturni temporis hora poſsit deprehendi. Vtque tota res facilius intelligatur, repetēda ſunt aliqua eorum, quæ in veſtibulo huius operis ſunt expoſita, in eum vſum, vt per obſeruationem declinationis, manifeſtè conſtet, quænam ſtellæ ſupra Horizontē perpetua circumuolutione agantur. Nam, vt expoſitum eſt, nunquam illæ ſtellæ infra Horizōtem deſcendunt, quarum declinationis circumferentię eleuationis Poli complementum excedunt, ſed quarum declinatio dicto complemento, eſt æqualis, tantùm leuiter Horizontem ſtringunt. Vt ergo facillima obſeruatione negocium abſoluatur, exquiſitam alicuius ſtellæ ſemper apparētis declinationem officio Quadrantis, vt in principio demonſtratum eſt, explorare oportet: quo conſtituto, innoteſcit eiuſdem à Polo mundi diſtantiæ ſegmentum, atque hoc conſtituit ſemiſſem dimetientis eius circuli, in quo primi motus vi circum mundi Polum ſtella reuoluitur. Manifeſtum eſt igitur, ſi huius reuolutionis circulo alium exquiſitè congruentem in Quadrante conſtituerimus, futurum vt ex centro ſtellam obſeruanti appareat ſemper illud circumferentię ſegmentum, quo illa diſtiterit à Meridiano. Quare ſi veri loci Solis & huius ſtellæ aſcenſiones rectę conſtiterint, qua ratiocinatione temporis differentia

ſit elicienda non erit obſcurum. Primùm enim conſtabit ex apparenti à Meridiano ſtellæ diſtantia, quænam pars Aequatoris in medio cæli conſiſtat. Et ex oppoſiti loci Solis aſcenſione recta vtriuſq; patefiet differentia, qua in tempus conuerſa more Aſtronomico, quanta Solis à media nocte ſit diſtantia ratiocinamur. Sed hæc euidentiùs exponemus paulo pòſt, cum ex obſeruatione altitudinis ſtellæ fixæ certum temporis momentum colligemus. Supereſt igitur vt hîc ſtructuram eius circuli, qui conſtitutæ ſtellæ reuolutioni congruat, expendamus. Si ergo exploratam habuerimus ex obſeruatione declinationis à polo ſtellæ diſtantiam, in ipſo Quadrante ſimiliter eandem conſiderabimus, ab eo puncto, qui Poli reſpondeat altitudini. Huius diſtantiæ ſinum rectum duplicantes ipſi puncto in Quadrante vice Poli deſignato prætendemus. Super hanc chordam in medio puncto ad quantitatem ſemiſsis circulum deſignabimus, cuius plana ſuperficies ipſius Quadrantis planiciem πρὸς ὀρθὰς ſecet, vt nimirum neutram in partem ad eandem inclinet. Diſpoſito igitur Quadrante ſuper tabellam planam ad Horizontis ſuperficiem ſtratam in Meridiana linea, circumferentia in Septentrionem conuerſa, erit deſignatus circulus in ſitu congruenti conſtitutæ ſtellæ reuolutioni, ac radij viſus ex centro Quadrãtis emiſsi, ad hunc circulum ſemper aliqua in parte ſtellam deprehendent. Qua diligenter obſeruata, eiuſdem à Meridiano diſtantia patefiet. At ne hîc obſcuritas verborum aliquam pariat difficultatem deſignato ſchemate rem euidentiùs ante oculos conſtituemus. Super a centrum deſignemus Meridianum circulum b p c, quem ſecet Horizon z a m. Superior pars ſecetur in ſemiſſes m n & n z per rectam n a. Per idem a centrum ducatur Aequinoctialis b a c, & à ſigno b numeretur circumferentia b p æqualis z n, ſiue n m. Erit ergo p Polus mundi, ex quo deſcendat in centrum a axis p k a, eiuſdem eleuatio eſt p m & complementum n c. Quod ergo de ſtellarum declinationibus dictum eſt, his exemplis intelligetur: conſtituamus primò ſtellam in d, cuius declinatio b d, cui æqualis ſtatuatur in inferiore loco c f, quam manifeſtum eſt minorem eſſe Poli complemento c m. Itaq; ſtella ex d per reuolutionem paralleli circuli Aequatori infra Horizontem in f deſcendit. Sit alia ſtella in h, & declinatio h b ſit æqualis Poli complemento, tum euidenter ſtellam ex h infra m deuolui non poſſe apparet. Tertiò conſtituamus aliam in l, cuius declinatio l c complementum Poli c m exuperat. Itaq; hæc ſuprà Horizontem perpetuo motu circumuoluitur in circello Aequatori parallelo l f r, cui debeamus hic in terra alium congruentem fabricari. Vt hoc operis abſoluamus, Quadrantem a g x ſuper Meridianam lineam a x m verſus Septentrionem collocantes, notetur in circumferentia ſignum k, per quod axis mundi p a procedit. Iam verò ex altitudine n l obſeruata, patefit diſtantia ſtellæ l à Polo, quæ eſt l p, cui ſimilis ſit in Quadrante k r inferior, & h k ſuperior. Segmento h r ſubtendatur chorda h k r, & in medio deſignetur circellus h x r ad quantitatem ſemiſsis k r, cuius planum ſit erectum ad planam ſuperficiem Quadrantis. Hoc conſtituto circellus h x r, eſt in ſimili ſitu cum ipſo r x l. Quare viſus radij ex a centro per circumferentiam propioris circuli emiſsi in remotiorem r f l incidunt. Sit ergo ſtella reuoluta ex l in f, tum radius viſiuus circulum h r in f delatus, attingit in x ſigno. Eſt autem ſimilis f ſtellæ à cæli



medio

medio r diſtantia ipſi x h, quæ in Quadrante apparet. Si ergo conſtiterit Aequatoris pars, quæ cum f Meridianum ingreditur ex f r conſtabit punctum Aequatoris, quod Meridianum occupat cum r. Reliquum operis, quomodo ſit abſoluendum ex differentia aſcenſionum rectarum, quarum altera ſit loci Solis oppoſiti, altera cæli medij exemplo ſequentis propoſitionis intelligetur.

PROPOSITIO XXXIIII.

Quomodo certum nocturni temporis momentum per obſeruatam apparentis ſtellæ altitudinem ratiocinemur.

IN præcedenti propoſitione craſsiori Minerua per reuolutionem alicuius ſtellæ fixæ ſupra Horizontē ſemper apparentis horas noctis inueniri poſſe declarauimus: verùm quia hoc modo temporū minuta, non tam exquiſitè inueniantur, niſi maxima cum difficultate, qua ratione artifices exactiſsimè eundem finem ex eleuatione alicuius fixæ ſtellæ ſupra Horizontem, & tabulis ſinuum conſequantur, deinceps expediemus. Maximè enim in obſeruationibus τῶν φαινομένων exactiſsima minitorum temporis cognitio neceſſaria eſt. Nihil hîc nobis officij aut vſus ex Quadrante ſperandum eſt, præter alicuius ſtellæ ſupra Horizontem altitudinis dimenſionem. Primò cum alicuius inſignioris fixæ ſtellæ altitudinem dimenſus fueris, inquirere oportebit eiuſdem declinationem, aſcenſionem rectam, altitudinem Meridianam, & declinationis complementum. Deinde etiam complementum altitudinis Poli, & Solis aſcenſionem rectam in promptu habeas. Multiplices inde altitudinis Meridianæ ſinum in totum, & productum per ſinum complementi altitudinis Poli diuidas: & quod extractum fuerit, ſeorſim conſerues. Secundò ſinum altitudinis ſtellæ ſupra Horizontem in totum ducas, productum per ſinum complementi altitudinis Poli partiaris, quod hinc eduxeris à paulo antè reſeruato numero ſubtrahere debes (nam poſterior hic numerus ſemper à maiore ſuperatur) reſiduum ducas in totum, atq; iterum productum in ſinum complementi declinationis ſtellæ diuidas in Quotiente occurret inuentum tertium. Hoc ſi minus inueneris ſinu toto, ab eo abſtrahas, cuius reſidui arcu è 90 ſublato, portio circumferentiæ, qua ſtella à Meridiano diſtat, remanebit. Quòd ſi tertium inuentum maius fuerit ſinu toto, hic ſublatus ex illo differentiam relinquit, cuius arcui 90 partes adijcies. Porrò ſi ſtella tibi in Orientis plaga apparuerit, quam hîc diſtantiam inueniſti, ex ipſius aſcenſione recta tollere debes, ſin autem in Occidentis plaga eandem conſpexeris, diſtantiam prædictam aſcenſioni rectæ copulabis, vt hinc verum Aequatoris gradum Meridianum poſsidentem ratiocineris. Quòd ſi tum aſcenſio recta eius Eclipticæ gradus, qui Meridianum poſsidet, minor inueniatur, quàm ſit aſcenſio recta loci Solis oppoſiti: certum erit mediam, ſiue 12 noctis horam nondum præterijſſe. Quare ſubducta minori aſcenſione à maiori diſtantia loci Eclipticæ Soli ex diametro oppoſiti, à Meridiano apparebit. At ſi aſcenſio loci, qui in Ecliptica Soli ex aduerſo eſt, parte Aequatoris, quæ in Meridiano ſit, minor deprehendatur, differentia vtriuſq; tempus, quo Sol à media nocte loci obſeruationis verſus ortū proceſſerit, indicabit. Nam 15 gradus Aequatoris 1 horam, & 1 grad. 4 minuta ſignificāt. Obſcura ſatis & difficilia hæc viderentur, niſi per exemplum manifeſtius eadem explicaremus. Anno 1559 Nouiomagij, vbi Geldriæ metropolis eſt, cum Sol nonum Tauri gradum peragraret, nocte altitudinem ſpicæ Virginis primæ magnitudinis ſtellæ ſupra Horizontem 23 grad. per Quadrantem obſeruauimus, ex qua ſupputare velim quota tunc temporis hora noctis fuerit. Vera ſpicæ longitudo deſumpta nobis erat ex tabulis Cardani 16 grad.

18 minut. Libræ. Altitudo eius in Occidentis plaga obſeruationis tempore 24 grad. apparebat, cuius ſinus rectus eſt 40673, declinatio 8 grad. 16 minut. complementum 81, grad. 44, ſinus rectus huius arcus 98970, altitudo ſpicæ Meridiana 32 grad. 44 minut. & ſinus 54072, aſcenſio recta 194 grad. Altitudo Poli eſt 49 partium, cuius complementum 41 & ſinus 65605. Loci Solis recta aſcenſio 36 grad. 35 minut. & loci huic oppoſiti 216 grad. 35 minut. Primò ſi ducas ſinum altitudinis ſtellæ maximæ, qui eſt 54072 in ſinum maximũ 100000, habebis 5407200000, qui diuiſus per ſinum complementi altitudinis Poli 65605 producet 82420 & $\frac{35900}{65605}$. Secundò ſi multiplices ſinum altitudinis ſpicæ ſupra Horizontem, qui eſt 40673 in totum, exorietur 4067300000, qui per ſinũ cõplementi Poli 65605 diuiſus, producit 61996 & $\frac{524420}{65605}$. Sed neglectis his fragmentis, quæ parũ erroris adducũt, poſteriorem numerum priori adimam, tum reſiduus 20424 inuenietur. Hic multiplicatus in ſinum maximum, profert 2042400000, qui diuiſus per 98960, nempe ſtellæ complementi declinationis ſinum, 20638 & $\frac{6352}{9896}$ conſtituit. Et cùm hic ſit minor ſinu toto, ab eodem ſublatus, 79362 relinquit, cuius arcus 52 grad. 32 minut. 90 ademptus, arcum diſtantiæ ſpicæ à Meridiano 37 grad. 28 minut. reſtituit. Iam verò cum ſtella in Occidentis plaga apparuerit, aſcenſioni eius rectæ arcum 37 grad. 28 minut. proximè inuentum adijcio, hinc conſurgunt 231 partes cum 28 ſcrupu. Conſtat igitur punctum Aequatoris, quod obſeruationis tempore Meridianum poſsidebat. Aſcenſio recta loci Soli ex diametro oppoſiti, quem Barbari Nadir vocant, eſt partium 216 ſcrupul. 35, qua ſublata ex Aequatoris arcu medium cæli occupante, relinquitur differentia 14 part. 53 ſcrupul. Cum ergo vna pars Aequatoris ex 360 quatuor ſcrupulorum temporis ſpatio aſcendat, efficient 14 part. temporis, 56 ſcrupul. & 53 qui ſuperſunt, conſtituent 3 ſcrupul. & 32 ſecun. Ex his collectis cõſurgit tempus à media nocte 59 minut. & 32 ſecun. quod huic congruit obſeruationi.

SECTIO SECVNDA, DE CANONIBVS PRIMI MOTVS.

HACTENVS explicauimus, quantum induſtria conſequi potuimus, obſeruationes ferè omnium φαινομένων ita, vt quæ pluribus inſtrumentis, nempe Armillis, Torqueto, Radio Aſtronomico, & Aſtrolabio abſoluũtur, ea omnia faciliùs per Quadrantem expediri poſſe manifeſtis demonſtrationibus conſtet. ſequitur nunc vt verſa vice conſideremus, quomodo per ſinuum tabulas congruentem calculum ipſis apparentijs ad quoduis tempus conſtitutum liceat exhibere. Si enim obſeruationes præterito tempore factæ, fuerint exquiſitę per ratiocinationem triangulorum planorum ac ſphæricorum, ad quoduis futurum tempus alias prædicere licebit. Id quod eruditè demonſtrarunt in Epitome Ptolemæi ſummi artifices Georgius Peurbachius & Ioannes Regiomontanus. Petrus Apianus ex aſſumptis illorum demõſtrationibus, calculum inſtituit, & praxin earundem ſtudioſis ſimpliciter exhibuit. Nos verò, vt veritatis amantes & vſum triangulorum & tabularum ſinuum, ac quomodo calculus congruat obſeruationibus, euidentius perſpiciant, hos artifices ſequemur, vt eos qui veros fontes nobis aperuerunt. Atq; hîc duntaxat præcipuos primi motus canones delegimus, vſi aliquibus in locis Apiani exemplis, quia propter tẽporis breuitatem alium

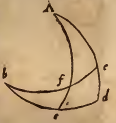
calculum

calculum experiri non licuit. Præterea ſtructuram propoſitionum quibuſdam in locis pro ratione noſtri inſtituti indicauimus, nũc ad rem ipſam veniamus.

PROPOSITIO XXXV.

Quomodo uera Lunæ latitudo per ſinuum tabulas colligatur.

PRimò videamus, quomodo Lunæ latitudo ab Ecliptica ſit ratiocinanda per triangulos ac ſinuum tabulas. Primùm ex vera Ephemeride, aut motuum tabulis veri Lunæ loci & eiuſdem eccẽtrici ſectionum in Ecliptica, quarum vna caput, altera cauda Draconis appellatur, petita cognitio requiritur. Deinde per 15 quarti Regiomontani negocium abſoluemus. Eſt enim eadem ratio ſinus totius ad ſinum maximæ latitudinis, quæ eſt ſinus minoris Quadrante circumferentię ad ſinum ſuæ latitudinis. Videndum igitur vtri puncto ſectionis, nempe capitis an caudæ Luna propior fuerit, ſinum huius diſtantiæ multiplicantes in ſinum maximæ latitudinis, productum partiemur in totum. Hinc ſinus latitudinis inquiſitæ prodibit. Sit igitur exempli gratia b caput Draconis, b d Quadrans Eclipticæ, b f c deferentis Lunæ, a Polus Eclipticæ, a c d Quadrans circuli tranſiens per maximam Lunæ latitudinem, c d in ſignum Eclipticæ d πρὸς ἄρκτον, ac ſit angulus c b d 5 partium, Lunæ locus in f per quod punctum agatur circumferentia a f e. Erit igitur vera Lunæ latitudo f e. Iam autem demonſtratum eſt à Regiomõtano eandem eſſe rationem ſinus b c ad c d, quę eſt b f ſinus ad f e: quare multiplicantes ſinum b f in c d, productum diſtribuemus in b c. Hinc ſinus latitudinis f e patefiet. At experiamur, quomodo calculus ex hac demonſtratione inſtituatur. Segmentum c d ſemper



eſt 5 partium, cuius ſinus 8715, ſed b f conſtituamus 60, cuius ſinus 86602. Hic multiplicatus in alterum ſi diuidatur in ſinum maximum, producit 7551, quarum partium ſinus eſt 4 grad. 20 minut. Tantam eſſe dicimus latitudinem f e, quæ erat inuenienda. Hinc non difficile fuerit ratiocinari, quomodo vice verſa ex data Lunæ latitudine eiuſdem ab altera ſectione eccentrici diſtantia colligatur.

PROPOSITIO XXXVI.

Cuiuslibet Eclipticæ circumferentiæ aſcenſionem rectam ſupputare.

NIhil aliud per aſcenſionem rectam intelligũt artifices, quàm circumferentiam Aequatoris, quæ concluditur inter punctum mutuæ ipſius & Eclipticæ interſectionis, & circulum magnum, qui ex mundi Polis per illam Eclipticæ partem, cuius aſcenſio recta inquiritur, in ipſum Aequatorem ad rectos angulos ſphæricos ducitur. Hinc ſequitur, cum circulus Solſtitiorum & Aequinoctiorum Eclipticam & Aequatorem in quatuor æqualia ſegmenta diſtribuat, ſingulos illius Quadrantes à mutuis interſectionibus numeratos ſuis aſcenſionibus rectis adæquari, ita vt primo Cancri puncto ex Aequinoctiali quarta circuli ſtatuatur, & aſcenſio Eclipticæ ſemiſsis (quia per 19 tertij Regiomontani omnes circuli magni in ſphæra in æquales partes ſeſe diuidunt) Aequatoris ſemicirculum contineat. Quare cum vnius Eclipticæ Quadrantis partium aſcenſiones ſupputatæ fuerint, quomodo etiam aliarũ omnium aſcenſiones inueniantur, patefiet. Conſtat punctis eandem ab orbe medio declinationem ſortitis æquales ab altera ſectionum, cui propiora fuerint, circum-

ferentias Aequinoctialis competere. Nam ſegmentum Aequatoris inter ſectionem autumnalem, & arcum declinationis 30 partis Cancri interceprum, ęquale eſt alteri inter ſectionem vernam & arcum declinationis 30 partis Tauri concluſo. Si igitur complementum aſcenſionis 30 gradus Tauri aſcenſionis 90 partium adieceris, prodibit aſcenſio recta 30 partis Cancri. Exempli gratia 30 Tauri gradus aſcenſio recta eſt 57 grad. 47 minut. qui ex 90 ſubducti relinquunt complementum 32 grad. 13 ſcrupulorum, qui iterum Quadranti coniuncti, conſtituunt 122 grad. 13 ſcrupul. nempe circumferentiam aſcenſionis 30 partis Cancri. Eadem via reliquarum Eclipticæ partium aſcenſionis vltra principium Cancri ad initium vſq; Libræ, ſine repetitione ſupputationis inquiruntur. Sed nunc modum has circumferentias minores Quadrante numerandi ſubijciemus. Propoſitæ partis Eclipticæ à ſectione verna numeratæ complementa declinationis & à primo ſectionis puncto diſtantiæ perquiras, & horum alterius ſinum, qui minor fuerit, in maximum ſinum multiplices, & productum per maiorem partiaris. hinc prodibit ſinus περιφερείας, cuius complementum declinationem quæſitam patefaciet. Sit verbi gratia propoſitum rectam aſcenſionem 21 Tauri partis ſupputare, cuius complementum 39, & ſinus rectus 62932. Declinatio huius partis 18 grad. 3 minut. & complemētum 71 grad. 57 minut. huius ſinus eſt 95078, ductis ergo 62932 in 100000, & producto diuiſo in 95078, exurgunt 66199 quarum partium arcus 41 grad. 27 minut. ex 90 ſublatus relinquit aſcenſionem 48 grad. 33 minut. Nec ratio diſsimilis eſt reliquarum Eclipticæ partium, quæ vltra 30 Virginis gradum, ſcilicet poſt ſectionem autumnalem numerantur, aſcenſiones ſupputandi. Nam circumferentiarum quæ ſunt inter hanc ſectionem & principium Capricorni, aſcenſiones inueniuntur non alio modo, quàm partium, quæ ſunt ab Arietis principio, vſq; ad primam partem Cancri, niſi quod illis ſemper 180 gradus adijciantur. Cum autem multiplex ſit harum aſcenſionum in Aſtronomia ſcientia vſus, tabulam earundem, quæ tam ſphæræ rectæ, quàm reliquis omnibus conueniat, ad omnes Eclipticæ partes, quæ ſunt à ſectione verna vſq; ad finem 30 gradus Virginis ſubſcribemus.

	♎		♏		♐		♑		♌		♓	
	♈		♉		♊		♋		♒		♍	
G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G	M.	G.	M.	G.	M.
1	0	55	28	50	58	50	91	6	123	15	153	4
2	1	50	29	48	59	53	92	11	124	17	154	1
3	2	45	30	46	60	56	93	17	125	19	154	58
4	3	40	31	44	61	59	94	22	126	21	155	55
5	4	35	32	42	63	2	95	28	127	23	156	52
6	5	30	33	40	64	5	96	31	128	24	157	48
7	6	25	34	38	65	9	97	38	129	26	158	45
8	7	20	35	36	66	13	98	43	130	27	159	41
9	8	16	36	35	67	17	99	48	131	29	160	37
10	9	11	37	34	68	21	100	53	132	29	161	33
11	10	6	38	33	69	25	101	58	133	29	162	29
12	11	1	39	32	70	29	103	3	134	30	163	25
13	11	57	40	31	71	33	104	8	135	30	164	21
14	12	52	41	30	72	37	105	13	136	30	165	17
15	13	47	42	30	73	42	106	18	137	30	166	12
16	14	43	43	30	74	47	107	22	138	29	167	8
17	15	39	44	30	75	52	108	27	139	29	168	3
18	16	35	45	30	76	57	109	31	140	28	168	59
19	17	31	46	31	78	2	109	35	141	27	169	54
20	18	27	47	31	79	7	111	39	142	26	170	49
21	19	23	48	32	80	12	112	43	143	25	171	44
22	20	19	49	33	81	17	113	47	144	24	172	40
23	21	15	50	4	82	22	114	51	145	22	173	35
24	22	12	51	36	83	27	115	55	146	20	174	30
25	23	9	52	37	84	33	116	58	147	18	175	25
26	24	5	53	39	85	38	118	1	148	16	176	20
27	25	2	54	41	86	43	119	4	149	14	177	15
28	25	59	55	43	87	49	120	7	150	12	178	10
29	26	56	56	45	88	54	121	10	151	10	179	5
30	27	53	57	47	90	0	122	13	152	7	180	0

PROPOSITIO XXXVII.

Cuilibet aſcenſionis rectæ circumferentiæ conuenientem Eclipticæ arcum reſtituere.

HAec propoſitio præcedentem conuertit, ita vt qui eam intellexerit, hanc etiam facilius aſſequatur. Ratio tamen ſupputationis hic alia inuenitur. Aut enim vna cum rectæ aſcenſionis arcu eiuſdem declinatio cognoſcitur, aut ſolius aſcenſionis περιφέρεια proponitur. Si declinationis ſegmẽtum etiam detur, multiplicet ipſius ſinum per maximum ſinum, & quod productum fuerit, in ſinum maximæ Solis declinationis partiaris. Hinc tibi ſinus Eclipticæ partis prodibit, quæ cum ſegmento aſcenſionis datæ in rectæ ſphęrę ſitu ſupra Horizontem emergit. Exemplum antecedens repetamus. Arcus aſcenſionis rectæ ſit 48 partium, 33 ſcrupulorum, cuius declinatio 18 partium, 3 ſcrupul. detur, & ſinus rectus 30984, hic multiplicatus per ſinum totum conſtituit 3098400000, qui diſtributus in ſinum maximæ Solis declinationis 39874 producit 77704 ſinum 51 partium. Hæ numeratæ ab interſectione verna finiuntur in 21 Tauri gradu. Quòd ſi detur ſola rectæ aſcenſionis circumferentia ſine declinatione, ſinum illius complementi, ſi Quadrante minor fuerit, per maximæ declinationis ſinum multiplices, & productum in ſinum maximum diuidas, cuius arcus è nonaginta ſubductus, relinquet alium, cuius ſinus, modò aſcenſionis rectæ ſinu minor extiterit, per maximum multiplicatus, in ſinum maiorem diuidatur: ſin autem ſinus ille aſcenſionis datę ſinu maior fuerit, operationem conuertas. Hinc exorietur tibi ſinus Eclipticæ partis aſcenſioni propoſitæ reſpondentis. Exemplum præcedens iterum aſſumamus. Complementum aſcenſionis datæ eſt 41 grad. 27 minut. cuius ſinus rectus 66196 per ſinum maximæ declinationis 29874 multiplicatus, producit 2639499304, hic diuiſus in 100000 profert 36394 cum fragmentis $\frac{99304}{100000}$ & hic ſinus eſt 15 partium, 18 ſcrupulorum, & complementum 74 graduum, 42 min. & ſinus rectus 96455. Et quia hoc minor eſt ſinus aſcenſionis propoſitę, multiplices 74953 in 100000, hinc exoriũtur 7495300000, quę diuiſę in 96455, producunt 77707, quarum partium circumferentia eſt 51 graduum, hinc ſubtractis 30 gradibus dodecatemorij Arietis, relinquitur 21 pars Tauri. Quotieſcunq; verò arcus Aequatoris maior extiterit 90 partibus, attamen 180 minor, ſubductus ex ſemicirculo relinquet complementum, cuius Eclipticę arcum ſimili modo ſupputatum, ſi ex circuli Zodiaci ſemiſſe abſtuleris, ſegmentum Eclipticę huic aſcenſioni reſpondens apparebit. Sed ſi aſcenſionis arcus mediam circuli partem exceſſerit, hinc erunt ſubtrahendę 180 partes, & cum reſiduo eadem via procedes, quam anteà oſtendimus, ac inuento Zodaici ſegmento 180 adijcies.

PROPOSITIO XXXVIII.

Segmentum aſcenſionis obliquæ propoſitæ Zodiaci parti conueniens ad quamlibet Poli altitudinem ſupputare.

EXpedita nunc aſcenſionum rectarum tractatione, quę facilior exiſtit, ſequitur vt rationem ſingularum Eclipticę partium aſcenſiones obliquas inueniendi proponamus. Vt autem ſtudioſi intelligant quidnã artifices aſcenſionem obliquam vocent, ſcire licet, quemadmodum in rectæ ſphæræ ſitu arcum Aequatoris cum certa Eclipticę parte aſcendentem rectam aſcenſionem appellant, ita circumferẽtiam eiuſdem Aequatoris, cum aliqua Eclipticæ parte

parte in obliquo ſphæræ ſitu ſupra Horizontem emergentem obliquam vocant. Contingit autem in omnibus ſphæris obliquis, ſemper minores Aequatoris portiones cum punctis Eclipticæ Borealibus ſupra Finitorem aſcendere, & quanto maior obliquitas fuerit, tanto etiam pro ratione aſcenſionis ipſas decreſcere, ita vt in diuerſis locis, quæ obliquam ſphæram ſortiuntur, eædem Eclipticæ partes cum iiſdem Aequatoris arcubus non aſcendant. Contrarium Auſtrinis partibus habita ratione altitudinis arctici Poli euenire neceſſarium eſt. Sed in omnibus locis, quæ vtrumque mundi Polum in Horizonte habent iiſdem Eclipticæ partibus omnino æquales aſcenſionum circumferentiæ manent. Quibus verò ſupra Finitorem antarcticus Polus eleuatur, illis verſa vice ſigna Eclipticæ Septentrionalia maiores aſcenſionum arcus ſortiuntur, & Auſtrina viciſſim minores, quæ omnia vel vnico intuitu in ſphęra ſolida perſpicere licet. Inter omnes propoſitiones nulla facilior exiſtit, qua obliquæ aſcenſionis inuentio cognoſcitur, ſi modò aſcenſionalis differentiæ, & aſcenſionis rectę cognitio, quam ſuprà explicuimus, antegreſſa ſit. Vt ad inſtitutum veniamus, ſi punctum Eclipticæ, cuius aſcenſio obliqua inueſtigatur, ab Aequatore in Septentrionem declinauerit, differentiam ipſius, vt vocant, aſcenſionalem, per quam longitudo dierum ſupputatur, ab eiuſdem aſcenſione recta auferes: ſed ſi idem punctum in Auſtrinam partem deflexerit, differentiam aſcenſioni rectę adiicies, ita vtriuſque obliqua aſcēſio cognita prodibit. Sit huius rei exemplum tale. In regione ſupra quam Polus arcticus eleuatur 48 partibus, 40 ſcrupulis, inueſtigandus ſit arcus aſcenſionis obliquę 26 partis Geminorum, cuius aſcenſio recta inuenitur 85 part. 38 ſcrupul. & eiuſdem aſcenſionalis differentia 29 part. 30 ſcrupul. quibus ſubtractis ab illis, relinquitur obliquę aſcenſionis circumferentia 56 part. 8 ſcrupulorum. Cæterùm adiectis 29 grad. 30 ſcrupul. gradibus 85 minut. 38 vnà cum ſemicirculo, prodibit aſcenſio obliqua puncti ex diametro oppoſiti, ſcilicet 26 Sagittarij 295 partium 8 ſcrupul. Eodem modo ſequentes tabulę, quę omnium Eclipticę graduum aſcenſiones obliquas complectuntur, ad eleuationem Poli 48 part. 40 ſcrupul. conſtructæ ſunt.

	♈		♉		♊		♋		♌		♍		*Signa Septentrionalia.*
G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	
1	0	28	15	5	33	51	61	29	98	48	140	7	
2	0	56	15	36	34	37	62	37	100	10	141	30	
3	1	23	16	9	35	22	63	44	101	32	142	53	
4	1	50	16	40	36	8	64	52	102	54	144	16	
5	2	19	17	13	36	54	65	59	104	15	145	39	
6	2	47	17	47	37	44	67	10	105	37	147	1	
7	3	15	18	20	38	32	68	20	106	59	148	24	
8	3	44	18	55	39	22	69	31	108	21	149	47	
9	4	12	19	28	40	10	70	41	109	43	151	10	
10	4	40	20	2	41	0	71	51	111	5	152	32	
11	5	9	20	37	41	52	73	4	112	27	153	55	
12	5	37	21	14	42	45	74	18	113	50	155	18	
13	6	6	21	49	43	38	75	30	115	12	156	39	
14	6	34	22	26	44	31	76	44	116	35	158	2	
15	7	3	23	1	45	23	77	57	117	57	159	25	
16	7	32	23	39	46	20	79	13	119	20	160	48	
17	8	1	24	16	47	16	80	30	120	43	162	10	
18	8	30	24	54	48	12	81	45	122	6	163	33	
19	8	59	25	31	49	8	83	2	123	29	164	55	
20	9	28	26	9	50	5	84	18	124	52	166	18	
21	9	58	26	49	51	5	85	36	126	16	167	40	
22	10	27	27	29	52	5	86	54	127	39	169	2	
23	10	58	28	11	53	6	88	12	129	2	170	25	
24	11	27	28	51	54	6	89	30	130	25	171	47	
25	11	57	29	31	55	5	90	48	131	49	173	9	
26	12	28	30	14	56	8	92	8	133	12	174	30	
27	12	59	30	56	57	12	93	28	134	35	175	53	
28	13	30	31	40	58	15	94	47	135	58	177	16	
29	14	1	32	22	59	19	96	7	137	21	178	38	
30	14	32	33	5	60	22	97	27	138	44	180	0	

♎

	♎		♏		♐		♑		♒		♓	
G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
1	181	22	222	39	263	53	300	41	327	38	345	59
2	182	44	224	2	265	13	301	45	328	20	346	30
3	184	7	225	25	266	32	302	48	329	4	347	1
4	185	30	226	48	267	52	303	52	329	46	347	52
5	186	51	228	11	269	12	304	55	330	29	348	3
6	188	13	229	35	270	30	305	54	331	9	348	31
7	189	35	230	58	271	48	306	54	331	49	349	2
8	190	58	232	21	273	6	307	55	332	31	349	33
9	192	20	233	44	274	24	308	55	333	11	350	2
10	193	42	235	8	275	42	309	55	333	51	350	52
11	195	5	236	31	276	58	310	52	334	29	351	1
12	196	27	237	54	278	15	311	48	335	6	351	30
13	197	50	239	17	279	30	312	44	335	44	351	59
14	199	12	240	40	280	47	313	40	336	21	352	28
15	200	35	242	3	282	3	314	37	336	59	352	57
16	201	58	243	25	285	16	315	29	337	54	353	26
17	203	21	244	48	284	30	316	22	338	11	353	54
18	204	42	246	10	285	42	317	15	338	46	354	23
19	206	5	247	33	286	56	318	8	339	23	354	51
20	207	28	248	55	288	9	319	0	339	58	355	20
21	208	40	250	17	289	19	319	50	340	52	355	48
22	210	13	251	39	290	29	320	38	341	5	356	16
23	211	36	253	1	291	40	321	28	341	40	356	45
24	212	59	254	23	292	50	322	16	342	13	357	13
25	214	21	255	45	294	1	323	6	342	47	357	41
26	215	44	257	6	295	8	323	52	343	20	358	10
27	217	7	258	28	296	16	324	38	343	51	358	37
28	218	30	259	50	297	23	325	23	344	24	359	4
29	219	53	261	12	398	31	326	9	344	55	559	32
30	221	16	262	33	199	38	326	55	345	28	360	0

Ex ijſdem tabulis etiam deſcenſiones facillimè inueniuntur. Nam ſi arcus Eclipticæ à verna ſectione initium ſumpſerit, ex oppoſitæ partis aſcenſione ſemiſsis circuli ſubductus, deſcenſionis ſegmentum relinquet. Eundem etiam ſcopum attinges, ſi eiuſdem arcus aſcenſionalem differentiam rectæ aſcenſioni adieceris, aut ab eadem ſubtraxeris pro ratione Poli ſuprá Finitorem loci eleuati. Sit verbi gratia 30 partis Arietis deſcenſio inuenienda, aſſumes 30 partis Libræ aſcenſionem, quæ eſt 221 graduum, 16 minut. hinc ablatus ſemicirculus relinquit 41 partes & 16 ſcrupulos.

PROPOSITIO XXXIX.

Cum quota Eclipticæ parte cognita obliquæ aſcenſionis circumferentia Finitorem loci, cuius Poli eleuatio conſtiterit, attingat.

QVamuis ex obliquę aſcẽſionis tabulis facillimè partes Eclipticę videantur, cum quibus ſingulæ Aequatoris circumferentię ſupra Horizõtem aſcendant, tamen vt peritioribus etiam ſatisfaciamus, qui ſubtiliores inquirũt rationes, quomodo per numeros eædem inueniantur, expediemus. Laborioſiſsimam huius propoſitionis tractationẽ, nõ tamẽ iniucundam Appianus eruditè explicat. Facilius quidem hoc operis abſolues, ſi oblatæ aſcẽſionis circumferentiæ à proxima interſectione Eclipticę & Aequatoris initiũ numeraueris. Quoties igitur obliqua offertur aſcẽſio nõ ſecus ac ſi recta eſſet, ex antegreſsis

propoſitionibus arcum Eclipticæ, qui cum in recta ſphæra conſcendit, inquiras. Huius inuenti arcus declinationem ab Aequatore ſupputabis. Dehinc illius Aequatoris circumferentiæ, quam tibi velut aſcenſionem rectam propoſuiſti, ſinum rectum ducas in totum, & productum per ſinum Eclipticæ arcus ſimul aſcendentis diuidas, & Quotientis arcum ex ſemicirculo tollas, modò arcus Eclipticæ finiatur in ſemicirculo aſcendente, hoc eſt inter principium Capricorni & oppoſitum punctum Cancri ſecundum ſignorum ordinem, ſed ſi finis arcus Eclipticę inter principium Cancri & Capricorni fuerit, arcũ Quotientis conſeruabis. Quod autem ex altero huius ſupputationis modo fuerit oblatum, dicetur inuentum primum. Deinde multiplices ſinum altitudinis Poli per ſinum declinationis arcus Eclipticæ propoſiti, & productum in ſinũ totum partiaris, arcus Quotientis (vt loquũtur) erit inuentum ſecundum Ad hæc proponas tibi ſinum complementi huius inuenti ſecundi, & ſinum complementi altitudinis Poli, quorum minorem in maximum ſinum multiplicatũ in maiorem diſtribuas. arcus Quotientis erit inuentum tertium. Hoc ipſum ſi ſubtrahas ab inuento primo, & ſinum reſidui ducas in ſinum complementi ſecundi inuenti, atq; diuidas in totum, deinde Quotiẽtis arcum ſubtrahas à 90, ſinum quoq; reſidui tibi proponas, cum ſinu inuenti ſecundi, minorem ex ijs in ſinum totum ducas & productum in maiorem diuidas, tandem Quotientis arcus quæſtioni ſatisfaciet, ſi ipſum adieceris arcui Eclipticæ, qui propoſitæ aſcenſioni in recta ſphęra reſpondet, quando finis huius arcus Eclipticæ inter principia Cancri & Capricorni fuerat, aut ſubtraxeris eidem, quando arcus ille inter principium Cancri & Capricorni ſecundum ordinem ſignorum fuerit. Vt autem pleniùs res, quæ ſatis obſcura videtur, intelligi poſsit, exemplum ipſius diligenter animaduertas. Proponitur arcus Aequatoris ab Arietis principio numeratus 35 partium, 32 ſcrup. ad eleuationem Poli 48 grad. qui cum Eclipticę arcum aſcendentem inuenire debeas. Primò inquiritur ſegmentum Eclipticę cum hoc Aequatoris arcu in recta ſphæra aſcendens hoc modo. Ducitur ſinus complementi, quod eſt 54 grad. 28 minut. datę aſcenſionis ſcilicet 81377 in ſinum maximæ Solis declinationis 39874, & productum per totum diuiditur, hinc conſurget ſinus 32448. cuius arcus 18 grad. 56 minut. & complementum 71 grad. 4 minut. Si huius ſinus, vnà cum ſinu aſcenſionis rectę ſcilicet 58117 proponatur, & minor in totum ducatur, & productum in maiorem diuidatur, proueniet 61441, cuius arcus 37 grad. 55 minut. qui eſt arcus Eclipticę à principio Arietis reſpondens arcui Aequatoris, qui cum in recta ſphęra aſcendit. Vlterius inquiritur huius Eclipticę arcus ab Aequatore declinatio, & quia eſt 37 grad. 5: minut. attingit 7 gradum & 55 min. Tauri, cuius declinatio ita ſupputatur. Multiplicatur ſinus 37 gra. 55 minut. in ſinum maximę Solis declinationis, ſcilicet 39874, & productum in ſinum totum diſtribuetur, hinc prodit 24499, cuius arcus 14 grad, 11 minut. declinatio videlicet propoſiti Eclipticę puncti. Inſuper ſinus arcus aſcenſionis rectę Aequatoris 58117 in totum multiplicatus per ſinũ arcus Eclipticæ, illi in recta aſcenſione reſpondentis diuiditur, & exoriuntur partes 94589, quarum arcus 71 grad. 4 minut. Et quia hic finitur in media parte Eclipticę aſcendente, ſubducuntur 71 grad. 4 min. ex ſemicirculo, ac ſuperſunt grad. 108, minut. 56. Atqui hoc eſt inuentum primum. Deinde ſinus altitudinis Poli 48 grad. 74314 in ſinu declinationis datę partis Eclipticæ ſcilicet 14 grad. 11 min. 24499 multiplicatus diuiditur in totum & exoriuntur 18206 partes, quarum arcus 10 gra. 29 min. dicitur inuentum ſecundum. Inſuper ſinus complementi altitudinis Poli, quia minor exiſtit, ſi ducatur in ſinum totum & productum in ſinũ complementi ſecundi inuenti 79 grad. 29 minut. 98330 diſtribuatur, prodibunt

in Quo-

in Quotiente 68049, quarum partium arcus 42 grad. 53 minut. appellatur Inuentum tertium. Hoc à primo inuento 180 grad. 56 minut. ſubtracto, reſtant 66 grad. 3 minut. quorum ſinus 91390 cum ducitur in ſinum complementi ſecundi inuenti 79 grad. 31 minut. 98330, & productum in ſinum totum diuiditur, prodeunt in Quotiente 89864, quarum partium arcus 63 grad. 59 minut. è 90 ſubtractus, reſtituit 26 grad. & 1 minut. Tandem propoſito ſinu 26 grad. 1 minut. ſcilicet 43863 & ſinu inuenti ſecundi 18206 hic minor in totum multiplicatus per 43863 diſtribuitur. Hinc prodeunt in Quotiente 41506, cuius arcus grad. 24, 31 minut. ſi iuxta modum operandi præſcriptum arcui Eclipticæ 37 graduum 55 minut. adijciatur, cum ſit in ſemiſſe aſcendentis Eclipticæ, prouenient 62 grad. 26 minut. Eclipticæ, qui cum arcu aſcenſionis 35 grad. 32 min. ſub eleuatione Poli 48 grad. ſupra Horizōtem aſcendunt. Incidunt autem 62 grad. & 26 minut. in ſecundam partem Geminorum & 26 minut. Nec ſilentio hîc prætereundum eſt, in reliquis tribus quartis à Cancro ad Libram, à Libra ad Capricornum, & à Capricorno ad Arietem, interdum alios operandi modos euenire, quos per ſe facilè quiuis intelliget, qui hanc rationem benè fuerit aſſecutus.

PROPOSITIO XL.

Quæ'nam Eclipticæ pars conſtituto temporis minuto Meridianum circulum attingat, ſupputare.

IN huius quæſtionis ſolutione, neceſſe eſt, vt æqualium horarum tempus, quo Sol à Meridie diſtiterit, aſſumas. Hoc in partes & ſcrupulos Aequatoris conuerſum, ſi ante Meridiem Solem inueneris, ab aſcenſione ipſius recta tolles, ſin à Meridie diſcedentem conſpexeris, aſcenſioni adijcies, atque hinc recta medij cæli aſcenſio cognoſcitur. Et ſi deinceps gradum Eclipticæ, qui cum Meridianum tangat, cognoſcere velis, repetenda fuerit operatio 37 propoſitionis, ſicut in exemplo patefiet. Quidam natus eſt anno 1540, die 11 Iulij horis 15, minut. 30 à Meridie, Sol eo tempore ſub horoſcopo conſtitutus 28 part. 45 minut. Cancri occupabat, cuius aſcenſionem rectam ex tabula 120 partium, 56 ſcrupul. inueni, & 15 horis cum 30 ſcrupulis, reſpondent 232 part. 30 ſcrupul. hę coniunctæ faciunt 353 part. 26 minut. Hinc aſcenſionis arcui quærendus eſt Eclipticæ gradus, qui cum in recta ſphæra aſcendat, & cum ſemiſſem circuli excedat, ſubtractus ex toto reſtituit 6 partes 34 ſcrup. complementum huius 83 part. 26 ſcrup. cuius ſinus 99343, ſinus maximæ Solis declinationis 39874. hic per illum multiplicatus conſtituit 3961202782, qui diuiſus in totū 100000, conſtituit 39612 & arcus huic reſpondens 23 grad. 20 minut. eſt, cuius complementum 66 partium, 40 ſcrupul. & ſinus 91821. Multiplico tandem 11435 in totum, & productum in 91821 partior: huic naſcuntur 12453, quarum partium arcus 7 grad. 9 minut. His ex ſemicirculo ſublatis, reſtant 172 grad. & 51 min. quibus ſemicirculo coniunctis, prodeunt 352 grad. 51 minut. atque hi diuiſi per 30 conficiunt 11 dodecatemoria, ſiue ſigna, 22 partium 51 ſcrupul. Erat igitur 22 Piſcium pars & 51 minut. in medio cæli tempore huius γενέσεως.

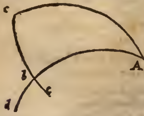
PROPOSITIO XLI.

Quantitates angulorum quos Ecliptica cum Meridiano ſingulis momentis conſtituit, inuenire.

SCire licet hoc loco ex cognitione vnius angulorū, ad quos Ecliptica quouis tempore Meridianum interſecat, reliquos etiam tres facillimè inueniri. Noueris etiam in primo Zodiaci Quadrante, qui eſt à principio Arietis ad

finem Geminorum, inueniri angulum Septentrionalem Orientalem, in ſecundo à primo Cancri puncto, vſque in finem Virginis angulum dici Orientalem Auſtrinum, in tertio ab initio Libræ ad primum Capricorni punctum dici Meridionalem Orientalem, & vltimo aſsignari Septentrionalem Orientalem. Huius quæſtionis praxis inſtituitur in hunc modum. Conſtituto Eclipticæ Quadrante, in quo punctum, cuius angulum inquiris, conſiſtit, quære gradum Aequatoris, qui cum in recta ſphæra Horizontem contingit, & diſtantia puncti à proxima Aequatoris interſectione notata, huius complementi ſinum per maximæ declinationis ſinum multiplices, & productum in totum diſtribuas. Hinc arcus egredietur, qui ex 90 ſublatus, angulum quęſitum reſtituat. Inquiratur, verbi gratia, quantum conſtituat angulum cum Meridiano 2 pars Geminorum & 26 ſcrupul. Circumferentia rectæ aſcenſionis huius partis eſt 60 grad. 21 minut. cuius complementi 29 partium, 39 minutor. ſinus rectus 49470 in ſinum maximæ declinationis 39874 ductus in ſinum totum diuiditur. Hinc ſinus exurgit 19726, cuius arcus 11 grad. 37 ſcrupul. ex Quadrante ſubductus reſtituit 78 grad. 37 minut. anguli, ſcilicet Borealis Orientalis, & hic ſubtractus ex ſemicirculo relinquit alterum ipſius lateri adhærentem 101 grad. 23 ſcrupul. Eundem etiam angulum faciliori negocio licet inuenire, nimirum ſi diſtantiæ puncti Eclipticę à proxima interſectione, & eiuſdem aſcenſionis rectæ ſinus inter contuleris, & minorem ex his in totum multiplicatum per maiorem diuidas. Hinc enim ſinus egrediens circumferentiam anguli quæſiti patefaciet, in primo quidem Quadrante Borealem Orientalem, in ſecundo Orientalem Meridionalem, in tertio etiam Orientalem Meridionalem, in quarto iterum Oriētalem Borealem. Idem hîc exemplum retineamus. Diſtantia propoſitæ partis Eclipticæ à proxima, ſcilicet Arietis & Aequatoris interſectione grad. 62 minut. 26 numeratur, cuius ſinus 88647, aſcenſio recta eſt 60 grad. 51 minut. cuius ſinus 86906, quia altero minor eſt, in totum multiplicatus, per maiorem diuiditur. hinc prouenit ſinus 98036, cuius arcus 78 grad. 37 minut. eandem anguli quantitatem ſuperius inuentam oſtendens. Si demonſtrationes harum propoſitionum, & aliquot ſequentium Lector ſtudioſus requirat, diligenter libros Regiomontani de Triangulis ſphæricis, præcipuè quartum euoluat. Nobis hîc non eſt propoſitum ſingula ad viuum reſecare, quin potius aliquid ſtudioſorum induſtriæ relinquendum exiſtimamus.

Vt tamen aliquem huius rei guſtum percipiant Lectores, quomodo proxima propoſitio ex ſphæricis Triangulis Regiomontani ſit extructa videamus. In contextu ad inuentionem anguli Eclipticæ & Meridiani aſſumuntur tantùm ſinus duarum circumferentiarum, nimirum aſcenſionis rectę & diſtantię 2 Geminorum partes, & 26 ſcrupul. ab interſectione verna, cui proxima exiſtit. Iam conſtat Aequatorem ad rectos angulos Meridianum diſſecare. Quare tria maximorum circulorum ſegmenta, ſcilicet 2 grad. 26 minut. Geminorum ab Aequinoctij puncto, diſtantia eiuſdem partis aſcenſio, & declinatio ſphęricum trigonon rectangulum conſtituūt, vt in hac figura manifeſtè patet. Communis Aequatoris & Zodiaci interſectio fiat in a, punctum ſit b 2 graduum, 26 ſcrupul. Geminorum, cuius ab a diſtantia eſt b a, eiuſdem aſcenſio recta c a, & declinatio c b: nēpe ſegmētum Meridiani inter vtrūq; circulū interceptū. Angulus a c b eſt rectus,



rectus, & hic angulus d b e, cui æqualis eſt interior a b c, eſt inueniendus. Propoſitio 25 libri 4. Triangulorum Regiomontani docet in ſphæricis trigonis vnicum habentibus rectum angulum ex cognitione duorum laterum, reliquos angulos & tertium latus inueniri poſſe. Atq; hic duo latera nempe a c & b a cognita ſunt. Quare ex eadem propoſitione inueniemus angulum c b a hoc modo, vt in explicatione ſequitur. Sinum lateris oppoſiti angulo quæſito per ſinum Quadrantis extende, productumq; per ſinum lateris rectum ſubtendentis partiaris, exibit enim ſinus anguli quæſiti, cuius arcus tabula ſinuum quęſitus anguli propoſiti quantitatem patefaciet. Vides igitur cur ſinus 60 grad. 51 minut. in totum ſit multiplicatus, & in ſinum lateris a b diſtributus. Nam a c latus angulo c b a quęſito opponitur, & a b rectum angulum a c b ſubtendit. Hoc modo quilibet mediocriter ingenioſus, reliquarum primi mobilis propoſitionum ſtructuram facilè perſpiciet. Nobis hic exemplo rem declaraſſe ſufficit.

PROPOSITIO XLII.

Quanta ſit diſtantia Zenit (ut loquuntur) à nonageſimo ab Aſcendente gradu.

HVius propoſitionis vſus ad inſtituendam aliquot ſequentium' aliarum praxin conducit. Quare hic eam breuiſsimè exponemus. Ex antegreſsis propoſitionibus inuento Eclipticæ & Meridiani angulo maiori, qui Orientem ſpectat, ſinum eius in ſinum complementi altitudinis Meridianę ductum per totum diuidas, ex quo egredientis ſinus arcus propoſitę quęſtioni ſatisfaciet. Exempli gratia, ſtatuatur in Meridiano 16 grad. & 40 ſcrup. Arietis, angulus vtriuſq; interſectionis inuenitur 67 part. 23 minut. cuius ſinus 92309, ducitur in ſinum complementi altitudinis Meridianę, ſcilicet 66174, & productum diuiditur in ſinum totum. Hinc exit 61084, cuius arcus 37 partium 39 ſcrup. diſtantiam inquiſitam patefacit.

PROPOSITIO XLIII.

Quotus Eclipticæ gradus quolibet tempore ubiuis terrarum in Horizonte conſiſtat.

DIligenter etiam hanc primi motus propoſitionem explicauit Apianus: quò fit, vt nos aliam rationem hic effingere ſuperuacaneum exiſtimemus. Sed qua ratione ſit inuenta, qui ſphæricos Regiomontani triangulos, ſicut etiam paulò antè indicauimus, intellexerit, facilè perſpiciet. Nos igitur hic ipſam praxeos rationē proponemus. Primò inquiritur nonageſimi ab Aſcendente gradus numerati à cęli medio interuallum, hoc modo. Multiplicatur ſinus diſtantiæ partis medium cæli occupantis ab interſectione Zodiaci & Aequatoris, cui proxima aſtiterit, per ſinum maximę Solis declinationis, & qui productus eſt in ſinum maximum diſtribuitur. Hinc ſinus declinationis medij cęli ab Aequatore innoteſcit. Secundò inuenitur angulus Meridiani & Eclipticę, qui recto minor fuerit, & ad partem Orientis, ſi propoſitis maximę declinationis & medij cęli declinationis complementorum ſinibus, minor ex his per totum multiplicatus in maiorem diuidatur, arcus Quotientis eſt quantitas eius anguli. Inſuper cum ſinus diſtantię verticis à parte medij cęli ducitur in ſinum anguli iam inuenti & productus in totum diuiditur, ſinus arcus diſtantię verticis à nonageſimo ab Aſcendente gradu innoteſcit, qui arcus ſemper ad rectos angulos ſphęricos in circulum maximum ex polis Zodiaci per verticem capitis procedentis cadit. Deinceps inueſtigatur quātum 90 ab Horoſcopo gradus à cęli medio diſtiterit, & propoſitis ſinibus arcus cōplementi

diſtantiæ verticis à 90 ab Aſcendente gradu, & complementi diſtantiæ verticis à cæli medio, minorem ex his per totum multiplicatum in maiorem partiaris. Hinc tibi ſinus egredietur, qui arcum Eclipticæ inter cæli medium & Occidentem Finitoris partem interceptum patefacit. Et ſi hunc ſubtraxeris è 90 grad. reſtabit arcus diſtantiæ 90 gradus ab Aſcendente à ſupremo cæli. Si deinde partem Eclipticæ Occidenti ex diametro oppoſitam ſumpſeris, gradus ſupra Horizontem aſcendens apparebit. Quòd ſi medij cæli punctum fuerit in ſemiſſe Eclipticæ deſcendentis, adijcies arcum Quotientis cæli medio, & prodibit gradus Aſcendentis, cui oppoſitus in Occidētis Finitoris parte conſiſtit. Si verò Quotientis arcum ſubduxeris è nonaginta, & reſiduum ex cæli medij parte, reſtabit 90, tam ab Oriente quàm Occidente gradus, qui ſemper eſt ſummus Eclipticæ ſupra Finitorem apparentis. Exemplo res euidentius intelligitur. Conſtituatur 15 pars 40 ſcrupul. Arietis in cæli medio. Sinus diſtantiæ ab interſectione proxima eſt 28680, quem ducas in ſinum maximæ declinationis, & producto in totum diuiſo, inuenies 11435, cuius arcus 6 part. 34 ſcrupul. eſt cæli medij declinatio. Et cum multiplicatur ſinus complementi maximæ Solis declinationis 91706 in totum, & productus in ſinum complementi declinationis cæli medij 99343 diuiditur, conſurgit 92312, cuius arcus 67 partium 25 minut. angulum Eclipticæ & Meridiani Orientalem Septentrionalem patefacit. Dehinc multiplices hunc Quotientem per ſinum diſtantiæ verticis à cæli medij puncto, ſcilicet 66174, & productum in ſinum perfectum diuidas. Hinc prodibit 61084 ſinus, cuius arcus 37 partium, 39 minut. ſignificat diſtantiam verticis à 90, qui computatur ab Aſcendente gradu. Porrò ſi duxeris ſinum altitudinis cæli medij, qui ſinus eſt complementi diſtantiæ verticis à cæli medio, in totum, & productum in ſinum complementi diſtantiæ verticis à 90 ab Aſcendente gradu diuiſeris, inuenies 94691, cuius arcus 71 partium, 15 ſcrupul. quem ſi contra ordinem ſignorum à cæli medio numeraueris, incidet in quintam partem 25 minut. Aquarij, quæ tum in Occidua Finitoris parte conſiſtit. Huic opponitur ex diametro 5 pars 25 min. Leonis in Aſcendente numerum conſtituta. Si hic ſubtraxeris 71 gradus, 15 minut. ex 90 remanebunt 18 gradus 45 minut. diſtantiæ 90 ab Aſcendente gradus à cæli medio verſus Orientem. Et cum adieceris 15 Arietis parti 40 ſcrupul. 18 grad. 45 minut. incidet finis in 4 partem Tauri, 25 minut. quæ eſt 90 ab Aſcendente.

PROPOSITIO XLIIII.

Dimenſio angulorum, quos Eclipticæ partes cum quouis obliquo Horizonte conſtituunt.

CVm aſcendentem Eclipticæ partem inueneris, quærendus eſt angulus, quem Zodiacus præciſè in gradu Aſcendentis cum Meridiano verſus Orientem efficit. Hinc quando cognoſcere volueris angulum, quem Ecliptica in ipſo Aſcendentis cum Horizonte puncto conſtituit, propoſitis ſinibus complementi declinationis huius Eclipticæ partis, & eleuationis Poli ſupra Finitorem, minorem ex his per totum multiplicatum in ſinum maiorem partiaris, arcus hinc exeuntis ſinus dicitur angulus communis, maximè ſi punctum Eclipticæ aſcendens, cuius angulum cum Horizonte inquiris, fuerit in aliquo ſigno deſcendente. Nam tunc adijcies angulum communem angulo, quem facit idem punctum in cæli medio cum Ecliptica & Meridiano. Hac ſumma ex ſemicirculo ſubducta, reſtabit angulus, quem prædictum Eclipticę punctum cum Horizonte conſtituit. Et ſi propoſita Zodiaci pars fuerit ex

ſemiſſe Eclipticæ aſcendente, angulum communem ex angulo Meridiani ſubduces, & reſtabit angulus Eclipticæ & Horizontis quæſitus. Sit igitur 5 pars 25 minut. Leonis in Aſcendente, cuius declinatio eſt 18 grad. 58 minut. & complementum 71 grad. 2 minut. cuius ſinus 94570, ſinus complementi maximæ declinationis 91706, hic minor ducitur in ſinum totum, & productus diuiditur in 94570, hinc prodit ſinus 96971, cuius arcus 75 grad. 52 minut. oſtendit angulum, quem facit 5 pars 25 minut. Leonis cum Meridiano. Prçterea multiplicatur ſinus eleuationis poli 48 grad. 74314, cum ſit minor in totum, & productum in ſinum complementi declinationis puncti propoſiti 94578 diſtribuitur. Hinc exit ſinus 79581, cuius arcus 51 grad. 48 minut. dicitur angulus communis. Et cum Leo ſit in ſemiſſe Eclipticæ deſcendente, nimirum inter principia Cancri & Capricorni, adijcitur angulus communis angulo medij cæli 75 grad. 52 minut. & proueniunt 127 grad. 40 minut. quibus è ſemicirculo ablatis, ſuperſunt 52 gradus, 20 min. anguli Eclipticæ & Horizontis, quando 5 pars, 25 minut. Leonis in Horizonte conſtituitur ſub altitudine Poli 48 graduum. Hîc etiam diligenter memineris, quando Eclipticæ punctum in Horizonte conſtitutum fuerit ex ſemiſſe Aſcendente, ſcilicet inter principium Capricorni & finem Geminorum, vt eſt 2 pars 26 ſcrup. Geminorum, vt inuenias angulum huius partis & Meridiani, qui eſt 78 grad. 37 minut. & ſinum altitudinis Poli 48 graduum, ſcilicet 74314, vt minorem in ſinum totum multiplices, & productum in ſinum complementi declinationis Solis 93544 diuidas. hinc exit 79335, cuius arcus 52 grad. 30 minut. anguli communis ab angulo medij cæli ſubductus, relinquit angulum Horizontis & Eclipticæ Orientis partis 26 grad. 7 minut. Idem etiam angulus facilius poteſt inueniri, quando medij cæli gradus cognitus fuerit. Nam inuento angulo quem Ecliptica cum Meridiano efficit, ſinus huius rectus in ſinum diſtantię verticis à parte medij cæli ducitur, & productus in totum diuiditur. Complementum arcus hinc prodeuntis ſinus eſt angulus Eclipticæ & Horizontis, quicunque etiam in Aſcendente gradus conſtiterit. Sit iterum in cæli medio 15 pars 40 ſcrupul. Arietis, cuius angulus, quem cum Meridiano conſtituit, eſt 67 partium, 23 ſcrupul. & ſinus 92309, qui ducitur in ſinum diſtantię verticis à cæli medio, quę eſt 41 partium 26 ſcrup. puta 66174, & diuiditur in ſinum maximum. Hinc egreditur ſinus 61084, cuius arcus complementum 25 parti 21 min. patefacit quãtitatem anguli, quem Ecliptica, tam ex parte Orientis, quàm Occidentis cum Horizonte facit.

PROPOSITIO XLV.

Quantitates angulorum, quos Eclipticæ partes cum Horizonte in Occidente conficiunt, metiri.

HAec conuerſa prçcedentis propoſitionis dici poteſt. Nam quod illic ad inquiſitionem anguli Horizontis & Eclipticę adijcitur, hîc detrahitur, & viciſſim quod hîc aufertur, illic aſſumitur. Quare tota res exemplo facilius innoteſcet. Sit igitur conſtitutum inquirere anguli Eclipticę & Horizõtis quantitatem, cum 5 pars, & 25 ſcrupul. Leonis in Occidente conſiſtit. Primò inuenietur angulus quem hîc efficit Ecliptica cum Meridiano 75 partium 52 ſcrupul. Deinde angulus communis inquiritur hoc modo. Sinus altitudinis Poli, 48 partium, eſt 74314. Et hic cum ſit minor multiplicatur in totum, & productus diſtribuitur in ſinum complementi declinationis 5 part. 25 minut. Leonis, ſcilicet 94570, hinc exurgit ſinus 78581, cuius circumferentia 51 part. 48

ſcrup. conſtituit angulũ cõmunem ex quo inueniri poteſt angulus, tam Orientalis, quàm Occidentalis. Cum aũt Leo ſit pars Eclipticæ ſemiſsis deſcẽdentis, cõmunem angulum ſubduces ex angulo Meridiani & Ecliptic ę, qui cõſtat 75 par. 25 ſcrup. Supereſt igitur angulus Eclipticæ & Horizõtis Occidentalis 24 part. 4 min. Aliud exemplum ſumatur ex ſemiſſe Eclipticæ aſcendente, nimirũ 2 par. 26 min. Geminorũ. Hæc pars Eclipticæ cum Meridiano conſtituit angulum 78 part. 37 minut. Deinde ad inquiſitionem anguli communis aſſumitur ſinus eleuationis Poli 48 part. nempe 74314, & ſinus complementi declinationis propoſitæ partis 93544: ex his ducitur ſinus altitudinis Poli in totum, & productus in alterum ſinum diſtribuitur. Atq; hinc emergit ſinus 79442, cuius arcus 52 part. 36 minut. efficit communem angulum. Si hunc adieceris angulo Meridiani & Eclipticæ, inuenies 131 part. 13 ſcrupu. anguli Eclipticæ & Horizontis occidui, qui Septentrionem ſpectat, qui ſublatus ex 180 partibus, reſtituit alteri angulo, qui Meridiem ſpectat, 48 partes 47 ſcrupulos. Et hunc inueniri oportebat.

PROPOSITIO XLVI.

Quanta ſingulis temporis momentis, ubicq; terrarum Solis ſupra Horizontem altitudo ſit, exquiſita ſupputatione inuenire.

IN principio operis explicauimus, quomodo per Quadrantem Solis ſupra Horizontem altitudines metiendæ ſint, verùm hîc qua ratione quantum ſingulis momentis ſupra cuiuslibet loci, cuius tamen eleuatio Poli conſtiterit, Horizontem eleuetur, certa calculatione inuenire docebimus. Conſtituta certi diei hora, ac minuto, diligenter ex tabulis vel Ephemeride accuratè ſupputata, verum Solis motum deprehendas, quo cognito, eiuſdem ab orbe medio declinationem inuenias, & hac ex nonaginta partibus ſubducta, ſinum rectum reſidui per ſinum differentiæ aſcenſionalis multiplices, & productum in maximum diuidas: hinc tibi ſinus exibit, qui adiectus ſinui complementi declinationis, ſinum operationis perfectum conſtituet. Præterea tempus, quo Sol à Meridiano diſtiterit, in partes & ſcrupulos Aequatoris conuerſum ex Quadrante circuli tollas, & reſidui ſinum rectum ex toto ſinu ſubducas. Hinc tibi conſtabit ſinus verſus temporis propoſiti, quem duces id ſinum complementi declinationis Solis, & productum in maximum diſtribues. Abſoluta deinde operatione exeuntem ſinum ſinui operationis perfecto adimes, & relictum in ſinum complementi altitudinis Poli multiplicabis, & qui collectus fuerit, eum in maximum partieris. Ex hac operatione ad conſtitutum temporis momentum ſinus altitudinis Solis ſupra Finitorem tibi innoteſcet. Interim diligenter hîc memineris, hanc quidem operandi rationem abſolutam eſſe, quando Sol in ſignis Septentrionalibus extiterit, ſed cum Auſtrinam Eclipticæ partem pererrauerit, ſinus differentiæ aſcenſionalis per regulam proportionis conuerſus, à ſinu complementi declinationis eſt ſubtrahendus, ex quo tibi ſinus operationis perfectus remanebit. Exemplum huius tractationis ex ſuperiori obſeruatione repetamus. Inquiſiuimus anteà ex obſeruatione altitudinis Solis, quam anno 1559 Coloniæ Agrippinæ fecimus, cum Sol 15 Geminorum partem peragraret, verum illius temporis momentum, quod ex accurata ſupputatione deprehendimus, conſtare quatuor horis, o ſcrupul. 48 ſecund. quibus Sol à Meridiano diſtabat. Hinc verſa vice inuenire velim, ſi fortaſſe non obſeruaſſem, quanta Solis eo momento ſupra Finitorem Colonienſem fuerit eleuatio. Declinationem 15 Geminorum par-

tis 22

tis 22 grad. 39 minut. 9 ſecund. conſtare ſupputaui, complementum huius eſt 67 gradus, 20 minut. 51 ſecund. & ſinus rectus 92278. Differentiam aſcenſionalem inueni 31 part. 1 ſcrupul. cuius ſinus rectus eſt 51528. Hunc multiplicaui in ſinum complementi declinationis 92278, & exurgebant 475490078 4, quem in ſinum totum diſtribui, & inueni 47549, ſinus hic ſi adijcitur ſinui complementi declinationis, & prodit 139827. Deinceps tempus quatuor horarum, & 48 ſecund. in partes Aequatoris tranſmutatum, efficit arcum ſexaginta graduum, 12 ſcrupul. cuius complementum 29 grad. 48 minut. & ſinus 49697, qui ſublatus ex ſinu maximo relinquit 50303. Hunc multiplicaui in ſinum complementi declinationis, & inueni 4641860234, quem partitus ſum in maximum, & exiuit 46418, ſinus quem ſubduxi ex ſinu operationis perfecto, qui eſt 139827, & relictus eſt 93405. Hunc etiam duxi in ſinum Poli complementi, ſcilicet triginta nouem part. qui eſt 62932, & productus eſt 5878163460, quem diſtribui in ſinum totum, & egreſſus eſt 58781, cuius circumferentia eſt triginta ſex partium exactè. Ita vides, quomodo calculationes obſeruationibus & obſeruationes calculationibus exquiſitè ferè reſpondeant: nam anteà ex obſeruatione altitudinis triginta ſex partiũ, tempus quatuor horarum, o ſcrupul. 48 ſecund. ſupputaueram. Sunt plures etiam modi, quibus idem negocium non minori facilitate ac certitudine poſsimus expedire. Nam ſi inueneris partem Eclipticæ in Orientali Finitoris parte conſtitutam, & quantum angulum cum Horizonte faciat diſtantiam motus Solis ab eadem numerabis, cuius ſinum rectum in ſinum anguli Eclipticæ & Horizontis duces, & productum in ſinum totum diſtribues, circumferentia ſinus hinc exeuntis altitudinem Solis quæſitam patefaciet. Memineris hîc etiam iiſdem temporibus, quibus Sol à Meridiano diſtiterit, tam ante quàm poſt Meridiem eaſdem eleuationes competere. Nam eadem eſt altitudo Solis ſupra Finitorem hora vndecima ante Meridiem, quæ eſt prima poſt eandem: item decima, quæ eſt ſecunda, eiuſdem tamen diei. Tertius modus eſt, vt cognitis altitudinis poli complemento, & declinatione Solis, & quanto tempore Sol à Meridiano diſtiterit, primum ducas ſinum complementi Solis declinationis in ſinum diſtantiæ à Meridiano, & productum in ſinum totum partiaris, ſinus Quotientis indicat arcum diſtantiæ Solis ab ortu Aequatoris: hunc ſinum conferas cum ſinu declinationis, minorem multiplices per totum, & eum qui producitur in ſinum maiorem diuidas. Quòd ſi Sol Eclipticæ partem Septentrionalem occupauerit, arcum hinc inuenti ſinus complemento altitudinis Poli adijcies, ſed ſi partem Zodiaci Auſtrinam Sol peragrauerit, inde ſubduces. Quicquid ex hac additione vel ſubtractione prouenerit, dicetur angulus operationis. ſi hic Quadrans circuli fuerit, altitudinem Solis quæſitam habebis, at ſi angulus hic maior nonaginta gradibus fuerit, ſubductus ex ſemicirculo verum operationis angulum relinquit, ſinum deinde huius anguli ducas in ſinum Quotientis primi, & productum in ſinum totum diſtribuas, arcus hinc exeũtis ſinus quæſitam Solis altitudinem patefaciet. Quartus modus eſt, vt conſtituta cæli medij ab ortu vel occaſu, cui propius fuerit, diſtantia, eiuſdem etiam ſupra Finitorem altitudinem conſideres, & minorem ex his per totum ſinum multiplicatum in maiorem partiaris, & prodeuntem in ſinum diſtantiæ Solis ab Aſcendente multiplices, ac productũ in totum diuidas. Quotientis arcus optatã oſtendet altitudinem. Quòd ſi principiũ Cancri vel Capricorni medium cæli occupauerit, conſiderabis ſinus altitudinis meridianę & diſtantiæ Solis ab Oriente vel Occidente. ex his minorẽ multiplicabis in totum

& productum in maiorem diuides. Sinus hinc egredientis arcus etiam altitudinem Solis inquiſitam producet. Noueris autem quod arcus primi Quotientis metiatur angulum, quem Horizon eodem momento cum Ecliptica conſtituit. Quintus modus eſt talis: Sol hic omnibus conſpicuus, aut diſtat à Meridiano præciſè 90 partibus, atqui tum ſemper eſt hora ſexta, aut pluribus his, vt ſi ante ſextam, quartam, vel quintam, ſcire velis altitudinem, aut denique paucioribus ab eodem diſtat, vt ſemper contingit poſt horam ſextam. Eandem intelligas rationem temporis pomeridiani. Si igitur altitudinem horæ ſextę præciſè inquiſiueris, ducas ſinum eleuationis Poli in ſinum declinationis Solis, & productum diuidas in ſinum totum, hinc altitudinis inquiſitę ſinus innoteſcet. Porrò ſi diſtantia Solis à Meridiano Quadrante circuli minor fuerit, multiplices ſinum illius in ſinum complementi altitudinis poli, & productum in ſinum totum partiaris, arcus Quotientis ex circuli Quadrante ſublatus, reſtituit arcum primum. Præterea huius arcus primi ſinum rectum conferas cum ſinu eleuationis Poli: minorem ex his in totum multiplicatum in maiorem diſtribuas, & exibit ſinus arcus, cuius complemento adiecta Solis declinatio, ſi in parte Septentrionis fuerit, aut ab eodem ſubducta, ſi in Auſtrum Sol deflexerit, quando minorem circuli Quadrante arcum produxerit, oſtendet arcum ſecundum, ſed cum 90 partes exceſſerit, ſubtrahetur ex 180, & reſiduus arcus dicetur ſecundus. Tandem ſinum arcus primi multiplices in ſinum arcus ſecundi, & productum in totum diuidas, hinc arcus Quotientis petitam altitudinem patefaciet. Iterum ſi ad datum tempus diſtantia Solis à cæli medio nonaginta partes ſuperauerit, ſubduces eam ex ſemicirculo, & reſidui ſinum in ſinum complementi altitudinis Poli multiplices, & productum in totum diuidas arcus Quotientis è nonaginta ſubtractus, reddet arcum primum. Huius primi arcus ſinum, cum ſinu eleuationis Poli conferas, & minorem ex his in totum ducas, & quod exortum eſt, in maiorem diuidas: ex Quotientis arcu declinationis complementum ſuſtollas, & remanebit arcus ſecundus. Poſtremò ſi duxeris arcus primi ſinum in ſinum arcus ſecundi, & productum in totum partitus fueris, ex Quotientis arcu veram altitudinem obtinebis. Interdum contingit, vt arcus ſecundus ſit exactè nonaginta partium, & tum veram altitudinem habes, nec viteriori opus eſt inquiſitione. Nec ſilentio prætereundum eſt, quando Sol principium Arietis aut Libræ occupauerit, vt multiplices ſinum complementi diſtantiæ Solis à Meridie, in ſinum complementi eleuationis Poli, & productum in ſinum totum partiaris, tum Quotientis arcus eleuationem Solis petitam in lucem proferet. Exempla harum rationum induſtrius Lector ſibi ipſe fingere poteſt, ne in hac tractatione prolixiores ſimus. Obſerues hic etiam, quęcunque de Sole ſcripſimus, nimirum arcum diurnum, eleuationem ſupra Finitorē, & id genus alia, etiam in ſtellis fixis eundem vſum obtinere.

PROPOSITIO XLVII.

Diſtantiam cuiuslibet Stellæ à uero Aequatoris ortu uel occaſu uerſus Auſtrum, uel Septentrionem, aut à Meridiano ad Orientem uel Occidentem expeditè numerare.

Diximus alibi, quid ſit verus Aequatoris ortus & occaſus. Iam verò circulus ille magnus à vertice per Aequinoctiorum puncta, quæ ſunt in ortu & occaſu

& occaſu ductus, dicitur circulus verticalis, à quo plerunque ſolet hæc Solis & ſtellarum diſtantia numerari, & ſi idem ſic quoque appelletur cum diſtantia à Meridiano verſus ortum vel occaſum ſupputatur. Præterea verticalis circuli nomen ſortitur, quicumque circulus maior ex vertice cæleſti per centrum Solis, aut ſtellæ quocumque loco conſtitutæ ad Horizontem deſcendit, vt in veſtibulo huius operis explicauimus. Hîc autem diſtantia in Horizonte veri ortus Aequatoris, aut verticalis circuli per hunc ducti à circulo per centrum Solis tranſeunte appellatur diſtantia Solis Horizontalis ab ortu. Cum autem numeratur in Horizonte diſtantia Meridiani à circulo altitudinis ſiue verticalis, dicitur diſtantia Solis Horizontalis Auſtrina verſus ortum. Atque hæc diſtantia à pleriſque artificibus Arabum idiomate dicitur Azimuth, quam Appianus Latinè vertendam eſſe dicit, quorſum Germanicè **wo hinaus**. Diligenter autem nobis hanc propoſitionem explicauit, & vtilem fecit idem Appianus: nos igitur quæ ſit eius praxis hîc conſideremus. Primùm ad conſtitutum tempus inquiritur angulus, quem Ecliptica cum Horizonte ab Orientis parte conſtituit, vnà cum gradu in Aſcendente conſtituto & altitudine Solis ſupra Horizontem. Dehinc numeratur ſegmentum Eclipticæ inter Aſcendentem & Solis centrum interceptum. Huius ſegmenti complementum inquiras, & eiuſdem ſinum rectum cum ſinu complementi altitudinis Solis conferas, & minorem ex his per totum multiplices, & productum in maiorem diuidas. Arcus Quotientis producet Finitoris circumferentiam, quæ inter punctum, vbi Ecliptica ſecat Horizontem, & locum verticalis circuli, qui ex vertice per centrum Solis ductus eſt, concluditur. Si ergo compereris gradum Aſcendentis declinare in Septentrionem eiuſdem ortiuam amplitudinem ab inuenta circumferentia ſubduces, ſed ſi in Auſtrum deflexerit, amplitudinem Aſcendentis inuentæ circumferentiæ adijcies, & hinc voti compos fies. Exemplum huius rei tale proponitur. Sit altitudo Solis ſupra Horizontem 44 grad. 52 minut. & in Aſcendente 5 pars Leonis, 25 minut. diſtantia centri Solis ab Aſcendente 62 grad. 59 minut. Angulus Horizontis & Eclipticæ inuenitur 52 grad. 21 minut. Sinus ergo complementi diſtantiæ Solis ab Aſcendente 45424 ducitur in ſinum totum, & productus diuiditur in ſinum complementi altitudinis Solis ſupra Horizontem, ſcilicet 70875. Hinc egreditur 64090, cuius arcus 39 gradus, 54 minut. ex Quadrante circuli ſubductus, reſtituit 50 gradus 6 minut. arcum nimirum Horizontis inter punctum Eclipticæ aſcendentem & circulum Solis verticalem interceptum. Inſuper inquiritur arcus amplitudinis 5 partium, 25 minut. Leonis in hunc modum. Ducitur ſinus declinationis huius partis 18 gradus, 58 minut. ſcilicet 32465 in totum, & productus diuiditur in ſinum complementi altitudinis Poli 66913, & exoritur in Quotiente 48563, cuius arcus eſt 29 gradum 4 minut. amplitudinis 5 partis, 25 minut. Leonis ſub eleuatione Poli 48 part. Et quia pars Leonis eſt in ſemicirculo Eclipticæ Septentrionali, ſubducenda eſt amplitudo ipſius à prius inuenta Solis Horizontali diſtantia, quæ ab interſectione Horizontis & Eclipticæ numerata eſt, quæ inuenta eſt grad. 50, minut. 8, & reſtabunt 21 grad. 4 min. nimirum Azimuth Solis ab ortu Aequinoctiali verſus Meridiem. Hæc quidem regula in vniuerſum certa eſt, quando Solis altitudo ſupra Horizōtem maior eſt, eiuſdem altitudine in circulo verticali, qui per ortum & occaſum Aequinoctiorum procedit. Quòd ſi altitudo Solis ad tēpus propoſitū minor fuerit, quàm ſit altitudo eiuſdem in circulo verticali, certū eſt tunc Solem eſſe in aliquo ſignorū Septentrionalium, & tum ſubtrahes ſeruatam circumferentiā ex inuēta amplitudine, reſtabit diſtantia Solis ab Horizontalis Septentrionalis, hoc eſt, arcus ab ortu

Aequatoris verſus Septentrionem numeratus. Quoties verò gradus Eclipti-
cæ aſcendens fuerit Auſtrina, adijcies amplitudinem aſcendentis ad ſeruatam
circumferentiam, & prodibit diſtantia Solis horizontalis meridionalis, id eſt
quæ ab exortu Aequinoctiali verſus Meridiem ſupputatur. Hinc ſubijcit etiã
aliam rationem eandem diſtantiam Horizontalem inueniendi, quæ etiam ad
omnes ſtellas fixas & erraticas poſsit accommodari. Ducitur ſinus comple-
menti declinationis Solis in ſinum diſtantiæ illius à Meridiano, ſ. in Aequato-
re, ſemper pro 1 hora 15 grad. numerando, productum diuiditur in ſinum to-
tum, & Quotiens ſeorſim conſeruatur. Deinde confertur is cum ſinu comple-
menti alritudinis Solis, ex quibus minor ducitur in totum, & productus diui-
ditur in maiorem, Quotientis arcus ex 90 ſubtractus, relinquit diſtantiam So-
lis Horizontalem quæſitam. Exemplum ſequitur huiuſmodi. Cum Sol 2 part.
26 minut. Gemin. occuparet, hora 9 ante Meridiem, declinatio eius erat 20
grad. 42 minut. cuius complementum 68 grad. 18 min. & ſinus rectus 93544,
qui ducitur in ſinum diſtanniæ Solis à Meridiano, quæ eſt 45 grad. (quòd ho-
ra 9 diſtantia Solis à meridie ſit 3 horarum) ſcilicet 70710, & productus diui-
ditur in ſinum totum, in Quotiente emergit 66145, ſinus qui deinceps duci-
tur in ſinum totum, & productus diuiditur in ſinum complementi altitudinis
Solis, quam 9 hora obtinebat. hæc erat 44 grad. 52 min. & complementum e-
ius 45 grad. 8 minut. & ſinus 70876, in Quotiente prodit 93316, cuius arcus
68 grad. 56 minut. Si hunc ex Quadrante ſubduxeris reſtabit 21 grad. 4 min.
diſtantia Solis quæſita. Intelligas tamen arcum Horizontis, qui ad tempus
propoſitum à puncto Aequinoctialis & Horizontis vſq; ad circulum vertica-
lem è vertice per centrum Solis ad Horizontem ducitur. Atqui hic modus in-
quirendæ diſtantiæ, tam in Sole quàm in planeris & ſtellis fixis locum habet.
Tertius modus quo eandem inquirit, eſt talis. Sinus complementi diſtantiæ
Solis à puncto interſectionis Horizontis & Aequatoris cum ſinu cõplemen-
ti altitudinis Solis ſupra Finitorem cõfertur, ex his minor ducitur in totum &
productus diuiditur in maiorem. Arcus hinc prodeuntis ſinus è Quadrante
circuli ſubductus, relinquit diſtantiam Solis Horizontalem ab exortu Aequa-
toris. Exemplum hoc proponitur: altitudo Solis inuenta eſt 44 grad. 52 min.
cuius complementum 45 grad. 8 minut. huius ſinus eſt 70875. Diſtantia verò
Solis ab ortu Aequatoris in hoc loco eſt 48 partium, 35 minut. cuius comple-
mentum 41 part. 25 minut. Huius ſinus rectus 66145, cum ſit minor altero du-
citur in ſinum totum: & ſi productus diuidatur in maiorem, exurget 93326, cu-
ius arcus 68 part. 56 minut. ex 90 ſublatus, relinquit 21 part. 3 minut. Secun-
dus inueſtigandi modus declinationis ſtellarum, quæ ſunt in circulo tranſeun
te per tropica puncta Cancri & Capricorni, eſt talis. Si latitudinem oblata ſtel
la Septentrionalem ſortiatur in ſemicirculo per initium Cancri ducto, maxi-
mam Solis declinationem, cum ſegmento latitudinis coniunges. Hinc decli-
natio inquiſita conſtabit, in eodem ſemicirculo, ſi ab Ecliptica in Auſtrum ſtel
læ deflexerint ad latitudinem inclinationi Aequatoris & Eclipticæ, æqualem
nullam omnino declinationem habebit, ſed exquiſitè locum in Aequatore oc
cupabit. Quòd ſi Auſtrina latitudo minor fuerit dicta circulorum inclinatio-
ne, illa ex hac ſublata, relinquetur declinatio Septentrionalis: ſi autem conſti
tuta latitudo inclinationem illam excedat, vtriuſq; differentia dicetur Auſtri-
na ſtellæ declinatio. Porrò ſi aliqua ſtella occupauerit ſemicirculum per tropi-
cum punctum Capricorni ductum, totius operationis proceſſus conuerſo or
dine erit inſtituendus.

PROPOSITIO XLVIII.

Quantæ ſtellarum declinationes ſint, ex ſinuum tabulis colligere.

STellarum declinationes ab Aequinoctiali circulo, pro ratione partiũ Zodiaci, quas occupant, diuerſis modis inueſtigantur. Nam alio modo inquiruntur earum declinationes, quæ ſunt in aliqua parte circuli per polos Zodiaci & Aequinoctiorum puncta circumducti, alio verò earum, quæ partem circumferentiæ occupant per initia Cancri & Capricorni tranſeuntis. Quæ verò paſsim extra hos circulos diſperſæ conſpiciuntur, adhuc variatam rationẽ ſortiuntur. Vt autem à primo modo exordiamur, ſi ſtellam aliquam in circulo per initia Arietis & Libræ procedente conſpexeris, multiplicabis eiuſdem latitudinis ſinum in ſinum complemẽti maximæ Solis declinationis & productum diſtribues in maximum ſinum. Huius Quotientis arcus oblatæ ſtellæ declinationem producet. Tertius modus illarum, videlicet ſtellarum, quæ in locis intermedijs conſtituuntur, plus negocij requirit. Nam hîc primò omnium conſiderandum, vtrum oblata ſtella propiùs accedat ad principium Cancri, an Capricorni, idq; ſecundum ſucceſsionem ſignorum, an contra: & inuentæ diſtantiæ ſinum multiplices in ſinum maximæ Solis declinationis, & productum diuidas in totum. Hinc ſinus exeuntis arcus ex Quadrante circuli ſublatus, relinquit circũferentiam primam, cuius complementi ſinum vbi contuleris, cum ſinu complementi maximæ Solis declinationis, duces minorem ex his in totũ, & productum in maiorem diuides. Sinus Quotientis ex 90 partibus ſubductus, ſecundam circumferentiam reddit, quæ appellationem ſortietur ab illa Zodiaci parte, in qua ſtella collocata fuerit, & ſi conſtiterit in parte Septentrionis, dicetur ſecunda circumferentia Septentrionalis. Hanc autem ſtellæ latitudini adijcies, ſi vtraq; Septentrionalis fuerit, aut minorem ſubtrahas à maiori, ſi latitudo ſtellæ & altera Zodiaci pars diuerſis appellentur nominibus. Quicquid ex huiuſcemodi additione coaluerit, aut ſubtractione reliquum fuerit, argumentum declinationis appellabitur. Sed maioris differentiæ cauſa, ſi ex additione conſletur, appellationem argumenti, ſi ex ſubtractione relinquatur maioris numeri denominationem cõſeruabit. Inſuper multiplicabis ſinum complementi primæ circumferentiæ in ſinum declinationis argumẽti, & productum diſtribues in totum. Quotiẽtis arcus declinationem ſtellæ inquiſitam patefaciet, quæ etiam argumenti nominis cõmunionem ſuſcipiet. Interim hîc memineris, vt ſi nihil in argumento reſtiterit, declinationem etiam nullam eſſe noueris. Exempli gratia, quartam ſtellam Agitatoris, Apianus ſecundum Alphonſi Regis hypotheſes, conſtituit in longitudine part. 19 minut. 59 Geminorum, & in latitudine Septentrionali 26 part. 0 minut. Huic longitudini propter motum abſidum Planetarum & ſtellarum fixarum ab eiuſdem Alphonſi tempore, vſq; ad annum 1517, adiectæ partes 2 & 37 minut. eandem conſtituunt in partem 22, minut. 35 Geminorum. Cuius latitudinem fixam & immotam, vnà cum artificibus retinemus. Eſt igitur huius ſtellæ ſecundum obliqui circuli ordinem à primo Cancri puncto diſtantia 7 part. 25 ſcrupul. cuius ſinũ 12908, ſi multiplices in ſinum maximę Solis declinationis 38974 & productũ in totum partiaris, emergit 5147, cuius circumferentia 2 part. 57 ſcrup. eſt prima. Inſuper ſinus complementi maximæ Solis declinationis 91706 multiplicetur in totum, & productus numerus diuidatur in ſinum complemẽti primæ circumferentiæ 99867. Hinc prodit 91829, cuius arcus ſcilicet 66 part. 41 minut. complementum eſt circumferentia ſecunda & Septentrionalis, propter ſigni ſui declinationem. Præterea hæc circumferentia ſ. 23 part. 19 ſcrup. adiecta ſtellæ latitudini, quę eſt 20 part. cum eiuſdem partis appellationẽ habeant,

profert argumenti declinationis partes 43 ſcrup.19. Supereſt tandem vt multiplices primæ circumferentiæ complementi ſinum, ſcilicet 99867 in ſinum argumenti declinationis, ſcilicet 68603, & productum in totum diſtribuas: ex quo reſultabit ſinus 68512, cuius arcus 43 part.15 minut. inquiſitam declinationem oſtendit. Et cum argumentum ſit Septentrionale, eodem nomine appellabitur & declinatio. Eandem etiam declinationem alia ratione licet inuenire, & aliquorum iudicio cōmodiore forſan. Inſtituitur autem huiuſcemodi operis proceſſus in hunc modum. Conſiderandum eſt primò, vtrum oblata ſtella Zodiaci ſemiſſem poſsideat, & vtri Aequinoctiorum puncto vicinior fuerit, cuius diſtantia è Quadrante circuli ſublata, complemēti ſinum ducas in ſinum complementi ſtellæ latitudinis. Et producto in totū diuiſo in Quotiente proueniet ſinus, cuius arcus complementum erit circumferentia prima. Adhæc ſinum latitudinis ſtellæ multiplices in totum, & productum diuidas in ſinum primæ circumferentiæ. In Quotiente prodibit ſinus circumferentiæ ſecundæ, quam maximæ Solis declinationi adijcies, ſi nomen latitudinis nō differat ab Eclipticæ ſemiſſe. Ex his conflatur ſumma, quæ dicitur argumentum declinationis. Hoc eius Eclipticæ ſemiſsis, in quo oblata ſtella conſtiterit, appellationem conſequitur. Sed ſi latitudo ſtellæ aliam denominationem habuerit, quam ſemiſsis Eclipticæ, quem occupauerit, ac circumferentia ſecunda minor fuerit, maxima Solis declinatione, illa ab hac eſt ſubducenda, & reſidua pars dicetur argumentum declinationis, quod denominabitur à ſemiſſe Eclipticæ. Sin autem ſecunda circumferentia maximam Solis declinationem exceſſerit, hanc auferas ab illa. Differentia relicta argumētum declinationis erit, quod denominationem latitudinis ſortietur. Tandem multiplices argumenti ſinum in ſinum primę circumferentiæ, & productū in totum diſtribuas. Quotientis arcus declinationis ſegmētum in lucem proferet. Exemplum eiuſdem quartæ Agitatoris ſtellæ, quæ ſupra dextrum ſcoptulum cōſiſtit, hic repetitur. Huius ſtellæ complementum diſtantię ſecundum Eclipticæ ductum à ſectione verna eiuſdem, & Aequatoris, eſt 7 part.25 ſcrup. cuius ſinum ſi duxeris in ſinum complementi latitudinis, qui eſt 93969, & productum diuiſeris in ſinū maximum, prodibit 12129, cuius arcus 6 part.58 ſcrup. complementum 83 par. 2 ſcrup. conſtituit circumferentiam primam. Porrò cum ſinus latitudinis ſtellæ multiplicatur in totum, & productum diſtribuitur in ſinum primæ circumferentiæ, ſcilicet 99261, prodit in Quotiente 34456 ſinus, cuius circumferentia 20 part.10 ſcrup. hic dicitur ſecunda. Cum autem ſtella poſsideat ſemiſſem Eclipticæ Septentrionalem, & in eandem partem deflectat latitudo, ex maximę Solis declinationis, & ſecundæ circumferentiæ ſumma conſurgit argumētum declinationis Septentrionale 45 part. 40 ſcrup. Huius argumenti ſinus nimirum 69046 cum ducitur in ſinum primæ circumferentiæ, ſcilicet 99261, & productum diuiditur in totum, exoritur 66536, ſinus cuius arcus 43 part.15 minut. oblatę ſtellę declinationem patefacit.

PROPOSITIO XLIX.

Quæ nam Æquatoris pars, cum oblata ſtella Finitorem rectum aut Meridianum circulum attingat, inuenire.

QVando ex præmiſſa propoſitione ſtellæ declinatio fuerit inuenta, eiuſdem complementi ſinum proponas tibi vnà cum ſinu primę circumferentiæ, quem duces in totum, & productum diſtribues in alterum. Quotientis arcus erit aſcenſionis radix, & ſi fuerit ſtella in primo Zodiaci Quadrante, eius radicis complementum aſcenſionis arcum oſtendet: ſi in ſecundo Quadrāte, qui eſt à principio Cancri ad finem Virginis, eadem ſtella inuenietur, radicem ipſam,

ipſam adijcies 90 partibus,ſi fuerit inter principium Libræ & finem Sagittarij, radicis complementum adijcias ſemicirculo:ſi fuerit inter principium Capricorni & finem Piſcium,radicem addas 270 circuli partibus, & aſcenſio recta prodibit. Quartæ Agitatoris ſtellæ inuenta eſt declinatio 43 part.15 ſcrup. cuius complementum 46 part.45 ſcrup. cuius ſinus diuiſoris locum ſubibit. Primæ circumferentiæ complementum erat 6 part.58 ſcrup. & ſinus eius 12129, quem ſi multiplices in totum & productum diſtribuas in alterum ſinum,inuenies 16652 ſinum,cuius circumferentia 9 par.35 minut. eſt aſcenſionis inquiſitæ radix, quæ ex 90 circuli partibus ſublata,relinquit aſcenſioni oblatæ ſtellæ 80 part.25 ſcrup. Aequatoris, quæ pars cum ipſa cæli culmen attingit.

PROPOSITIO L.

Cum quota Eclipticæ parte oblata ſtella cæli culmen conſcendat, expeditè colligere.

VT inuenias illam Eclipticæ partem, quæ cum oblata ſtella cæli medium attingit,ex antegreſsis propoſitionibus eiuſdem aſcenſionem rectam,& quæ ipſi Eclipticæ pars in recto Horizonte reſpondeat,inquiras. Id quod hac ratione fiet:multiplices ſinum aſcenſionis rectæ complementi in ſinum maximæ declinationis,& productum in totum partiaris. Quotientis arcus complementum ſeorſim conſeruabis,cuius ſinus erit diuiſor. Dehinc ſinum aſcenſionis rectæ duces in totum,& productum diſtribues in diuiſorem. Ex hoc ſinus prodeuntis circumferentia punctum Eclipticæ, qui cum oblata ſtella in cæli culmine conſtiterit,producet. Quòd ſi arcus aſcenſionis rectæ Quadrantem circuli exceſſerit,complementum eius in opere ſubſtituas,& inuētam circumferentiam contra obliqui circuli ductum à principio Libræ dinumeres. Si integrum ſemicirculum aſcenſio exceſſerit, ſecundum ſignorum ſucceſsionem ab initio Libræ procedas:ſi eadem maior fuerit 270 partibus inuētam circumferentiam à prima Arietis parte contra ſignorum ordinem computabis. Quartæ Agitatoris ſtellæ aſcenſio recta eſt inuenta 80 part.25 ſcrupul. cuius complementi,ſcilicet 9 part.35 ſcrup. ſinus rectus cum ducitur in ſinum maximæ declinationis,& productum diuiditur in totum,exurgit ſinus 6639, cuius arcus eſt 3 part.49 minut. Eſt igitur huius complementi ſinus diuiſor 99778. Præterea ſi multiplicaueris aſcenſionis rectæ ſinum 98604 in totum, & productum in diuiſorem diſtribueris,naſcetur in Quotiente 98823 ſinus,cuius arcum ſi ab interſectione verna Eclipticæ & Aequatoris ſecundum partiū ſucceſsionem numeraueris,finem in 21 part.12 ſcrup. Geminorum deprehendes, quæ cum prędicta ſtella Meridianum circulum ingreditur.

PROPOSITIO LI.

Quanta ſit circumferentia amplitudinis ortiuæ & occiduæ, cuiuſuis oblatæ ſtellæ, dinumerare.

MEmineris hîc illis tantùm ſtellis amplitudinem ortiuam & occiduam competere,quarum declinatio ſit minor complemento eleuationis Poli:ſicut alibi etiam demonſtrauimus. Nam ſi illa fuerit ęqualis huic, ſtella tantum leuiter continget Horizontem:ſin maior fuerit, ſtella continuis motibus ſupra Finitorem loci circumuoluetur. Nullam igitur amplitudinis partem ſortiuntur ſtellæ in illis locis,ſub quorum Finitorem nunquam demerguntur. Vt ſuperius tractata Agitatoris ſtella, cuius declinatio 43 part.15 ſcrup. conſtat. Hanc,conſtituta Poli altitudine 48 part.20 ſcrup. ipſius complementum 41 part. 40 ſcrup. ſuperat exceſſu 1 partis 35 ſcrup. Nunquam igitur huius loci

attingit Horizontem. Conſtituta igitur ſtellæ declinatione, quę ſit minor Poli complemento, ſinum illius multiplices in totum, & productum partiaris in ſinum complementi eleuationis Poli, ſi modò ipſum declinationem excesſerit, ſin minus operationem conuertas in contrariam partem. Hinc tibi ſinus amplitudinis inquiſitę prodibit. Vt autem exemplum hic aliquod habeamus, conſtituit Apianus Mercurij ſtellam in 10 grad. 12 minut. Tauri, cuius latitudo fuerit 3 grad. 20 minut. ac declinatio 11 part. 59 ſcrup. cuius ſinus rectus cum multiplicatur in totum & productum diſtribuitur in ſinum complementi altitudinis poli, prodit in Quotiente 31238 ſinus, cuius circumferentia 18 par. 12 ſcrup. quæſitam amplitudinem patefacit, quę tam in parte Occidentis, quàm Orientis Septentrionalis dicitur.

PROPOSITIO LII.

Circumferentiam Æquatoris, quæ metitur tempus reuolutionis oblatæ ſtellæ ab Oriente in Occidentem metiri.

QVemadmodum anteà de Sole demonſtrauimus rationem ſupputationis diurni temporis: ita nunc in reliquis ſtellis inueſtigabimus temporis quantitatem, quo ab Oriente in Occidentem primi motus raptu in circulis Aequatori parallelis circumferuntur. Primum inuentis oblatæ ſtellæ amplitudine & declinatione, complementi amplitudinis ſinum multiplices in totum, & productum diuidas in ſinum complementi declinationis. Et Quotientis circumferentia è Quadrante circuli ſublata, remanebit aſcenſionalis differentia. Si igitur ſtellæ declinatio fuerit Septentrionalis, differentiam hanc adijcies 90 partibus, ſin Meridionalis ex ijſdem ſubduces. Hinc ſemiſsis inquiſitæ circumferentię conſurget, cuius duplum in horas & ſcrupulos conuerſum, totius circumuolutionis tempus quæſitum producet. Exempli gratia loci Mercurij, quem in antecedente propoſitione occupabat, declinatio eſt 11 part. 59 ſcrup. & complementum 78 part. 1 ſcrupul. cuius ſinus rectus cum in totum ducitur, & productus numerus in ſinum complemēti amplitudinis diſtribuitur, exoritur ſinus 97114, cuius arcus 76 part. 12 minut. è 90 ſublatus, reſtituit aſcenſionalem differentiam, quæ eſt 13 part. 48 minut. Et cum Mercurius in Septentrionem declinet, hæc 90 partibus coniuncta conficit 103 part. 48 ſcrup. ſemiſſis motus, quo in ſuperiori hemiſphærio ab Oriente in Meridiem conſcendit. Duplum huius eſt 207 part. 36 ſcrup. Quare tempus totius motus ſuperioris conſtat 13 horis, 48 minut.

PROPOSITIO LIII.

Quanta ſit obliquæ aſcenſionis Stellarum circumferentia, inquirere.

EX antegreſſa propoſitione facillimè hæc abſoluitur. Nam ſi in Auſtrum ſtella deflexerit, aſcenſionis ipſius rectæ circumferētiæ differentiam aſcenſionalem adijcies: ſi in Septentrionem declinauerit, hanc ex illa ſubduces. Ac ita ſine omni negocio propoſitæ ſtellæ obliqua aſcenſio occurret. Cum in ſuperiori exemplo ſtella Mercurij in Septentrione conſtituatur, & aſcenſio eius recta conſtet 39 part. 37 minutor. Ex hac ſubtracta aſcenſionalis differentia, relinquit part. 25, ſcrup. 49 Aequatoris. Tanta eſt in hoc ſitu obliqua Mercurij aſcenſio. Iam verò cum quota Eclipticæ parte eadem ſtella in obliquo Horizonte conſiſtat, ex obliquarum aſcenſionum tabulis facillimè cuiuis innoteſcit.

PROP

PROPOSITIO LIIII.

Quantæ ſint altitudines Stellarum ad certa tempora & loca quæſitæ, ex ſinuum tabulis colligere.

IN veſtibulo huius operis oſtendimus, quomodo ex obſeruata alicuius ſtellæ ſupra Finitorem loci altitudine, verùm temporis momentum ratiocinemur: hîc vice verſa qua ratione ex oblato tempore ſtellarum altitudines inueniantur, explicabimus. Primò ſinum diſtantiæ propoſitæ temporis, qua ſtella diſtiterit à Meridiano, multiplices in ſinum declinationis cōplementi, & productum diſtribuas in ſinum maximum. Hinc tibi ſinus egredietur, cuius circumferentia dicetur prima, cuius complementi ſinum conferes cum ſinu declinationis ſtellæ. Ex his minorem ducas in totum, & productum diuidas in maiorem. Et ſi hinc prodeuntis ſinus arcum eleuationi Poli adieceris, habebis circumferentiam ſecundam. Tandem multiplices circumferentiæ primæ complementi ſinum, in circumferentiæ ſecundæ complementi ſinum, & productū partiaris in totum. Nam hinc tibi ſinus altitudinis quæſitę prodibit. Exempli gratia, aſſumamus ſpicam Virginis, ex cuius altitudine anteà inquiſiuimus certum nocturni temporis momentum, verum hîc ex eiuſdem ſtellę à Meridiano diſtantia ipſius altitudinem viciſsim colligamus. Huius ſtellæ diſtantia à Meridiano inuenta nobis erat 37 part. 28 ſcrupul. cuius ſinus eſt 60829, declinatio verò 8 partium & 16 ſcrupul. ferè cuius ſinus eſt 14378, cuius complementum eſt 81 part. 44 ſcrupul. & ſinus 98960. Cum igitur multiplicatur huius complementi ſinus in ſinum diſtantiæ à Meridiano, exurgit 6019637840, qui diuiſus in totum reſtituit 60196. Atq; huius circumferentia 37 part 1 ſcrupul. eſt prima, & complementum 52 part. 59 ſcrupul. cuius ſinus 70846. Quare ſinum declinationis cum ſit minor altero, ſi ducamus in totum, conſurgit 1437800000, qui numerus diſtributus in ſinum complementi primæ circumferentiæ, reſtituit 18007, cuius arcus eſt 10 part. 23 ſcrup. Hinc adijciemus Poli altitudini, quæ conſtitura nobis erat, 46 part. & prodibit circumferentia ſecunda 59 part. 23 ſcrupul. cuius complementum eſt 30 part. 37 ſcrupul. & ſinus 50929, quem multiplicauimus in ſinum complementi circumferentiæ primæ, & prodijt 4066476934. Si hic diuidatur in totum, exurget ſinus 40664, cuius arcus ex ſinuum tabulis inuenitur 24 partium, qualium totus circulus habet 360. Tāta igitur eſt ad propoſitum tempus huius ſtellæ altitudo, cui etiam obſeruatio noſtra exquiſitè reſpondet.

PROPOSITIO LV.

Angulum inclinationis planorum Æquatoris & Eclipticæ quolibet anni tempore intra paucos dies ex obſeruatione Solis ortus & alicuius ſtellæ fixæ ad Meridianum acceſſum, ratiocinare.

ET ſi in principio rationem obſeruandi angulum inclinationis Zodiaci & Aequatoris iuxta ſententiam Ptolemæi deſcripſerimus, viſum eſt tamen hîc alium modum à Petro Appiano ingenioſiſsimè excogitatum, quo intra paucos dies eiuſdem anguli quantitatem quouis anni tempore deprehendamus, ſubnectere. Nam ſicut anteà demonſtrauimus, obſeruationes Ptolemæi tantùm Solſtitiorum temporibus accommodari poſſunt. Neq; hîc ab alijs artificibus, præterquàm ſolo Appiano exactiores obſeruandi rationes inuentas eſſe conſtat. Ac ſæpenumero contingit, vt annis aliquot Solſtitiorum tempora, propter nubiloſum aerem non poſsint deprehendi. Vt igitur ad inſtitutum

veniamus, fixam aliquam ſtellam obſeruabis (etiam neglecta eiuſdem longitudinis & latitudinis ratione) Meridianum circulum attingentē, quo tempore in prōptu habebis Clepſydram, aut aliud horologium in eum vſum, vt temporis differentiam inter obſeruationem propoſitæ ſtellæ & exortum Solis interceptam exquiſitè dimetiaris. Deinde per Quadrantem eiuſdem Solis ortus amplitudinem obſeruabis. Poſt dies aliquot per eandem ſtellam temporis differentiæ, exortus Solis, & amplitudinis obſeruationes eodem modo quo antè repetas. Neq; diſſimilis eſt obſeruandi ratio Sole in Occidente conſtituto: tantùm hic memineris, vt quotcunq; dies interceſſerint, obſeruationes hæ fiant Sole eundem Eclipticæ Quadrantem peragrante. His conſtitutis, minoris temporis differentiam ſubduces è maiori, & reſiduam partem ſeorſim conſeruabis. Inſuper his amplitudinibus ex ſinuum tabulis, vt anteà oſtendimus, & ſuas declinationes & aſcenſionales differentias ſupputabis: & cum vtriuſq; temporis differentiam maiori differentiæ aſcenſionali addideris, ex collecta ſumma ſubtrahes differentiam aſcenſionalem minorem. Tum illa pars, quæ ex ſubtractione reſtiterit, erit aſcenſio recta inter obſeruata Solis loca. Nunc iam ad inuentionem ſolutionis propoſitæ quæſtionis progredieris in hunc modum. Cum habeantur duorum Solis locorum declinationes, & inter ea comprehenſa aſcenſio recta ſinum complementi minoris declinationis multiplicabis in ſinum aſcenſionis rectæ, & productum in maximum diuides, ex quo emergentis ſinus erit circumferentia prima. Huius complementi ſinum conferes cum ſinu declinationis minoris, & minorem ex his duces in totum, & productum diſtribues in maiorem. Dehinc Quotientis arcum adimas declinationi maiori, & reſidua portio dicetur ſecunda circumferentia. Iam ſequitur, vt ſinus complementorum primæ & ſecundæ circumferentiæ inter ſe multiplices & productum in totum diuidas, ex quo prodeuntis ſinus arcum de quarta circuli parte tollas, & remanebit arcus Eclipticæ inter primam & ſecundam obſeruationem interceptus. Adhæc multiplices primæ circumferentiæ ſinum in totum, & productum diſtribuas in ſinum huius arcus Eclipticæ, ſiue diſtantiæ locorum Solis, & exorietur ſinus circumferentię tertiæ. Huius ſinum iterū ducas in ſinum complementi maioris Solis declinationis, quæ in altera obſeruationum fuerit inuenta & productum in totum partiaris. Supereſt tandem, vt hinc exurgentis ſinus arcum ex quarta circuli parte ſubducas, & relinquetur arcus maximæ Solis declinationis. Exemplum huius propoſitionis tale conſtituit. A temporis momento, in quo ſtella ſub Meridiano fuit obſeruata vſq; ad exortum Solis per Clepſydram inuenta ſit vna hora & 40 ſcrup. Poſt 45 dies per ſimilem eiuſdem ſtellæ obſeruationem vſq; ad exortum Solis elapſa ſit temporis differentia 3 horarum 30 ſcrupul. 12 ſecun. ex qua dum ſubtrahitur 1 hora cum 40 ſcrup. remanet 1 hora, 50 ſcrup. 12 ſecun. quę differentia in partes Aequatoris conuerſa, producit partes 27, 33 ſcrup. quā differentiā ſeorſim conſerues. In priori Solis ortus obſeruatione oblata eſt eiuſdem amplitudo 9 part. 51 ſcrupul. cuius declinatio inuenitur 6 part. 34 ſcrupul. & aſcenſionalis differentia 7 part. 22 ſcrupul. In poſteriori obſeruatione apparebat amplitudo 31 part. 53 ſcrup. quare declinatio erit 20 part. 42 ſcrupul. & aſcenſionalis differentia 24 part. 49 ſcrup. quæ cum ſit maior altera, adijcitur parti ſeorſim conſeruatæ & conſurgunt partes 52, ſcrup. 22, ex quibus ſubducitur altera differentia aſcenſionalis, & ſuperſunt 45 partes tantùm. Tanta eſt rectę aſcenſionis circumferentia inter duo Eclipticæ puncta, in quibus obſeruatus eſt Sol, intercepta. Iam nunc cōſtitutis vtriuſq; amplitudinis declinationibus & aſcenſione recta, multiplicatur ſinus complementi minoris declinationis 99343 in ſinum aſcenſionis rectæ, ſcilicet 45 part. 70710 & productum diſtribuitur in totum,

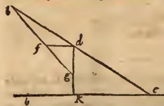
totū. Hinc naſcitur ſinus 70245 cuius circumferētia 44 part. 38 ſcrup. dicitur prima. Dehinc minoris declinationis ſinus ducitur in totum, & productum diuiditur in ſinum complementi primæ circumferentiæ, ex quo egreditur ſinus 16070, cuius arcus 9 partium 15 minut. ſubtractus ex maiori declinatione alterius obſeruationis, quæ eſt 20 part. 42 ſcrup. relinquit ſecundam circumferentiam 11 part. 27 ſcrupul. Huius complementum eſt 78 part. 33 ſcrup. & ſinus rectus 98009, qui multiplicatur in ſinum complementi primæ circumferentiæ, qui eſt 71161 & productum diuiditur in ſinum totum. tunc prodit in Quotiente 69744. cuius arcus 44 grad. 13 minut. ademptus quartæ circuli, reddit 45 grad. 47 minut. Tanta eſt Eclipticæ pars, quæ inter vtrunq; obſeruationis puncta concluditur. Iterum ducitur ſinus primæ circumferentiæ in totum, & productum diuiditur in ſinum inuentæ partis Eclipticæ. hinc exurgit 98012, ſinus, cuius circumferentia dicitur tertia. Poſtremò omnium ducitur hic ſinus in ſinum maioris declinationis complementi, & productus numerus in totum diſtribuitur, ex quo naſcitur ſinus 91696, cuius circumferentia 66 part. 30 ſcrup. ex Quadrante circuli ſurrepta, reſtituit 23 part. 30 ſcrup. Atq; tantus eſt prædictus angulus inclinationis Aequatoris & Zodiaci tam laborioſe inquiſitus. Cæterùm hîc noueris exemplum hoc docendi cauſa duntaxat pręſcriptū eſſe, vt ſtudioſi intelligerent huius inuentionis rationem, & ipſi per accuratas obſeruationes diligentius rei veritatem explorarent. Nam quę hic ſunt aſſumptę hypotheſes proximè ad obſeruationes accedunt: non tamen omnino exquiſite. Hactenus primi motus problemata maximè neceſſaria & vtilia breuiter quidem pro ratione noſtri inſtituti explicauimus, quorum fundamenta maximè in ſphæricis triangulis conſiſtunt, quę ſi rectè intellexerint diſcentes, facilè ipſi ſuo Marte plura excogitare, & vlterius ſine cortice (vt aiunt) natare poterunt.

SECTIO TERTIA, DE RATIONIBVS GNOMONVM AC VMBRArum ac fundamento Sciotericorum inſtrumentorum.

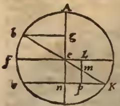
PROPOSITIO LVI.

POSTQVAM in antegreſsis propoſitionibus explicatæ ſunt rationes obſeruandi ea, quę ab artificibus vocantur τὰ φαινόμενα, ac vice verſa expoſiti canonis primi motus, quibus cōgruentem ad certa tempora ipſis apparentijs calculum inſtituimus: non abs re fuerit, ſi de rationibus vmbrarum, ac earum magnitudinum demōſtrationibus, pro diuerſa Solis aut Lunę ſupra Finitorem eleuatione tractationem hîc inſtituamus. Ex his non tantùm intelligent amātes veritatis, quę ſit ratio mutationis in vmbrarū quantitatibus, & earundem ad erectos gnomones, ſiue quęuis corpora Horizonti ad perpendiculum inſiſtentia proportio: ſed etiam quis earum ſit vſus in erudita Aſtronomices parte, quæ ab artificibus Meteoroſcopice appellatur. id quod ex ſequentibus propoſitionibus euidentius intelligetur. Vmbrarū, alias vocant rectas, alias verſas. Recta vmbra eſt, quam corpus ad rectos angulos Horizonti, aut eidem parallelo plano inſiſtens, in ipſius ſuperficiem planam, vel eidem ęquidiſtantem proijcit. Verſam vmbram appellant, quę proijcitur ab aliquo corpore Horizontis planę ſuperficiei ęquidiſtante in planū alterius

Finitori ad rectos angulos incumbentis. Hic ſcire licet eandem eſſe rationem ſinus recti altitudinis Solis quouis tempore ad ſinum complementi, quæ eſt corporis ad perpendiculum erecti ad ſuam vmbram, item eandem eſſe ſinus complementi ad ſinum altitudinis, quæ fuerit corporis Finitori æquidiſtantis ad vmbram verſam. Hinc manifeſtum eſt per regulam proportionis ex obſeruata Solis altitudine, quantitatem vtriuſq; vmbræ, & viciſsim ex magnitudine vmbræ Solis altitudinem ſupra Finitorem facillimè ſupputari poſſe. Quare conſequitur Sole 45 altitudinis gradum occupante, quia ſinus altitudinis & complementi ſint ęquales, omnes vmbras ſuis corporibus adęquari. Sed cum Solis altitudo hanc metam exceſſerit, etiam erectorum corporum altitudines ſuas vmbras ſuperant, & vmbræ verſæ pro ratione acceſſus Solis ad verticem continuè in maiorem longitudinem extenduntur. Præterea conſtat, Sole tropicis punctis viciniores partes peragrante, vmbras meridianas minimas differentias ſortiri, ſed eodem circa Aequinoctiorum puncta verſante, aliquot diebus in meridie maximas earum differentias conſtitui. Quo corpus luminoſum propius ad terram acceſſerit, eo maius incrementum vmbræ aſſumunt, etiam ſi in eadem verticalis ſuperficiei altitudine cõſtiterit. Conſtat etiam tam ſub recta ſphæra habitantibus, quàm inter Aequatorem & alterum tropicorũ, vmbras rectas in Meridie quandoq; flecti in Auſtrum, quandoq; in Septentrionem. Nam in recta ſphæra cum Sol ab interſectione Eclipticæ & Aequatoris verna in ſigna Septentrionalia procedit ſemper in Meridie vmbrę in Auſtrum flectuntur, & è conuerſo cum ex primo Libræ puncto in Auſtrina Eclipticæ dodecatemoria digreditur, vmbras Meridianas in Septentrionem incidere neceſſariũ eſt. Quoties verò in altera Aequatoris & Zodiaci interſectione tempore meridiei Sol cõſtiterit, nullas tunc vmbras fundi ſine dubio conſtat. Idem ſub tropicis punctis habitantibus ſemel in anno tantùm euenire certum eſt. In reliquis regionibus extra Solſtitiorum puncta cõſtitutis vmbrę meridianæ verſus eum polum proijciuntur, qui ſupra Finitorem eleuatur. Omnia hæc ex ſequentibus figuris luce clarius innoteſcent. Sphæra Solis ſit in b, h c



tabula Horizõti ęquidiſtans, ſuper quã ad rectos angulos erigatur regula d k, radius Solis ex ſuperiori parte b per ſummũ regulę d tranſiens, in c finitur. Erit ergo vmbra regulæ k c, quam rectam appellamus. Iterum ſit alia regula priori ad rectos angulos infixa, f d, per cuius extremum f radius Solis procedens, in g partẽ extenditur, hinc fit vmbra g d, quam verſam ſemper vocari memineris. Quam appellationẽ ideo ſortita eſt, quòd verſo modo ſe habeat ad vmbram rectam, aut quia verſam rationem ad ſinum vmbroſum (vt loquuntur) obſeruare videatur, nempe quã vmbroſum ad vmbram ſuam rectam. His cõſtitutis ſit circulus altitudinis a f e k, ex c centro deſcriptus, Horizõtis ſit dimetiens f c l



ęquidiſtans inferiori lineę e k: nam propter exiguã terræ ſemidiametri magnitudinis rationẽ ad ſemidiametrum orbis diſtantiæ Solis nullus error conſequetur, ſi hanc ab illa vtcunq; diſiunxerimus. Regula c n ad rectos angulos e k ſit infixa, Sol ſit in b, cuius ſinus altitudinis b d, regula c l in Horizontis planicie, & l p ad rectos angulos cõtingat. Radius Solis per vtriuſq; c n & l c extremitates procedẽs

in k

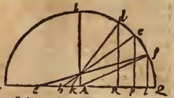
in k punctum incidit. Erit igitur n k vmbra recta, l m vmbra verſa. Complementũ altitudinis Solis a b, cuius ſinus rectus b g & eidem per 34 primi Elementorum Euclidis d c æqualis. Hîc iam neceſſario trigoni b d c, c n k, & c l m ſunt ęquianguli. Nam cum anguli d, n, l ſint recti, ac inſuper angulus n c k interiori & oppoſito ad eandem partem c b d, & alteri c m l per 29 primi Elementorum ſit ęqualis, erunt etiam reliqui acuti inter ſe æquales. Cum igitur trigoni omnes ſint ęqualium angulorum per quartam ſexti Euclidis latera ęquales angulos ſubtendentia, eaſdem inter ſe rationes cuſtodient. Quare quæ eſt ratio b d ad d c, ea eſt c n ad n k, & l m ad c l. Cõſtat igitur euidenter quomodo ex data Solis ſupra Horizõtem altitudine beneficio regulæ proportionis vtriuſq; vmbræ magnitudinem ſupputare poſsis. Multiplices ſinum complemẽti eleuationis Solis per altitudinem corporis ad perpendiculum erecti, & productũ in ſinum rectum altitudinis Solis partiaris, ita vmbræ rectę quantitas cognoſcetur. Sed vt eiuſdem erectæ ſuperficiei vmbrã verſam inuenias, ducas ipſius magnitudinem in ſinum altitudinis Solis, & inuentum numerum per ſinum complementi diſtribuas, tum vmbræ verſæ quantitas innoteſcet. Obſeruata ſit exempli gratia Solis altitudo 25 par. cuius ſinus rectus eſt 42261 ſinus complementi 65 part. 90630. Sit altitudo alicuius erectæ ſuperficiei 12 part. æqualium. Multiplicabis ergo 12 part. in 90630, ac cõſtituentur 1087560 quæ diſtributæ in 42261 producũt vmbram 25 part. & 44 ſcrup. Iterum multiplices 12 in 42261, hinc oriuntur 507132 partes, quæ diuiſæ in 90630 faciunt quantitatem vmbrę verſæ 5 part. ſcrup. 36. Hinc verſa vice quomodo per eandem demonſtrationem ex magnitudine vmbræ verſæ aut rectæ Solis altitudinem ratiocinemur, oſtendendum. Cum enim tres ὀρθογώνιοι trigoni b d c, c n k, & c l m æquales angulos obtineant, conſequitur ex inuentione anguli c k n, aut l c m Solis altitudinem notam fieri. Quare ſi multiplicaueris c n & n k lineas quadratè, conſurget quadratũ c k, & hinc exacta radix ipſius c k magnitudinem producet. Quam rationem hîc habuerit c k ad c n, eandem ſeruabit ſinus maximus ad ſinum anguli c k n, cui b c d adęquatur. Duces ergo ſinum totum in c n lineam, & productum in c k diſtribues, Inuenies enim b d ſinum rectum Solis altitudinis. Eodem modo cum angulus l c m ſit æqualis b c d, ex duobus quadratis c l & l m linearum coniunctis extracta radix c m patefacit. Quare multiplicata linea l m per ſinum totum, & producto diuiſo in c m etiam ſinus rectus eleuationis Solis b d innoteſcit. Idem per tabulam Gnomonicam quam inferiùs ſubijciemus Georgij Peurbachij faciliùs expedire licet. Semper ille latus alterum rectum angulum ambientium 1200 partiũ conſtituit. Quoties igitur vmbra recta maior fuerit ſuperficie erecta, à qua proijcitur, multiplices huius magnitudinem per 1200, & productum numerũ in vmbræ longitudinem diſtribuas, hinc exurget numerus, qui in tabula quæſitus, angulum eleuationis Solis oſtendat. Sed ſi corpus vmbram ſuam quantitate exceſſerit, multiplices eam per 1200, & productum in magnitudinẽ corporis partiaris. Hinc prodibit numerus, cuius angulus ex Quadrante circuli ſublatus, Solis altitudinem ſupra Finitorem relinquet. Ex his demonſtrationibus tabulam, quæ ex quantacunq; Solis altitudine rationes vmbrarum ad ſua corpora, & hinc viciſsim Solis eleuationem quocunq; tempore aperiat, conſtructam ſubiecimus.

Tabula quantitatis utriuſq; umbræ rectæ & uerſæ in partibus quarum umbroſum (ut uocant) eſt 12, ad ſingulas altitudinis Solis partes ſupputata.

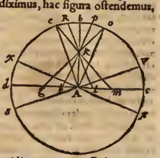
altit.	☉.do.	Vmbra recta		altit.	☉.do.	Vmbra recta.		altit.	☉.do.	Vmbra recta	
G.	G.	P.	M.	G.	G.	P.	M.	G.	G.	P.	M.
0	90	Vmbra inf.		30	60	20	47	60	30	6	56
1	89	695	44	31	59	19	58	61	29	6	39
2	88	343	39	32	58	19	12	62	28	6	23
3	87	228	57	33	57	18	29	63	27	6	7
4	86	171	37	34	56	17	47	64	26	5	51
5	85	137	9	35	55	17	8	65	25	5	36
6	84	114	10	36	54	16	30	66	24	5	21
7	83	97	44	37	53	15	52	67	23	5	6
8	82	85	28	38	52	15	21	68	22	4	51
9	81	75	46	39	51	14	49	69	21	4	36
10	80	68	3	40	50	14	18	70	20	4	22
11	79	61	44	41	49	13	48	71	19	4	8
12	78	56	27	42	48	13	20	72	18	3	54
13	77	51	39	43	47	12	52	73	17	3	40
14	76	48	8	44	46	12	26	74	16	3	26
15	75	44	46	45	45	12	0	75	15	3	13
16	74	41	51	46	44	11	35	76	14	3	0
17	73	39	15	47	43	11	11	77	13	2	46
18	72	36	54	48	42	10	48	78	12	2	32
19	71	34	51	49	41	10	26	79	11	2	20
20	70	32	58	50	40	10	4	80	10	2	7
21	69	31	16	51	39	9	43	81	9	1	54
22	68	29	42	52	38	9	22	82	8	1	41
23	67	28	16	53	37	9	3	83	7	1	28
24	66	26	57	54	36	8	43	84	6	1	16
25	65	25	44	55	35	8	24	85	5	1	53
26	64	24	37	56	34	8	6	86	4	0	50
27	63	23	35	57	33	7	48	87	3	0	38
28	62	22	34	58	32	7	30	88	2	0	25
29	61	21	40	59	31	7	13	89	1	0	12
30	60	20	47	60	30	6	56	90	0	0	0
☉.op.	altit.	Vmbra verſa		☉.op.	altit.	Vmbra verſa		☉.op.	altit.	Vmbra verſa	

Nunc

Nunc, qua ratione fiat, vt, quoties Solis eleuatio ſupra Finitorem minor fuerit 45 partibus, omnes vmbræ ſua corpora magnitudine excedant, cõtra cum altius beſſe aſcenderit, vmbrarum longitudines ante meridiem decreſcant, & poſt continuè ad Solis occaſum vſq; incrementum aſſumant. Sed dum 45 altitudinis gradum attingit, vmbrarum & corporum magnitudines inter ſe exquiſitè ſint æquales, videamus. Semicirculus altitudinis c b q, cuius centrum a, quod terram repræſentet, diameter Horizontis c a l, verticis punctum b, m a ſtylus ad rectos angulos Horizontis plano inſiſtens, altitudo Solis in f minor ſit beſſe, e ſit exactè 45 partium, d eaſdem ſuperet. Sinus rectus arcus f g, ſit f l, & eiuſdem cõplementi l a, dum Sol igitur fuerit in

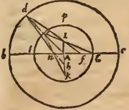


f, radium extendens per m in g, erit vmbra ſtyli g a, dum in e, h à, ſed in d, k a, quæ eſt inter has omnes minima. Hîc autem conſiderare licet, quantum ad Solis altitudinem explorandam attinet, triangulos f a l, & f g l æquales eſſe. Nam etſi radius ex Sole ductus in baſin a minor hîc videatur, tamen differentia huius ab illo, qui in finem vmbræ extẽditur, ſenſu nulla deprehendi poteſt. Quare ſunt æquales ſtatuendi radij f a & f g. Porrò cùm æquidiſtet m a ipſi f l, eruntq́; m g a, & f g l. ſiue f a l trigoni ęquianguli, idem de reliquis etiam intelligi velim. Quare per quartam ſexti elementorum latera æquales angulos ſubtendentia inter ſe eaſdem rationes cuſtodient. Cum igitur f q circumferentia minor ſit 45 partibus, erit ſinus complementi maior f l, & eadem eſt ratio l a ad f l, quæ eſt g a ad a m. Quare g a vmbram maiorem eſſe m a neceſſarium eſt. Porrò ſit arcus e q 45 partium, cuius ſinus rectus e p æqualis ſinui complementi. Eſt igitur vmbra h a ęqualis m a. Tertiò arcus d q 45 partes excedat, hîc ſinus complementi b d, cui æquatur a r, minor eſt ſinu altitudinis d q. Quare etiam vmbræ a k minor erit m a. Porrò quemadmodum hîc ante meridiem Sol ab Horizontis contactu paulatim in Meridiem aſcendit, qua ratione fit, vt complementa continuè decreſcant, ita poſt meridiem, cum deſcendit, complementa augeri neceſſarium eſt. Hinc manifeſtum eſt in illis locis, vbi maxima Solis altitudo 45 altitudinis gradum nũquam accedere poteſt, ſemper vmbrarum longitudines ſua corpora ſuperare. Cæterùm quod de locis ſub recta ſphæra conſtitutis ſuperius diximus, hac figura oſtendemus. Sit meridiani ſemicirculus d b c, cuius a centrum, c polus arcticus d antarcticus, dimetiens Aequatoris b a, e a Eclipticæ pars Auſtrina, a o Septentrionalis, k a ſtylus ad perpendiculum erectus, cuius vmbræ meridianę toto anno obſeruãtur. Cum Sol tempore meridiei fuerit in communi ſectione circulorum Aequatoris & Zodiaci, ſcilicet in b, nullam k a vmbram apparere ſequitur, quia ad perpẽdiculum deſcendunt radij in ſubiectam planiciem per rectam b a. Sed ſi conſtituamus Solem occu-



pare tropicum Cancri, qui eſt in o, vmbra meridiana a g verſus Polum antarcticum d extendetur. In eandem partem incidunt omnes Solis radij per k extremitatem procedentes, vt eſt p h, quamdiu Sol circumferentiam b o non egreditur. Et è conuerſo, cum Sol in tropico Capricorni conſtiterit, radius e k

in m punctum, verſus c Polum arcticum dimittitur, vt vmbra a m verſus c dirigatur,id quod ſemper in meridie contingit,donec Sol aliquam circumferentiæ b o particulam acceſſerit. Vnde radium etiam r k in l verſus eundem Polum incidere videmus. Nec difficulter intelligi poteſt, quare ſupra verticem habitantium,ſub altero punctorum Solſtitiorum, ſemel in anno tantùm Sol conſiſtat,ſicut hîc in t a p & a v s Finitoribus euidenter apparet, vbi vmbras in meridie eo tempore nullas fieri certum eſt. Nam radius Solis o a ad rectos angulos in Horizontis a t p planum deſcendit. Eodem modo habitantibus ſub e tropico hyberno, quorum Horizon eſt ſ a v Solſtitij hyberni tempore Solis radius e a ad perpendiculum in meridie incidit. Quòd autem corpus luminoſum in remotioribus diſtantijs minores efficiat vmbras, quàm in propioribus,& ſi vtrobique eandem ſupra Finitorem altitudinem obtineat, maximè ex obſeruationibus earundem eleuationum Solis & Lunæ patefactum eſt. Cuius rei demonſtratio ex ſequenti ſchemate, & experientia per vmbras Solis ac Lunę innoteſcit. Sint duo altitudinis circuli t p g & b d c ex eodem



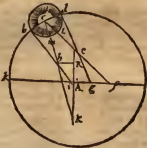
centro a deſcripti,Horizon b a g, cui regula l a ad perpendiculum erecta infigitur. Cõſtituamus primò Solem in d altitudine, cui ſimilem circũferentiam in minori circulo inuenies,ſi ex a centro rectam in d extendas, quæ ſecat interiorem in e puncto. Eſt igitur vmbra,dum Sol in d fuerit a f. Sed collocemus Lunam in e,tum radius e l in g partem deſcendit. Hinc apparet a g, vmbra multò maior a f. Si ergo Luna in e conſtitueretur, manifeſtè appareret, radios eiuſdem vſque ad fines l & n,vbi inuicem ſeſe interſecant, intra Solis radios concludi. Hinc etiam colligitur,quòd ſi magna eſſet inter centra mundi, ac deferẽtis abſidem Solis diſtantia, futurum vt diuerſis temporibus in iiſdem altitudinibus Sole conſtituto vmbrarum magnitudines inter ſe differre viderentur, nunc autem differentia aliqua notari vix poteſt. Porrò qua ratione fiat, vt Sole Solſtitiorũ punctis propinquas partes peragrante,aliquot diebus vmbrarum, quæ meridiei tempore conſpiciuntur,tam exiguæ exiſtant differentiæ, & contra circa Aequinoctiorum partes eodem Sole exiſtentes,illæ tam magnæ & euidentes appareant,facillimè deprehendes,ſi differentias declinationum, quas ſortiuntur puncta Aequinoctiorum locis propinqua,longè maiores eſſe animaduertas ijs,quibus Eclipticæ partes tropicis vicinæ differunt. Exempli gratia, prima Arietis pars declinat ab Aequatore 23 minut. 22 ſecun. ſed prima pars Cancri ab eodem declinat 23 par. 29 ſcrupul. 22 ſecundis, quibus ſubductis ex maxima Solis declinatione,relinquitur differentia 38 ſecund. quæ multò minor eſt 23 ſcrup. 22 ſecund. Sit igitur ſub recta ſphæra locus, vbi tempore Aequinoctij in meridie Solis altitudo eſt 90 partium præciſè, ſequenti die ſi tempore meridiei Sol vnum gradum confecerit, inuenietur altitudo 89 part. 36 ſcrup. 38 ſecund. cui circumferentiæ tabula vmbrarum attribuit, minut. 7 ſecun. 19 tertia 36. Sub eadem ſphæræ ſitu cum Sol in maxima declinatione fuerit, altitudo meridiana eſt 66 part. 30 ſcrup. cui ex tabula conueniunt 5 part. 13 ſcrup. 30 ſecun. Pro ſequentis diei altitudine meridiana adijciantur huic partes differentiæ declinationis vnius gradus Cancri, & prodibit arcus 66 grad. 30 min. 38 ſecund. cui reſpondet vmbra 5 partium 13 ſcrupul. 20 ſecund. 30 tertiorum. Vtriuſque vmbræ differentia 9 ſecun. 30 tertiorum.

PROP

PROPOSITIO LVII.

Quantas umbrarum differentias ſemidiameter Solis conſtituat.

NOn oſcitanter in ſupputandis Solis altitudinſbus ex dimenſione vmbrarum tam rectarum, quàm verſarum obſeruandum eſt ſemper tanta parte à ſcopo calculum aberrare, quantam ſemiſsis dimetientis Solis in cælo occupare videatur. Nam vmbræ in planam Horizontis ſuperficiem proiectæ, non centri Solis, ſed altiſsimæ partis, ex qua radius per ſummum erecti corporis in planum deſcendit, eleuationem patefaciunt. Sed quæ ex vmbris verſis altitudines capiuntur ſemper ferè Quadrante vnius partis, quarum totus circulus habet 360, minores inueniuntur. Contingit hæc differentia non ex dimenſionis aut calculi incertitudine, ſed ex radijs Solis, quos non tantùm ex centro, ſed etiam ex toto ambitu, ſiue ſuperficie, ſicut Eclipſeos tempore experimur vndequaq; effundit. Vnde fit, vt omnium corporũ vmbræ rectę & verſę ſemper minores ſint illis, quas radij ex ſolo centro procedentes cõſtituerent. Hinc manifeſtum eſt in tabulis cylindrorum, quibus temporum partes diſtinguuntur, & Solis altitudines obſeruantur, numerum Quadrante minorem conſtituendum eſſe. In reliquis Planetis pręter Solem & Lunam in ſtellis etiam fixis, quarum altitudines per gnomonem, aut triangulum capiuntur, quoniam vt puncta nobis appareant, diuerſa ratio eſt. Ergo cum teſte Peurbachio diameter Solis in abſide eccentrici ſui, ſub angulo 31 ſcrupulorum appareat, & in oppoſito loco ſub angulo 34 ſcrupul. contingit, vt non ſolum radij ex medio ſuperficiei Solis, ſed etiam ex ſummis & infimis punctis in terram deferantur, quod ex ſequenti ſchemate facilius intelligitur. Circulus altitudinis Solis k d f, & Horizon k a f, cuius a centro ad rectos angulos duplex gnomon e h a ſit impoſitus, centrum ſolis c, ex quo ad quantitatem diametri c d ſemicirculum ſolis deſcripſi d l b, vera ſolis altitudo eſt k c, d ſuprema ſolis pars, quę radium per extremũ punctum in g extendit, hinc fit apparens vmbra g a. Si tantùm ex ſolis centro radij emitterentur, vmbra huius altitudinis eſſet f a, qui terminatur radio c e f. h r proijcit vmbram verſam r i, quia radius infimæ ſolis partis b per h in i decidit. Sed ſi ex centro c per h extẽderetur vmbra verſa ipſius h r eſſet r k. Quare ex inuentione anguli e g i cõſequimur altitudinem k d, & ex quantitate anguli a h r, ſiue h i k eleuatio infimæ ſolis partis b ſupputatur. Hinc ſi vtriuſq; altitudinis differentiam in duas æquales circumferentias partiaris, quarum alteram ex ſuperiori eleuatione ſubducas, aut inferiori adijcias, vera cẽtri ſolis altitudo patefiet. An hæc vera ſint facillimè experieris, vbi per Quadrantem eodem temporis momento ſolis altitudinem dimenſus fueris. Nam in hoc inſtrumento, ſicut etiam in Aſtrolabijs, cùm radij per anguſta foramina tranſmittantur, talis differentia non percipitur. Quòd ſi hanc per Quadrantem vel Aſtrolabium deprehenſam ſolis altitudinem, nihil ab illa, quàm ex vtriuſq; vmbrę differentia ſupputaſti, differre videris, omnino de rei veritate ne dubites. Semper etiam manifeſtè experieris eleuationum differentiam ex magnitudine vmbrę verſę & rectę collectam ſemiſſem partes, quarũ circulus habet integer 360 excedere, quia nũquam ſolis diameter ſub minori, quàm 31 ſcrupul. angulo appareat. Ex his quàm ſit facilè citra quoduis aliud

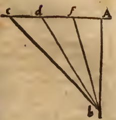


inſtrumentum apparentem ſolis dimetientem, quæ eleuationis vtriuſq; differentia comprehenditur colligere manifeſtè vides. Hic tamen diligentiſsimè operam naues, vt intra domeſticos parietes clauſis reliquis feneſtris, præter vnam anguſtiorem radios ſolis excipias, vt vmbræ exquiſitè diſtinctè appareant. Quòd ſi nunc dubitaueris quantanam eſſet vmbra, quę radio ex ſolis centro emiſſo diſtingueretur, multiplices ſinum complementi altitudinis centri ſolis in ſinum altitudinis erectæ ſuper Horizontis planū ſuperficiei, & productum per altitudinis centri ſinum partiaris, hinc veræ vmbræ quantitas manifeſta fiet.

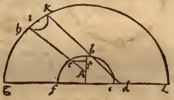
PROPOSITIO LVIII.

De ratione Gnomonum & Vmbrarum.

QVæcunq; hactenus de inuentione altitudinis ſolis ex dimenſione vmbrarum adminiculo tabulæ ſinuum explicauimus, multò facilius per gnomonem & eiuſdem tabulam à Georgio Peurbachio conſtructam expediri poſſe oſtendemus. Ne tamen hîc nouum inſtrumentum fabricare cogaris, quomodo Quadrans Geometricus idem negocium abſoluere poſsit, expediemus. Quoties enim mobilis regula ad latus ſuperiùs, à quo perpendiculum ſuſpenſum non deflectat, ita erigitur, vt baſi Quadrantis ad rectos angulos inſiſtat, vnà cum baſi exquiſitum gnomonem conſtituet. Hîc etiā exactiùs cum baſis in minimas particulas, ſcilicet 100000 ſit diſtincta, vmbræ ratio ad ſuam ſuperficiem innoteſcit. Conſtat etiam quam rationem habeat regula ad ſuam vmbram, eandem omnes ſuperficies ad perpendiculum erectas ad eiuſdem temporis vmbras conſeruare. Quare ex obſeruatione huius vmbræ & cognitione altitudinis aliorum ædificiorum vel arborum vmbras ſupputare licet, & è conuerſo, ex dimenſione vmbrarum altitudines exquiſitè deprehendere. Vt igitur omniū vmbrarū magnitudines ex vnius duntaxat obſeruatione conſequaris, multiplicatas per huius vmbræ quantitatem altitudines in longitudinem regulę diſtribuas, ſtatim hic quęſita menſura prodibit. Exemplum huius rei tale habeas. Cum regula, quæ æqualis eſt toti ſinui, ad perpendiculum erecta eſſet, obſeruata eſt vmbræ finis, à centro Quadrantis diſtantia partium 5000, quarum ſinus totus eſt 100000, altitudo cuiuſdam turris eſt palmorum 600, quæ ducta in 5000 conſtituit 3000000, & hic numerus diuiſus in 100000 producit vmbrę magnitudinem 30. Iterum verſa vice ductis 30 in 100000, & producto in 5000 diſtributo, producitur vera altitudo 600. Eodem modo longitudines reliquarum omnium vmbrarum & altitudinum magnitudines ſupputantur. Supereſt nunc, vt quaqua ratione citra tędioſas laterum multiplicationes & radicum Quadratarum extractiones ex tabula gnomonis anguli altitudinum inueniātur, explicemus. Semper inquiſitiones angulorum τριγώνων ὀρθογωνίων, requirunt tabulas quę numerum contineant, qui ſinus recti alicui trium angulorum ſubtenſi vicem gerat. Hîc ſi data ſint duo latera rectum angulum ambientia, vtrumq; ſeorſim quadratè multiplicare oportebit, & ex coniunctis numeris radicem quadratam extrahere, vt linea rectum angulum ſubtendens, manifeſta fiat. Quanta fuerit huius ratio ad alterum reliquorum laterum, tanta ſinus maximi ad ſinum anguli, quem hoc latus ſubtendit. Atqui hoc modo ex ſinuum tabulis angulorum quantitates inueniuntur. Sed ſi tabula contineat numerum, qui alterius rectum cōſtituentium linearum vicem ſubeat, vnica multiplicatione & diuiſione totum negociū expeditur. Nam quę fuerit ratio maioris lineæ ad minorem, eadem eſt maximi tabulæ numeri ad alterum, qui patefacit angulum, cui minus latus ſubtenditur. In hunc vſum quomodo Peurbachius ex ſinibus rectis tabulam gnomonicam conſtruxerit



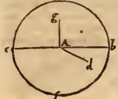
conſtruxerit videamus. Sit gnomon aliquis c a b, cuius vtrumque laterum angulum a rectum am bientium, ſit 1200 partium æqualium. Erit ergo acutorum c & b angulorum vterque quadragin taquinꝗ partium, quarum totus circulus eſt 360. Ex angulo c b a ducantur rectæ b d & f b. Diſtantia d ab a ſit 600 partium, f 400 earundem. Hinc anguli d b a, & f b a, quarum quantitates inueniri debent, minores eſſe conſtat c b a. Hic inquiramus angulum f b a, quadratum f a eſt 1600, ſed a b 14400, ex quibus collectis educitur radix 1264, ſcilicet latus f b. Quam hoc rationem habet ad 100000 eam ſeruat f a ad ſinum rectum angulum f b a ſubtendentem. Si nunc ſecundum in tertium multiplicatum in primum diſtribueris, inuenies ſinum 31645, qui oſtendit octodecim gradus, vigintiſex ſcrupul. hunc numerum Purbachius in tabula ſub 400 partibus collocauit. Idem reliquorum omnium angulorum inueniendorum modus eſt. Hinc quotieſcunque cuiuſuis orthogonij trianguli cognitis duabus lineis rectum continentibus acutorum angulorum quantitates inuenire volueris, minorem in 1200 partes ducas, & productum per maiorem diuidas, numerus hinc exurgens in tabula quæſitus, angulum minori prætenſum lateri producet. Porrò vt ad inſtitutum redeamus, ſit altitudiuis ſemicirculus g k l, cuius centrum a, centrum Solis i, k eiuſdem ſuprema pars, h infima. Erectus quadrans ſit b a c, cuius mobilis regulæ a b vmbra in d extenditur. Si magnitudinem c d in ſinum a c tranſtuleris, quanta ſit facilè apparebit. Angulum b d a, qui producet in lucem k g altitudinem ex tabula Gnomonica inuenies, ſi a b multiplicatam per 1200, in d a diſtribuas. Exempli gratia, quarum partium a b eſt ſexaginta, earum nonaginta a d vmbra continere deprehenditur. Ductis ſexaginta in 1200, & producto in nonaginta diſtributo, exurgunt 800, qui numerus in tabula oſtendit 33 gradus, 41 minut. 24 ſecun. Similiter etiam ſtylus e p ad rectos angulos b a contingens, vmbram verſam proijcit in a. Iam angulus e a p oſtendit puncti h à vertice diſtantiam, quæ ex nonaginta ſubducta altitudinem eiuſdem relinquit. Neque ſilentio prætereundum eſt veteres per vmbras æquinoctiorum temporibus latitudines regionum, ſiue poli eleuationes inquiſiuiſſe. Plinius ſcribit libro ſecundo, cap. ſeptuageſimo ſecundo, item Vitruuius libro nono, vmbram æquinoctialem Romæ continere partes octo, quarum gnomon habet nouem. Ducam ergo partes octo, in 1200, & productum 9600 in nouem diuidam, & hinc exorietur 1066 ⅓. Hæ partes in tabula oſtendunt gradus 41, ſcrupul. 37, ſecund. 37, tertia 12. Vitruuius Alexandriæ vmbram part. 3, quarum gnomon habet 5, aſſignauit. Quare tribus partibus multiplicatis in 1200 & 3600, quæ excreſcunt in p 5 diuiſis, exoriuntur 720, quæ indicant angulum 30 grad, 57 ſcrupul. 50 ſecund,



PROPOSITIO LIX.

Quomodo per umbras terræ ſitus, & collatio ad cæli magnitudinem intelligatur.

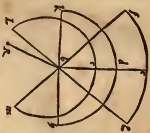
HIc etiam videre licet, quàm abſtruſis receſsibus latentem de terræ ſitu & collatione ad cælorum magnitudines veritatem vmbrarum beneficio Ptolemæus artificum princeps ratiocinatus ſit. Verba ipſius libro primo τῆς μεγάλης συντάξεως cap. quarto, Græcè ſic habent: εἴπερ μὴ ὑπ' αὐτὸν τὸν ἰσημερινὸν εἶχε τὴν θέσιν ἡ γῆ, πρὸς ἄρκτους δὲ, ἢ πρὸς μεσημβρίαν ἀπένευεν, πρὸς τὸν ἕτερον τῶν πόλων, τὸ μηκέτι μὲν δὲ πρὸς αἴσθησιν ἐν ταῖς ἰσημερίαις τὰς ἀνατολικὰς τῶν γνωμόνων σκιὰς ταῖς δυτικαῖς ἐπ' εὐθείας γίνεσθαι κατὰ τῶν παραλλήλων τῷ ὁρίζοντι ἐπιπέδων, ὅπερ ἄντικρυς πανταχῆ θεωρεῖται παρακολουθεῖν, id eſt: Niſi terra ſub ipſo æquatore conſtituta eſſet, ſed ad vrſos aut Meridiem ad alterum polorum deflecteret, iam non amplius ne ad ſenſum quidem in æquinoctialibus diebus & Orientales gnomonum vmbræ & Occidentales in eandem rectam lineam inciderent, ſuper æquidiſtantes Horizonti ſuperficies, quod manifeſtè vbiq; ſequi conſpicitur. Hoc quomodo fiat ſequenti ſchemate videamus. Sit planum Horizontis circuli c a b d, cuius à centro ad rectos angulos g a gnomon ſit infixus, cuius g vertex, c ſignum Orientis Solis, b Occidentis. Iam autem Aequinoctij tempore, dum Sol mane ex c emergit, vmbram facit gnomon in rectam lineam a b verſus Occaſum. Veſperi cũ in b demergitur, eiuſdem gnomonis vmbra in rectam a c verſus Orientem proijcitur. Teſtis hic eſt omnium temporum & locorum perpetua experientia, vtramque gnomonis vmbram, quæ tam Oriente, quàm Occidente Sole conſpicitur, in vnam eandemq; rectam lineam b a c conuenire.



Hoc fieri nulla ratione poſſet, niſi terræ centrum ἀκριβῶς intra planum Aequatoris circuli conſtitueretur, quia hæ vmbræ alias ἐπ' εὐθείας non congruerent, ſed ad angulum, ſicuti rectæ a b, a d angulum b a d in plano Horizontis conſtituunt. Videamus etiam, quomodo ſequenti capite eiuſdem libri ex vmbrarum obſeruationibus collationem terræ ad ſphæram ſtellarum fixarum inſtituerit. Nam hinc eruditè ratiocinatur terram ad immenſam cœli machinam collatam inſtar puncti apparere. Inquit enim: οὐ μὴν ἀλλὰ κἀκεῖνο παραληπτέον, τὸ τοὺς γνώμονας τοὺς ἐν ὁποιῳοῦν μέρει τῆς γῆς τιθεμένους. ἔτι δὲ τὰ τῶν κρικωτῶν σφαιρῶν κέντρα, τὸ αὐτὸ δύνασθαι κατὰ ἀλήθειαν τῷ τῆς γῆς κέντρῳ, καὶ διασώζειν τὰς διοπτεύσεις, καὶ τὰς τῶν σκιῶν περιαγωγὰς, οὕτως ὁμολόγους ταῖς ὑποθέσεσι τῶν φαινομένων, ὡς ἂν εἰ δι' αὐτοῦ τοῦ τῆς γῆς μέσου σημείου γινόμεναι ἐτύγχανον. id eſt: Nec illud prętereundum eſt, quòd gnomones, & centra armillarum ſphęricarum, in quacunque terræ parte conſtituantur, tantundem rę vera valeant, quantum in ipſo terrę centro, & conſeruent conſiderationes & vmbrarum circumductiones adeò eiuſdem rationis & apparentiarum hypotheſibus conuenientes, ac ſi in medio terræ puncto fierent. Hæc ille. Cum igitur terra ad circulum Solis altitudinis, tam exiguam rationem habeat, longè minorem ad ſphæram ſtellarum fixarum obtinebit. Ex hoc loco ſatis etiam conſtare videtur vmbrarum rationem ſaltem ijs temporibus toto terrarum orbe fuiſſe celeberrimam & vſitatiſsimam, quæ nunc eruditis vix cognita eſt. Nam olim diei partes, adeoq; horę, quas καιρικὰς nominabant, vbique gentium penes vmbrarum magnitudines, incrementa & defectus diſtinguebantur. Hanc doctrinam vocabant γνωμονικὴν, quia erectus

gnomon,

gnomon in plano, in quo circum gnomonem variæ horarum lineæ deſignatæ erant, earum diſcrimina indicabat. Poſtea ingenioſi artifices, quorum animos totius humani generis vtilitas accendebat, varia in hunc vſum inſtrumenta feliciſsimè excogitarunt: quorum alia horoſcopa vaſa, alia ſcioterica horologia dicebantur. Celebratur etiam in Sacris literis horologium Achas Regis Iuda patris Ezechiæ. Nec dubitandum eſt, quin ſapientiſsimi Aegyptiorum reges, qui primos obeliſcos Solis nomini conſecratos in Aegypto conſtituerunt, & ingentes pyramidum moles extruxerunt, his Aſtronomicis vtilitatibus maximopere inuitati fuerint, etſi poſtea, vt fieri ſolet, ſtulta & prodiga æmulatio acceſſerit. Quòd autem hæc vmbrarum doctrina & exquiſitiſsimæ earundem obſeruationes vbique gentium in vſu fuerint, etiam ſecundus huius operis liber abundè teſtatur, in quo Ptolemæus climata & parallelos omnes tum penes longiſsimorum dierum, tum penes vmbrarum interualla, quia harum rerum obſeruationes maximè obuiæ eſſent, diſtinxit. Verùm multis iam ſeculis vbiq; ferè gnomonices vſus neglectus eſt, poſtquàm præclara noſtra αὐτόματα horologia, quæ rotulis quibuſdam artificioſè conſtructis ita circumaguntur ponderibus, vt diem integrum ciuilem, ſiue νυχθήμερον in viginti quatuor horas æquales, ſiue ἰσημερινάς, quæ nunc rectius vulgares, quàm inæquales illæ καιρικαὶ dici poſſunt, diſtribuant. Nam cum veteres diuiderent omnes dies artificiales in duodecim æqualia interualla, neceſſariò factum eſt, vt hora ſolſtitialis diurna quantitatem temporis Aequinoctialis horæ ſuperaret, & hæc viciſsim brumalem horam excederet. Etſi autem valde conſentaneum videatur, antequàm fabrica horum nobilium αὐτομάτων, quibus humana vita in his tam rigentibus & nebuloſis climatis difficillime caritura eſſet, publicaretur, tamen ex Albategnij Aſtronomicis ſcriptis euidenter intelligitur, quòd ipſius tempore in Aſia horæ καιρικαὶ adhuc vulgò fuerint vſitatæ. Floruit autem Albategnius centum ferè annis, poſtquàm per Carolum Magnum imperium à Græcis ad Germanos translatum eſſet. Vt autem rudiores facilius illa, quæ ex Ptolemæo citauimus, perſpicere poſsint, ſequentem figuram intueantur. Eſto ad planum Horizontis f b g, in centro b erectus gnomon b k, cuius vertex r. Et inuentam lineam Meridianam b d e ſecet πρὸς ὀρθὰς linea Aequinoctialis k b h in quam Aequinoctij tempore conueniunt vmbræ Orientales & Occidentales. Similiter ex eadem recta linea conſpiciuntur Solſtitialis exortus & brumalis Occaſus, tum etiam brumalis ortus & Solſtitialis Occaſus. Vt ſi fuerit exortus Solſtitialis in recta l b, erit in b g ἐπ' εὐθείας brumalis Occaſus, & ſi brumalis exortus in b f recta, erit Solſtitialis Occaſus in b m recta.



Deſcripſerit autem vertex gnomonis in æſtiuo Solſtitio lineam quandam l c m, & in vtroque Aequinoctio k b h, in bruma verò f e g, in ſignis c d e per Meridianam lineam procedentes. Similes ſunt igitur quolibet die harum linearum partes ante Meridiem verſus Occaſum, partibus poſt Meridiem in ortum tendentibus, vt pars l e ſimilis eſt c m, item partes k d & f e, partibus d h & e g, imò etiam ſingularum horarum à Meridiana linea æqualiter diſtantium interceptæ partes eodem die inter ſe & ſimiles & æquales exiſtunt. Poſtremò ſimiliter anguli antemeridiani æquales angulis

poſtmeridianis, vt exempli gratia, angulus f b e angulo e b g. Hæc ita regulariter apparere nullo modo poſſent, ſi terra extra vniuerſi centrum collocata eſſet, nec puncti rationem obtineret. Nam aliâs gnomonum vmbrę poli altitudines non diſtinguerent. Hęc eruditè explicat Eraſmus Rhemmoldus in Commentarijs Ptolemæi.

PROPOSITIO LX.

Concluſio de Vmbris, cui annectitur tabula Gnomonica.

HAec breuiter de vmbrarum rationibus perſtringere viſum fuit, vt ſtudioſi mediocriter ſaltem huius doctrinæ vtilitatem deguſtarent. Plura quidem ab artificibus de his ſcripta extant: ne tamen hîc omnia cumulare videar, aliorum ingenio quædam expendenda relinquam. Sequitur nunc, vt tabulam Georgij Peurbachij, cuius paulò antè ſtructuram explicauimus, non ſolùm propter dimenſiones vmbrarum, ſed etiam facillimam angulorum, quos difficiliori labore ex ſinuum tabulis ſupputamus, inuentionem, quæ in menſuris Geometricis non pœnitendum vſum aufert, ſubnectamus.

TABVLA

TABVLA GNOMONICA.

	0			100			200			300			400			500		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
0	0	0	0	4	45	49	9	27	44	14	2	10	18	26	7	22	37	12
1	0	2	52	4	48	40	9	30	32	14	4	52	18	28	42	22	39	38
2	0	5	44	4	51	30	9	33	19	14	7	34	18	31	17	22	42	4
3	0	8	36	4	54	21	9	36	6	14	10	16	18	33	51	22	44	30
4	0	11	28	5	57	12	9	38	53	14	12	58	18	36	25	22	46	56
5	0	14	20	5	0	2	9	41	40	14	15	39	18	38	59	22	49	22
6	0	17	12	5	2	53	9	44	27	14	18	20	18	41	33	22	51	47
7	0	20	3	5	5	44	9	47	14	14	21	1	18	44	7	22	54	13
8	0	22	55	5	8	34	9	50	0	14	23	42	18	46	41	22	56	39
9	0	25	47	5	11	24	9	52	47	14	26	23	18	49	15	22	59	4
10	0	28	39	5	14	15	9	55	34	14	29	4	18	51	49	23	1	30
11	0	31	31	5	17	5	9	58	21	14	31	45	18	54	23	23	3	56
12	0	34	23	5	19	55	10	1	7	14	34	26	18	56	57	23	6	21
13	0	37	15	5	22	46	10	3	54	14	37	7	18	59	31	23	8	47
14	0	40	7	5	25	36	10	6	41	14	39	48	19	2	5	23	11	12
15	0	42	59	5	28	26	10	9	28	14	42	29	19	4	39	23	13	38
16	0	45	50	5	31	17	10	12	14	14	45	10	19	7	12	23	16	4
17	0	48	42	5	34	7	10	15	0	14	47	51	19	9	45	23	18	29
18	0	51	34	5	36	57	10	17	47	14	50	32	19	12	18	23	20	53
19	0	54	26	5	39	48	10	20	33	14	53	13	19	14	51	23	23	18
20	0	57	18	5	42	38	10	23	19	14	55	54	19	17	24	23	25	42
21	1	0	10	5	45	28	10	26	5	14	58	34	19	19	57	23	28	7
22	1	3	1	5	48	18	10	28	52	15	1	14	19	22	30	23	30	32
23	1	5	53	5	51	8	10	31	38	15	3	54	19	25	3	23	32	56
24	1	8	45	5	53	58	10	34	24	15	6	34	19	27	36	23	35	20
25	1	11	37	5	56	48	10	37	10	15	9	14	19	30	9	23	37	45
26	1	14	29	5	59	38	10	39	57	15	11	54	19	32	42	23	40	9

TABVLA GNOMONICA.

	0			100			200			300			400			500		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
27	1	17	20	6	2	28	10	42	43	15	14	34	19	35	15	23	42	34
28	1	20	12	6	5	18	10	45	29	15	17	14	19	37	48	23	44	58
29	1	23	4	6	8	8	10	48	15	15	19	54	19	40	20	23	47	22
30	1	25	56	6	10	58	10	51	1	15	22	34	19	42	52	23	49	45
31	1	28	47	6	13	48	10	53	47	15	25	14	19	45	24	23	52	9
32	1	31	39	6	16	38	10	56	33	15	27	54	19	47	56	23	54	32
33	1	34	31	6	19	28	10	59	19	15	30	34	19	50	28	23	56	56
34	1	37	23	6	22	17	11	2	5	15	33	14	19	53	0	23	59	19
35	1	40	14	6	25	7	11	4	50	15	35	53	19	55	32	24	1	43
36	1	43	6	6	27	57	11	7	36	15	38	32	19	58	4	24	4	6
37	1	45	58	6	30	46	11	10	21	15	41	11	20	0	36	24	6	30
38	1	48	49	6	33	36	11	13	6	15	43	50	20	3	8	24	8	53
39	1	51	41	6	36	26	11	15	51	15	46	29	20	5	40	24	11	17
40	1	54	34	6	39	15	11	18	36	15	49	8	20	8	12	24	13	40
41	1	57	25	6	42	5	11	21	21	15	51	47	20	10	43	24	16	1
42	2	0	17	6	44	55	11	24	6	15	54	26	20	13	14	24	18	25
43	2	3	9	6	47	44	11	26	51	15	57	5	20	15	45	24	20	47
44	2	6	0	6	50	34	11	29	36	15	59	44	20	18	16	24	23	10
45	2	8	51	6	53	24	11	32	21	16	2	23	20	20	47	24	25	32
46	2	11	43	6	56	13	11	35	6	16	5	0	20	23	18	24	27	55
47	2	14	34	6	59	2	11	37	51	16	7	41	20	25	49	24	30	17
48	2	17	26	7	1	52	11	40	36	16	10	20	20	28	20	24	32	39
49	2	20	18	7	4	41	11	43	21	16	12	59	20	30	51	24	35	2
50	2	23	9	7	7	30	11	46	6	16	15	37	20	33	22	24	37	24

TABVLA

TABVLA GNOMONICA.

	0			100			200			300			400			500		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
51	2	26	1	7	10	19	11	48	51	16	18	15	20	35	53	24	39	47
52	2	28	52	7	13	9	11	51	35	16	20	53	20	38	24	24	42	9
53	2	31	44	7	15	58	11	54	20	16	23	31	20	40	54	24	44	30
54	2	34	36	7	18	47	11	57	5	16	26	9	20	43	24	24	46	52
55	2	37	27	7	21	36	11	59	50	16	28	47	20	45	54	24	49	13
56	2	40	19	7	24	25	12	2	35	16	31	25	20	48	24	24	51	34
57	2	43	10	7	27	14	12	5	19	16	34	3	20	50	54	24	53	56
58	2	46	2	7	30	3	12	8	3	16	36	41	20	53	24	24	56	17
59	2	48	53	7	32	52	12	10	17	16	39	19	20	55	54	24	58	38
60	2	51	45	7	35	41	12	13	31	16	41	57	20	58	24	25	1	0
61	2	54	36	7	38	30	12	16	15	16	44	35	21	0	54	25	3	21
62	2	57	28	7	41	18	12	18	59	16	47	13	21	3	24	25	5	22
63	3	0	19	7	44	7	12	21	43	16	49	51	21	5	54	25	8	4
64	3	3	10	7	46	58	12	24	27	16	52	28	21	8	24	25	10	25
65	3	6	2	7	49	45	12	27	11	16	55	5	21	10	54	25	12	45
66	3	8	53	7	52	34	12	29	55	16	57	42	21	13	23	25	15	6
67	3	11	44	7	55	23	12	32	39	17	0	19	21	15	52	25	17	26
68	3	14	36	7	58	11	12	35	23	17	2	56	21	18	21	25	19	46
69	3	17	27	8	1	0	12	38	7	17	5	33	21	20	50	25	22	6
70	3	20	18	8	3	48	12	40	51	17	8	10	21	23	19	25	24	27
71	3	23	10	8	6	36	12	43	35	17	10	47	21	25	48	25	26	47
72	3	26	1	8	9	25	12	46	18	17	13	24	21	28	17	25	29	7
73	3	28	52	8	12	13	12	49	1	17	16	1	21	30	46	25	31	27
74	3	31	43	8	15	1	12	51	44	17	18	38	21	33	15	25	33	48

TABVLA GNOMONICA.

	0			100			200			300			400			500		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
75	3	34	35	8	17	50	12	54	27	17	21	15	21	35	44	25	36	8
76	3	37	26	8	20	38	12	57	10	17	23	52	21	38	13	25	38	28
77	3	40	17	8	23	26	12	59	53	17	26	29	21	40	41	25	40	47
78	3	43	8	8	26	14	13	2	36	17	29	5	21	43	9	25	43	6
79	3	45	59	8	29	2	13	5	19	17	31	41	21	45	37	25	45	25
80	3	48	50	8	31	50	13	8	2	17	34	17	21	48	5	25	47	4
81	3	51	42	8	34	38	13	10	45	17	36	53	21	50	33	25	50	3
82	3	54	33	8	37	26	13	13	28	17	39	29	21	53	1	25	52	23
83	3	57	24	8	40	14	13	16	11	17	42	5	21	55	29	25	54	43
84	3	0	15	8	43	2	13	18	54	17	44	41	21	57	57	25	57	1
85	3	3	6	8	45	50	13	21	37	17	47	17	22	0	25	25	59	20
86	3	5	51	8	48	38	13	24	20	17	49	53	22	2	53	26	1	39
87	4	8	48	8	51	25	13	27	2	17	52	29	22	5	21	26	3	58
88	4	11	39	8	54	13	13	29	44	17	55	5	22	7	49	26	6	17
89	4	14	30	8	57	1	13	32	27	17	57	41	22	10	16	26	8	35
90	4	17	21	8	59	49	13	35	9	18	0	17	22	12	43	26	10	53
91	4	20	11	9	2	37	13	37	52	18	2	52	22	15	10	26	13	12
92	4	23	2	9	5	24	13	40	34	18	5	27	22	17	37	26	15	30
93	4	25	53	9	8	12	13	43	16	18	8	2	22	20	4	26	17	48
94	4	28	44	9	10	59	13	45	58	18	10	37	22	22	31	26	20	6
95	4	31	35	9	13	47	13	48	40	18	13	12	22	24	58	26	22	24
96	4	34	26	9	16	34	13	51	22	18	15	47	22	27	25	26	24	42
97	4	37	17	9	19	22	13	54	4	18	18	22	22	29	52	26	27	1
98	4	40	8	9	22	9	13	56	46	18	20	57	22	32	19	26	29	19
99	4	42	58	9	24	57	13	59	28	18	23	32	22	34	46	26	31	37
100	4	45	49	9	27	44	14	2	10	18	26	7	22	37	12	26	33	55

TABVLA

TABVLA GNOMONICA.

	600			700			800			900			1000			1100		
	G	M	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
0	26	33	55	30	15	22	33	41	24	36	52	12	39	48	21	42	30	39
1	26	36	12	30	17	30	33	43	23	36	54	2	39	50	2	42	32	12
2	26	38	29	30	19	38	33	45	22	36	55	52	39	51	43	42	33	45
3	26	40	46	30	21	46	33	47	21	36	57	42	39	53	24	42	35	18
4	26	43	3	30	23	54	33	49	20	36	59	32	39	55	5	42	36	51
5	26	45	20	30	26	2	33	51	18	37	1	22	39	56	46	42	38	24
6	26	47	36	30	38	10	33	53	16	37	3	12	39	58	27	42	39	57
7	26	49	54	30	30	18	33	55	14	37	5	1	40	0	8	42	41	33
8	26	52	11	30	32	26	33	57	12	37	6	50	41	1	49	42	43	3
9	26	54	27	30	34	33	33	59	10	37	8	39	40	3	30	42	44	36
10	26	56	44	30	36	40	34	1	8	37	10	28	40	5	11	42	46	9
11	26	59	1	30	38	47	34	3	6	37	12	17	40	6	52	42	47	42
12	27	1	18	30	40	54	34	5	4	37	14	6	40	8	32	42	49	15
13	27	3	34	30	43	1	34	7	2	37	15	55	40	10	12	42	50	47
14	27	5	50	30	45	8	34	9	8	37	17	44	40	10	52	42	52	10
15	27	8	6	30	47	51	34	10	58	37	19	33	40	13	32	42	53	51
16	27	10	22	30	49	22	34	12	56	37	21	22	40	15	12	42	55	23
17	27	12	38	30	51	29	34	14	54	37	23	10	40	16	52	42	56	55
18	27	14	54	30	53	36	34	16	51	37	24	58	40	18	32	42	58	37
19	27	17	10	30	55	43	34	18	48	37	26	46	40	20	12	42	59	59
20	27	19	26	30	57	50	34	20	45	37	28	34	40	21	52	43	1	31
21	27	21	42	30	59	55	34	22	42	37	30	22	40	23	32	43	3	3
22	27	23	58	31	2	2	34	24	39	37	32	10	40	25	12	43	4	35
23	27	26	13	31	4	8	34	26	36	37	33	58	40	26	52	43	6	7
24	27	28	28	31	6	14	34	28	33	37	35	46	40	28	31	43	7	39
25	27	30	43	31	8	20	34	30	30	37	37	34	40	30	10	43	9	10
26	27	32	58	31	10	26	34	32	27	37	39	22	40	31	49	43	10	41

TABVLA GNOMONICA.

	600			700			800			900			1000			1100		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
27	27	35	13	31	12	32	34	34	24	37	41	10	40	33	28	43	12	12
28	27	37	28	31	14	38	34	36	21	37	42	58	40	35	7	43	13	43
29	27	39	43	31	16	44	34	38	17	37	44	46	40	36	46	43	15	14
30	27	41	58	31	18	49	34	40	18	37	40	53	40	38	25	43	16	45
31	27	44	13	31	20	54	34	42	9	37	48	20	40	40	4	43	18	16
32	27	46	28	31	22	59	34	44	5	37	50	7	40	41	43	43	19	47
33	27	48	43	31	25	4	34	46	1	37	51	54	40	43	22	43	21	18
34	27	50	57	31	27	9	34	47	57	37	53	41	40	45	1	43	22	49
35	27	53	11	31	29	14	34	49	53	37	55	28	40	46	40	43	24	20
36	27	55	25	31	31	19	34	51	49	37	57	15	40	48	19	43	25	51
37	27	57	39	31	33	24	34	53	45	37	59	2	40	49	59	43	27	22
38	27	59	53	31	35	29	34	55	41	38	0	49	40	51	36	43	28	53
39	28	2	7	31	37	34	34	57	36	38	2	36	40	53	14	43	30	23
40	28	4	11	31	39	39	34	59	31	38	4	25	40	54	52	43	31	53
41	28	6	35	31	41	44	35	1	26	38	6	10	40	56	30	43	33	23
42	28	8	49	31	43	48	35	3	21	38	7	56	40	58	8	43	34	53
43	28	11	3	31	45	52	35	5	16	38	9	42	40	59	46	43	36	23
44	28	1	16	31	47	56	35	7	11	38	11	28	41	1	24	43	37	53
45	28	15	29	31	50	0	35	9	6	38	13	14	41	3	2	43	39	23
46	28	17	42	31	52	4	35	11	1	38	15	0	41	4	40	43	40	53
47	28	19	55	31	54	8	35	12	56	38	16	46	41	6	18	43	42	23
48	28	22	8	31	56	12	35	14	51	38	18	32	41	7	56	43	43	53
49	28	24	21	31	58	16	35	16	46	38	20	18	41	9	33	43	45	23
50	28	26	34	32	0	20	35	18	41	38	22	4	41	11	10	43	46	53

TABVLA

TABVLA GNOMONICA.

	600			700			800			900			1000			1100		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
51	28	28	47	32	2	24	35	20	35	38	23	50	41	12	47	43	48	22
52	28	31	0	32	4	27	35	22	29	38	25	35	41	14	24	43	49	51
53	28	33	13	32	6	30	35	24	23	38	27	20	41	16	1	43	51	20
54	28	35	26	32	8	33	35	26	17	38	29	5	41	17	38	43	52	49
55	28	37	39	32	10	36	35	28	11	38	30	50	41	19	15	43	54	18
56	28	39	51	32	12	39	35	30	5	38	32	38	41	20	52	43	55	47
57	28	42	3	32	14	42	35	31	59	38	34	20	41	22	29	43	57	16
58	28	44	15	32	16	45	35	33	53	38	36	5	41	24	6	43	58	45
59	28	46	27	32	18	48	35	35	47	38	37	50	41	25	43	44	0	14
60	28	48	39	32	20	51	35	37	41	38	39	35	41	27	20	44	1	43
61	28	50	51	32	22	54	35	39	35	38	41	20	41	28	57	44	3	12
62	28	53	3	32	24	57	35	41	28	38	43	5	41	30	33	44	4	41
63	28	55	15	32	26	59	35	43	21	38	44	50	41	32	9	44	6	10
64	28	57	27	32	29	1	35	45	14	38	46	35	41	33	45	44	7	39
65	28	59	39	32	31	3	35	47	7	38	48	19	41	35	21	44	9	8
66	29	1	50	32	33	5	35	49	0	38	50	3	41	36	57	44	10	36
67	29	4	1	32	35	7	35	50	53	38	51	47	41	38	33	44	12	4
68	29	6	12	32	37	9	35	52	46	38	53	31	41	40	9	44	13	32
69	29	8	23	32	39	11	35	54	39	38	55	15	41	41	45	44	15	0
70	29	10	34	32	41	13	35	56	32	38	56	59	41	43	21	44	16	28
71	29	12	45	32	43	15	35	58	26	38	58	43	41	44	57	44	17	56
72	29	14	56	32	45	17	36	0	18	39	0	27	41	46	33	44	19	24
73	29	17	7	32	47	18	36	2	10	39	2	11	41	48	9	44	20	52
74	29	19	18	32	49	19	36	4	2	39	3	55	41	49	44	44	22	20
75	29	21	29	32	51	20	36	5	54	39	5	39	41	51	19	44	23	48
76	29	23	40	32	53	21	36	7	46	39	7	23	41	52	54	44	25	16
77	29	25	50	32	55	22	36	9	38	39	9	6	41	54	29	44	26	44

TABVLA GNOMONICA.

	600			700			800			900			1000			1100		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M	S.
78	29	28	0	32	57	23	36	11	30	39	10	49	41	56	4	44	28	12
79	29	30	10	32	59	24	36	13	22	39	12	32	41	57	39	44	29	40
80	29	32	20	33	1	25	36	15	14	39	14	15	41	59	14	44	31	7
81	29	34	30	33	3	26	36	17	6	39	15	58	42	0	49	44	32	34
82	29	36	40	33	5	27	36	18	58	39	17	41	42	2	24	44	34	1
83	29	38	50	33	7	28	36	20	50	39	19	24	42	3	50	44	35	28
84	29	41	0	33	9	29	36	22	42	39	21	7	42	5	34	44	36	55
85	29	43	10	33	11	29	36	24	33	39	22	50	42	7	9	44	38	22
86	29	45	19	33	13	29	36	26	24	39	24	33	42	8	44	44	39	49
87	29	47	28	33	15	29	36	28	15	39	26	16	42	10	18	44	41	16
88	29	49	37	33	17	29	36	30	6	39	27	59	42	11	52	44	42	43
89	29	51	46	33	19	29	36	31	57	39	29	41	42	13	26	44	44	10
90	29	53	55	33	21	29	36	33	48	39	31	23	42	15	0	44	45	37
91	29	56	4	33	23	29	36	35	39	39	33	5	42	16	34	44	47	4
92	29	58	13	33	25	29	36	37	30	39	34	47	42	18	8	44	48	31
93	30	0	22	33	27	29	36	39	21	39	36	29	42	19	42	44	49	58
94	30	2	31	33	29	29	36	41	12	39	38	11	42	21	16	44	51	32
95	30	4	40	33	31	29	36	43	2	39	39	53	42	22	50	44	52	50
96	30	6	49	33	33	28	36	44	52	39	41	35	42	24	24	44	54	16
97	30	8	58	33	35	27	36	46	42	39	43	17	42	25	58	44	55	42
98	30	11	6	33	37	26	36	48	32	39	44	59	42	27	32	44	57	8
99	30	13	14	33	39	25	36	50	22	39	46	41	42	29	6	44	58	34
100	30	15	22	33	41	24	36	52	12	39	48	21	42	30	39	45	0	0

PROP

PROPOSITIO LXI.

De fundamento Sciotericorum inſtrumentorum.

HIs de vmbrarum rationibus ſic explicatis, nihil hîc præter inſtitutum facturi videbimur, ſi non minus breuem quàm vtilem & iudicandam de artificio conſtruendi ſcioterica inſtrumenta ex veris fontibus petitam tractationem inſtituamus: vt multiplicem & certè admiratione dignum vmbrarũ vſum ſtudioſa iuuentus altius & penitius introſpiciat. Explicabimus enim generale fundamentum omnium inſtrumẽtorum, quæ vmbris ſuis certas noctis & diei horas oſtendunt. In primis igitur ſcire licet in ſphæra cæleſti duo circulorum genera ab artificibus eſſe conſtituta, quorum alterum maiorum ſcilicet totam ſphæram exactè in ſemiſſes diſtribuit, alterum minorũ ſemper eandem in portiones inæquales diuidit. Sunt autem minores omnes, qui extra Aequinoctialem ad partem Septentrionis aut Meridiei conſtituti, & eidem æquidiſtantes, ſuper mundi polis tanquam centris primi motus raptu æquabiliter circumuoluuntur. Ex his ſunt duo tropici Cancri & Capricorni circuli, circulus arcticus, & omnes illi quos ſtellæ fixæ & Sol diurni temporis motu ab Oriente in Occidentem circumuolutæ deſcribunt: & ſi motus Solis ſi ſcrupuloſius rem ipſam examinemus, ſpiralem lineam tum à puncto Capricorni ad interſectionẽ vernam Eclipticæ & Aequatoris, tum ab eadem ad tropicam partem Cancri, & hinc digrediens aliam iterum deſignet. Nihil tamen obſtiterit, quominus craſſiore Minerua dicamus Solem tot circulos Aequatori parallelos, quot inter vtrumq; punctum tropicum & Aequinoctialem dies ſunt intermedij, deſignaſſe. Sed cum horum conſideratio non vſq; adeò ad inſtitutum noſtrum conducere videatur, ad tractationem alterius generis accedamus. Inter maiores circulos, vt nullus dignitate motus eſt præſtantior, quàm Aequinoctialis, quem Ptolemęus ἰσημερινὸν appellat, ita ad certas temporum differentias vbiq; locorum diſtinguendas alius accommodatior eo inueniri non poteſt. Eſt autem idem circulus, vt alibi diximus, quem ſol, quoties alterutrũ Aequinoctij punctum occupat, æquabili reuolutione primi motus ab Oriente in Occidentem deſignat, diſtributus ab artificibus in partes 360 æquales, quarum vnaquæq; iterum in 60 ſcrup. ſecta eſt. Vnde conſequitur, vt ſingulæ 15 partiũ huius circuli vbiq; terrarum in aſcendendo 24 eius temporis partem ſortiantur, in quo tota cæleſtis machina ad idem punctum, à quo digreſſa erat, reuoluitur. Atq; hinc fit, vt omnibus terrarum ſitibus ad diſtinctiones temporum exquiſitiſsimè ſolus hic circulus conueniat. Hunc Aequatorem & omnes eidem parallelos, 12 eiuſdem generis circuli per vtrumq; mundi polum traducti, ad rectos angulos in 24 æqualia ſegmenta partiuntur, ita vt ſinguli 15 partibus maximè inter ſe diſtent. Porrò hinc conſequi videmus, vt hi 12 circuli, quos Horarios appellamus quoſcunq; alios Aequatori non æquidiſtantes, nempe Horizontem, & eum, qui per verticem loci ductus ad rectos angulos Finitorem ſecat, in portiones omnino inæquales diſtribuat. Nam ex his illæ partes, quæ polis propinquiores ſunt, contractiores inueniuntur, quæ verò Aequatori viciniores exiſtunt, remotiora & diſtinctiora ſortiuntur interualla. Atq; ita neceſſarium eſt, vt in planis ſuperficiebus, quæ Horizonte aut verticali circulo ęquidiſtant, deſignationes æqualium temporum inæquales diſtantias comprehendant. Sed quo rem ipſam, quæ ſine inſtrumentorum inſpectione ſatis obſcura videtur, faciliùs aſſequaris, fingas te ſub Aequatore in rectæ ſphæræ ſitu conſiſtere, vbi vterq; mundi polus exactè ipſum occupat Horizontem, & circulus verticalis in eodem cum Aequinoctiali plano conſpicitur. Atq; hic imagineris ſemicirculum Meridianum deſignare horã 12 exactè, & ſemicirculum Ho-

rizontis inter Meridianum,& Orientem interceptum indicem eſſe horę 6 matutinæ,& alterum ſemicirculum inter Meridianum & Occidentem cõcluſum horæ 6 veſpertinæ.Iterum fingas circulum per mundi polos ductum,cuius ſemiſsis inter Orientem & Meridiem ad 15 partes ſupra Finitorem eleuatur, qui indicabit horam 7 matutinã. ab hoc ſurſum imaginatione verſus Meridianũ conſcendas, & quatuor alios circulos per eoſdem polos procedentes æqualibus interuallis,nimirum 15 graduum inter ſe diſtantes, effingas. Ex his proximus erit horæ 8 matutinę,ſecundus 9,tertius 10,quartus 11 index,& hinc proximè circulum Meridianum attinges: eodem modo circulos 5 à Meridiano verſus Occidentem deſcendentes excogitabis. His ita conſtitutis, ſi obſeruaueris totam ſolis reuolutionem,quæ abſoluetur à ſemicirculo Orientali, nimirum horæ ſextæ per omnes intermedios vſq; ad ſemicirculum Horizontis Occidentalem:manifeſtè videbis,quomodo ſecundus ſemicirculus ab Orientali, cum in eo Sol fuerit,vmbram longiſsimè extendat in Occidentem,tertius minus,quartus adhuc propinquius, & ſic deinceps vſq; ad ſemicirculum Meridianum,in quo Sol conſtitutus,ad perpendiculum in terræ ſuperficiem proijcit vmbram. Nec diſsimilis eſt ratio pomeridiani temporis:Nam omnes ſemicirculorum vmbræ eodem modo in Oriẽtem extenduntur, & primò quidem vmbrarum diſtantiæ minores, deinde paulatim maiores fieri conſpiciuntur. Cum autem hi circuli ſola imaginatione conſtent,ipſorum loco axis cõſtituitur,qui extenſus in vtrunq; mundi polum cum prædictis circulis excurrit, & eaſdem vice illorum vmbras efficit, quia cum ſingulis eorum planam ſuperficiem conſtituit. His rectè intellectis, conſtituamus 12 ſemicirculos horarios, vnà cum altero polorum ſupra Horizontem eleuari,ita vt ſemicirculus horę 6 ab altero ſemicirculo Horizontis diſiungatur,id quod vbiq; locorum euenire neceſſarium eſt,vbi polus ſupra Finitorem attollitur,& tantùm Aequatoris ſuperficies etiam à vertice deflectit, & quadrans alter horæ matutinæ vnà cum polo eleuatur,alter cum antarctico infra Horizontem deprimitur, ac tres ſemicirculi in Oriente ſeſe interſecant,nimirum circulus Aequinoctialis, Horizon,& ſemicirculus horæ ſextæ matutinæ. Quicunq; hęc aſſequi poteſt, facillimè etiam intelliget,cur ęſtatis tempore,quando Sol ab Aequatore in Septentrionem digreditur,citius ipſe attingat Horizontem, quàm ſemicirculi horæ ſextæ quadrantem,& è conuerſo hyemis tempore,cum in Auſtrum deflectit, cur prius quartam circuli horæ ſextæ, quàm Orientalem Horizontis partem occupet:vnde dierum artificialium quantitates hîc diminui,illic incremẽta ſumere videmus. Vt autem induſtrius lector aliquanto faciliùs hæc percipiat,ſequentem figuram adiecimus. Ducatur ex l cẽtro meridianus k c e g,ſit Aequator d l h,obliquus Horizon k l e,polus arcticus ſupra Horizontem eleuatus b,antarcticus f, circulus verticalis c l g, in Horizõtis l puncto cum Aequatore, & horario circulo b l f cõcurrens. reliqua ex figura quilibet per ſe facilè intelliget. Noueris etiã ſub Aequatore lineas horarias omnes eſſe parallelas, cũ axis mundi terræ ſuperficiei ſit parallelus, ſed extra ſitum Aequatoris, vbi axis in Septentrionem eleuatur,lineæ horariæ ſenſim diſiunguntur,& vbi ſtylus ſub Aequatore, hoc eſt,in linea horæ ſextæ infigitur terræ, concurrunt verſus Auſtrum. Præterea ſcire licet ſub tribus hiſce circulis, nimirum Horizonte, Aequinoctiali & eo, qui per verticem tranſit, fingi quaſdam planas ſuperficies ab ipſis circulis exquiſitè comprehenſas & circundatas, quæ non ſecus à 12 horarijs circulis in 12 partes



partes diuiduntur, quàm circumferentiæ, quibus circumſcribuntur. Nam plana ſuperficies ab Aequinoctiali comprehenſa vnà cum extrema circumferentia ſimiles & æquales ſortitur diſtributiones. Eodem modo cum circumferentia Horizontis in ſegmenta inter ſe valde inæqualia ſecetur, etiam plana ſuperficies, quam includit, inęquales diuiſiones ſuſcipit. Idem etiam de plana ſuperficie, quæ ad rectos angulos in Horizonte erecta, Septentrioni vel Auſtro recta opponitur, intelligendum, cum eaſdem ſectiones habeat, quas circulus verticalis, qui in exortu & occaſu Aequatoris πρὸς ὀρθὰς Horizontem ſecat. Hinc manifeſtum eſt, Sciotericon inſtrumentum exquiſitè ad eleuationem Aequinoctialis erectum, hoc eſt cuius plana ſuperficies tantum ab Auſtrina parte attollitur, quantum Aequinoctialis ſupra Horizontem, pro ſingulis horarum diſtinctionibus deſignationes æqualibus diſtantes interuallis habere. Etenim huiuſcemodi circulus in inſtrumento, ſi modò ad exquiſitam altitudinem fuerit eleuatus, & Meridianę lineæ concinnè accommodatus, in plana Aequinoctialis ſuperficie decumbit. Et hîc licet animaduertere, vt imagineris polum eſſe in vertice, & Aequinoctialem circulum eſſe eundem cum Horizonte, ita vt quemadmodum Aequator ab horarijs circulis diuiditur in 24 partes æquales, hîc circulus Horizontis in eaſdem diſtribuatur, & in hoc ſitu 24 horariorū circulorum quadrantes ſupra terram eminēt, ex ſigno quidem verticis omnes vt centro procedentes, & in 24 ſectiones horarias Aequatoris deſinentes. Nam axis mundi perpendiculariter ex centro Horizontis & Aequinoctialis egrediens in ſignum verticis, ſiue poli excurrit: vnde neceſſe eſt ibi diſtinctiones horarum in ſuperficie terræ, cum lineæ horarię ducantur ſecundum diuiſiones Aequatoris, idem cum Horizonte planum occupantis, inter ſe omnino æquales eſſe. At Sciotericon Horizontis obliqui, cuius axis non πρὸς ὀρθὰς in eius ſuperficie erigitur, nec eidem ęquidiſtat, quodq́ nulla ſui parte ad Horizontem inclinatur, ſed exquiſitè in eiuſdem ſuperficie conquieſcit, aut eidem æquidiſtat, inęquales vnà cum ipſo Horizontis circulo diſtributiones horarum ſuſcipit. Neceſſarium eſt enim, vt horarum declinationes ad Aquilonem & Auſtrum ſtrictiora habeāt interualla, quàm ad Orientem vel Occidentem, idq́ in omnibus climatibus, vbi ad rectos angulos Horizontem non interſecat Aequator, nec vterq; horum in eadem plana ſuperficie cōſiſtit, vt ſub ipſis polis nunc fieri diximus. Vbi verò dicti circuli ſeſe πρὸς ὀρθὰς interſecant, ibi hora ſexta in ipſius terrę ſuperficie maximum occupat ſpaciū, & horarum diſcrimina continuis decrementis vſq; ad Meridianum minora fiunt. Extra Aequatorem verò horarum diſcrimiua paulatim fiunt contractiora, & lineę ad communem punctum, ex quo axis educitur, cōcurrunt, interuallum tamē vtriuſq; horę, quę ſextam prędcedit, & cōſequitur reliquis interuallis vmbrarum metas ad reliquas horas cōcludentibus longè maius exiſtit. Inſuper Sciotericon perpendiculare, quod exquiſitè ortum & occaſum Aequatoris ſpectat, eadem ſortitur temporum diſcrimina, quæ circulus verticalis, nimirum vt ſuperiùs & inferiùs longè ſint anguſtiora, quàm ex aduerſo Orientis & Occidentis: & quantò circulus hic remotius ab Aequatore in Septentrionem deflectit, tantò ſunt horarum interſtitia, quę Meridiei propinquiores ſunt, arctiora, cum è conuerſo diſcrimina horarum matutinarum & veſpertinarum maxima ſumant incrementa, adeò vt ſub eleuatione poli 70 partium deſignationes horarum quintę & ſextę duplò ferè aut triplò maius interuallum comprehendāt, quàm eędem in Aequatore intercipiant. Id quod non aliunde contingit, quàm quòd circulus verticalis ab Aequatoris plana ſuperficie longiùs declinat, vt neceſſe ſit Quadrantes horarios ex parte Meridiei in verticali circulo minora ſegmenta, quàm in Aequatore concludere. Sed in mutuis interſectionibus Aequatoris

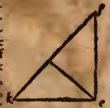
& verticalis circuli,quę in ea Horizontis parte fiunt,vbi linea horę ſextę notatur,horarum intercapedines non magno diſcrimine differunt, niſi ſtatim poſt lineam horæ ſeptimæ,vbi vtriuſq; ſuperficies longius diſiunguntur, ac horarũ diſtantiæ in verticali circulo ſignatæ paulatim contrahuntur, & minores ijs fiunt,quæ è regione in Aequatore ſignantur. Vulgares inſtrumentorum conſtructores & opifices hæc fundamenta prorſus ignorant,nec fontes huius doctrinæ ex Aſtronomia inquirunt, tantùm ex præſcriptis regulis & præceptis dependentes,ſed propter induſtrios lectores hæc præmiſimus, quibus bene intellectis,non erit difficile infinitas varietates, quæ in Scioterícis inſtrumentis excogitari poſſunt, ex veris principijs & demonſtrationibus extruere. In ſumma totum Scioterícorum fundamentum conſiſtit præcipuè in ratione inæqualium ſectionum verticalis & Horizontis circuli, quas efficiunt 12 æqualium horarum circuli,qui Aequinoctialem in ſuperiori hemiſphærio in 12 æquales portiones diuidunt. Quare ſub Aequinoctiali circulo, vbi ſuperficies verticalis & Aequatoris in eodem plano conſiſtunt,vmbrarum lineæ æqualia tempora deſignantes,æqualibus etiam ſpacijs dirimuntur, cum è contra in horarijs Horizonti æquidiſtantibus,in quibus vtriuſq; horæ ſextę ſemicirculi cũ ipſo coincidunt Horizonte,maximæ ſint interuallorum differentiæ. Nam ibi axis,qui horas oſtendit πρὸς ὀρθὰς planę ſuperficiei Meridiem exquiſitè reſpicienti infigitur,& quę per centrum circuli procedit linea, terrę plano parallela,vtramq; horam ſextam nimirum matutinam & veſpertinam deſignat.Quæ verò hanc ad rectos angulos ſecat,ad perpendiculum in terram tendens,horę 12 vicem gerit:reliqua deinceps æqualium temporum ſpacia, quę ſunt inter 6 & 12 exactè ſunt inter ſe æqualia. Memineris hîc interim in ſuperficie ad Auſtrum erecta nullas vmbras,quę horarum diſcrimina patefacere poſsint,notari,quamdiu Sol ab Aequatore in Septentrionem declinat, nec viciſsim in Septentrionali ſuperficie,dum Sol in Auſtrina parte commoratur, aliquas diſtingui poſſe.Non aliter iudicabis de ſuperficiebus in noſtris regionibus, & omnibus alijs extra ſphærę rectę ſitum conſtitutis,ad eleuationem Aequatoris erectis.Contrarium eius quod anteà diximus,ſub vtroq; polo euenire neceſſarium eſt,vbi Horizon ab Aequatore non differt,ſed vterq; vnum & idem planum concludit,& verticalis ab Aequatore remotiſsimè diſtat,ita vt Horizontem & omnes eidem ęquidiſtantes ſuperficies horarij circuli in 24 æqualia ſegmenta partiantur,verticalem verò in maximè inæqualia. Hinc non erit difficile cuiuis ęſtimare & ratiocinari, quomodo in omni Horizonte, tam recto quàm obliquo ęqualium horarum lineę mutuas interſectiones cum 12 horarijs circulis contingant,ſiue 24 ſemicirculis,qui Aequatoris ſuperficiem in totidem æquales partes diſtribuũt.In ſuperficiebus terrę ad perpendiculum inſiſtentibus,& in Auſtrum cõuerſis eędem horarum lineę extenſę ſimili modo ad mutuos contactus verticalium & prędictorũ horariorum excurrunt. Subiecimus hîc exemplar ſcioterici verticalis,in quo licet animaduertere vmbras paulatim ab hora 6 ex Occidente,donec Sol 12 horam attingat,in Meridiem per inferiorem ſemicirculum circumferri, & hinc Sole in Occidentem deſcẽdente,vmbras in Orientẽ aſcendere. Ex eodem ratio ſectionum & tẽporum diſtantię apparent. Cæterùm hîc nouerint diſcentes,alijs etiam inſtrumẽtis,vt quadrantibus,



quadrantibus, cylindris, alijſq; viatorijs penſilibus, quibus officio perpendiculi ex obſeruata Solis altitudine horæ deprehenduntur, opificum vulgus vti. In his maximè rationem habemus aſcenſionum oppoſitorum ſignorum & partium ſupra Horizontem. Verùm hæc non poſſunt eſſe tam vſui accommodata, nec tanta certitudine tempora diſtinguere, quàm quæ in plana aut verticali ſuperficie deſignantur, cùm à 10 ad 12, & hinc iterum ad ſecundam horam Solis aſcenſiones & deſcenſiones non tam euidenti diſcrimine differant. Et rectè hoc conſiderauit Munſterus, quo nemo accuratiùs doctrinam de Scioterieis inſtrumentis pertractauit, horarium illud, quod vulgò Cōpaſſum appellatur, habens lineę meridianæ indicem magnetinū nobilitate & vſus cōmoditate omnes cylindros, anulos, quadrata, & quadrātes præcellere, in quibus tantùm ex altitudine Solis non ex remotione aut digreſsione eius ab Oriente horaria tēpora obſeruātur. Diximus aūt ſuperiùs, quomodo veteres ad obſeruationes temporum Gnomonica doctrina vſi ſunt, verùm recentiores artifices eodem gnomone longè cōmodiori ratione vtūtur. Cōſtituunt enim ipſum inuerſum ad angulum mediæ noctis, catheto in Auſtrum extenſo, quem Vitruuius per vmbram in Septentrionem conuertit: ita vt ὑποτείνουσα axis locum ſubeat, baſi & catheto gnomonem cōſtituentibus. Ex hoc ſemidiametros circulorum Aequatoris, verticalis & Horizontis certa ratione commenſuratas, lineas contingentiæ, horarum diſtributiones, & id genus alia Sciotericorum deſignationes neceſſaria hoc artificio inquirunt artifices, vt ante omnia harū rerū demonſtrationes Mathematicas veras cauſas, & fundamenta diligentiſsimè perſpiciant.

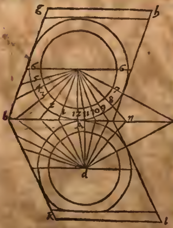
PROPOSITIO LXII.

Quomodo ex trigono orthogonio horaria tam uerticalia, quàm terræ parallela conſtruantur.



SIt trigonus ὀρθογώνιος f k c, cuius f c latus eſt in plano verticali πρὸς ὄρθας in terram ductū, k c in ſuperficie Horizontis, aut eidem æquidiſtante, quæ duo rectumangulum f c k cōprehendunt, c d ſit in Aequinoctiali ſuperficie. In plano tantùm duas ſuperficies f c & c k repræſentare poſſumus, ſed ſuperficies d e & f k minimè. Porrò illæ ſuperficies in quibus ſunt f c & k c cōtinent duos horarū circulos non tamen perfectos, quorum dimetientes nuſquam terrarum ſunt æquales, niſi tantùm in illis parallelis, vbi polus ſupra Horizontem 45 partibus eleuatur. Vndè conſequitur æquinoctialem eandem eleuationem obtinere, vt neceſſe ſit tam planum, quàm verticale ſciotericon eandem deſcriptionis & cōſtructionis rationē ſortiri. Vterq; enim acutorum angulorum in triangulo eſt ęqualis, nimirum 45 part. In alijs autem locis, vbi altitudo poli excedit altitudinem Aequatoris, ſicut in tota eſt Germania, ſemidiameter verticalis ſcioterici, pro ratione maior eſt ſemidiametro Horizontalis. Atq; huiuſmodi ſemidiametrorum quātitas facilè hac ratione inueniri poteſt, ſi in circuli Quadrante infimo loco ſurſum numerata poli eleuatione ad idem punctum ex centro ſemidiametrum eduxeris, quæ hypotemiſæ vicem ſuſtineat, & ſuper Quadrātis ſemidiametrum perpendicularem erexeris, quæ cum hypotemiſa & baſi triangulum rectangulum conſtituat quemadmodum ex figura Gnomonis ſatis euidenter innoteſcit. Maximum huius trianguli latus, quod hypotemiſam appellamus, in omnibus hiſce inſtrumentis axis, ſiue indicis horarum locum occupat. Quādo verò in ſuperficiem Aequinoctialem axis ad rectos angulos incidat, non erit difficile ſemidiame-

trum Aequatoris inuenire, ſi in conſtituto triangulo ex hypotemiſa orthogonię in rectum angulum lineam dimiſeris, vbi vterque ſemidiameter nimirum verticalis & Horizontis ad angulum rectũ conueniunt. His ita cõſideratis, ex tribus ſemidiametris tres circulos deſignabimus, vnum in ſuperficie perpendiculari, alterum in plana baſi pro Horizontali Sciotерico. Hos per tertium interpoſitum, nimirum Aequatorem in partes 24 æquales ſectum, in partes inæquales diuidemus in hunc modum. Duę ſuperficies exquiſitè planæ, quarum altera ſit verticalis, altera Horizontis circuli, ad rectum angulum exactè coniungantur, in quibus etiam ad rectum angulum concurrentes lineæ ducantur, ad quantitatem ſemidiametrorum verticalis & Horizontis, & fines harum linearum per aliam, quæ Hypotemiſæ axis, & indicis horarum officio fungatur, connectantur. Dehinc ex centro recti anguli in hypotemiſam πρὸς ὀρθὰς extendatur linea, quę ſuperficiem Aequinoctialis circuli repræſentet. Vt autem res euidentius intelligatur, ſchema ſequens adiecimus. Sint duæ ſuperficies g h b n & k l b n, in linea b c ad rectum angulum a coniunctæ, circulus verticalis f a 6, ex f centro deſignatus, a d k Horizontis circulus ex d centro ad quantitatem d a circumductus, & f a πρὸς ὀρθὰς in terram ſine a incidant. Connectantur nunc recta linea f & d fines ſiue centra, quæ vicem gerit axis ſiue horarum indicis, tam in verticali, quàm plana ſuperficie. In hanc ex angulo f a d πρὸς ὀρθὰς excurrat alia linea a e, quæ repræſentabit ſemidiametrum Aequatoris, ad cuius magnitudinem inter duas conſtitutas ſuperficies ducatur tertius circulus, qui dicetur Aequinoctialis in eodem plano, cum b c linea conſiſtens, quæ ab artificibus vocatur linea contingentiæ. Nam non ſolùm tres planæ ſuperficies in hac conueniunt, ſed etiam tres circuli in ipſis ſuperficiebus deſcripti, hanc in puncto a contingunt. His conſtitutis, ſecabimus Aequinoctialem circulum in 24 æqualia ſegmenta: nam tot ſunt diei naturalis horæ, & erit a e linea horæ 12, quemadmodum f a in circulo verticali, & d a in Horizõte eandem deſignant. Hîc obſeruandum eſt, quemadmodum in linea contingentiæ ad punctum a ex centris trium circulorum horę 12 lineę concurrunt: ita etiã reliquarum omnium horarum correſpondentes lineas ex ijſdem cẽtris in eadem linea contingentię ad eaſdem partes conuenire. Sequitur deinceps, vt ex e centro Aequinoctialis per ſingula ſemicirculi ſectionum puncta in lineam cõtingentię b c rectas educamus, quarum contactibus cum b c diligenter notatis, ad eoſdem ex verticalis circuli f centro rectę lineę extendantur, & obſeruatis in circumferentia partibus, per quas hę lineę productæ ſunt, Horariũ verticale omnibus



numeris abſolutum habebis. Eodem artificio Sciotericon planum, ſiue Horizontale conficiendum eſt, vt e ductis videlicet ex centro Horizontis d ad mutuos contactus linearum Aequatoris & cõtingentię rectis, quas circumferentiæ Horizontis partes hę tranſeant, annotes. Atq; ex his initijs rationem con-

ſtructionis

ſtructionis ſequentiũ Sciotericorũ, quę infrà deſcribemus, ad vnguem intelliges. Nec ſilentio prętereũdum eſt, quòd centrũ verticalis circuli, vbi locus eſt ſtyli, ſiue horarũ indicis, repręſentet nobis polum Septentrionalem, in quē 12 Horarij circuli concurrunt: vnde ſequitur, vt omnes horarũ lineę in hoc cētro tanquam in polo conueniant. Eodem modo centrum Horizõtis refert polum antarcticũ, in quo eſt punctũ ſecundi Horariorũ circulorum concurſus, vt etiã in idem centrũ Horarias lineas cõfluere ſit neceſſe. Cęterùm in cõcauis & connexis ſuperficiebus nulla lineę cõtingentię, aut Horariarum linearum dimenſione opus eſt, cùm hîc ipſiſsima cęli figura, vnà cum 12 circulis Aequatorē in ęquales portiones ſecantibus, & in loco ſtyli, vbi eſt polus antarcticus, conuenientibus exquiſitiſsimè exprimatur, id quod in ſphęra materiali vix euidentius cõtemplari poſsis. Quod autem planorũ Sciotericorum deſcriptiones in eadem cum Aequatore fiant ſuperficie fortaſſe aliquibus ſcrupulum inijceret, cum ſuperius dixerimus Aequatorem intra ſuperficies verticales, & Horizontis cõſtitutum eſſe, verùm quantũ ad conſtructionis rationem attinet, nullam ea res differentiã pariet. Nam ſiue Aequatorem ad iuſtam altitudinem eleues, ſiue in eandem planam ſuperficiem inclines, eundem ſcopum attinges, cum lineæ Horariæ ad eaſdem partes lineę contingentię ęquè concurrant. Atq; hoc euidentiſsimè videre licet, ſi chartam ex parte Aequinoctialis ita eleuaueris, vt interim à linea contingentię non remoueatur. Hactenus de veris demonſtrationibus & fundamentis, quibus inſtrumentorum Sciotericorum doctrina innititur, ſatis perſpicuè & copioſè tractaſſe mihi videor: ſequitur nunc vt deinceps de ipſa praxi, quantum præſens inſtitutum requirere videatur, aliquid explicemus.

PROPOSITIO LXIII.

Ratio inueniendi ſemidiametros Sciotericorum.

PRimùm omnium ad conſtructionem Sciotericorum requiritur exquiſitiſsima inuẽtio ſemidiametrorum, ad quarum magnitudinem circuli ſunt ducendi, quibus inuentis vel minimo negocio tota res expediri poteſt. Inueniuntur autem hoc modo. In plana ſuperficie deſignetur circuli quadrans f g k, cuius a k latus ſit baſis, & f a latus ipſi ad rectum angulum incidat. Hunc Quadrantem in 90 partes æquales accuratè partiaris, & à puncto k verſus f eleuationem Aequinoctialis ſupra Horizontem, aut quod eodem recidit, ab f puncto deorſum numeres altitudinem poli ſupra eundem locum, finem huius circũferentiæ ſignes puncto g ad quem ex a centro reducas ſemidiametrum a g, quæ repræſentat nobis Aequatoris ſuperficiem. Hanc ſemidiametrum πρὸς ὀρθὰς ſecet alia recta in quocunque puncto volueris, quod hîc ſit t, quæ vtrunq; extenſa contingat f a in ſigno d, & k a in b. Habes hîc iam ſemediametrum verticalis circuli d a, & Horizontis b a. Hîc autem obſeruandum eſt, quòd pro ratione quantitatis inſtrumentorum, quæ conficere volueris, liceat axim b d, ad alias atque alias partes ipſius g a transferre, modò operam dederis, vt ſemper axis Aequinoctialis lineam g a ad rectos angulos diſpeſcat. Reſpondet autem k f Quadrans quartæ circuli Meridiani in Auſtrum

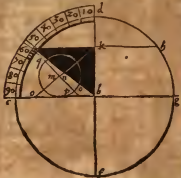


conuerſę, vt f ſit ſignum verticale, k Horizontis. & circumferentia f g regionis latitudini reſpondeat, & k g Aequinoctialis eleuationi.

PROPOSITIO LXIIII.

Alia ratio inueniendi horariorum dimetientes ex perſpecta poli altitudine.

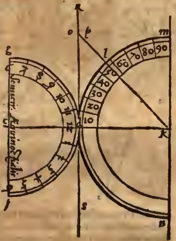
HIc modus etiam non minus facilè quàm certo docet nos inuentionem dimetientium horariorum, ſiue plana, ſiue verticalia, pendula, aut inclinata fuerint. Et quo rem ipſam ſtatim aggrediamur, in dato plano ducatur circulus c d f g ex b cētro, quem duabus diametris d f & c g ad rectos angulos ſeſe interſecantibus in quatuor æquales quadrantes diuidas, ex quibus vnū nimirum c d in 90 partes more Aſtronomico partiaris. Et obſeruata poli altitudine eandem in circumferētia d c ex d ſigno verſus c numeratam charactere l notes, & ex centro b ad datum punctum l recta producatur b l. Præterea datæ circumferentię d l ęqualis excipiatur d h in Quadrante d g, & ſigna l h per rectam l k h lineā connectantur. Atq; hęc in pūcto k à ſemediametro d b bifariam ſecetur. Igitur per 3 tertij Elementorum Euclidis, etiam ad rectos angulos diuiditur, ita vt l k perpendicularis ſit ipſi d b, & triangulus l k b rectangulus. Hinc conſequitur, vt circulus d c f g repræſentet nobis Meridianum, & Quadrans d c quartam eius Septentrionalem, & b centrum mundi, recta d f Horizontem, c g circulum verticalem Meridiano πρὸς ὀρθὰς incidentem. Porrò trigoni l k b perpendicularis l k eſt ſinus rectus, ſiue media linea duplam polaris altitudinis circumferentiam ſubtendens, & baſis k b ſinus arcus complementi, nimirum l c, quod ſemper eſt æquale ipſius Aequatoris ſupra Horizontem altitudini. Hypotemiſa l b ex l mundi polo in b centrum progrediens axem eiuſdem refert, cuius vmbra in ijs horarijs, quæ ex triangulo l k b conſtruūtur, tempora diſtinguit. Nunc autem datę rectę lineę l k æqualis conſtituatur in ſemidiametro b c, quę ſit b p, & ex puncto k in punctum p recta linea extendatur k p, ſecans l b in ſigno n. Quare per quartam primi Elementorum Euclidis triangulus k b p ęqualis, & ſimilis triāgulo l k b. Pręterea ex ſigno l in hypotemiſam k p gnomonis officio ducatur perpendicularis l m, & recta n b bifariam in o ſigno ſecetur, & interuallo n o ex centro m deſignetur circulus n o p. Iam obſeruandum eſt hunc circulum, officium & vſum Aequinoctialis horarij præſtare poſſe, quod ſcire operæpretium eſt ad conſtructionem quorundam propendentium & lateralium ſciotericorum, quæ ex hoc inſtrumento fabrefiunt. Cum igitur ſemidiameter p q rectam k p πρὸς ὀρθὰς ſecet, ſequitur circulum q o p in quatuor quadrantes exactè diuiſum eſſe, cuius circuli ſemidiameter ex eiuſdem centro educendi catheti, horarium indicis magnitudinem oſtendit. Exemplum pręcedens, quod latitudini Colonienſi conuenit, hîc repetiuimus. Idem de ſimilibus iudicium eſto.



PROPOSITIO LXV.

Tertius modus inueniendi ſemidiametros Horariorum.

TErtius modus, quo inueniuntur ſemidiametri horariorum planorum verticalium, & Aequinoctialium, eſt talis. In plana ſuperficie ducitur oblonga linea, vt eſt in hoc ſchemate r s, quam in c ſigno ſecet altera orthogonalis c k, & c k centro ad quantitatem k d, deſignatur ſemicirculus m d n, quem ducta dimetiente m k n, quæ ipſi r d s ſit parallela, concludas. Deinde quadrantem m d initio ſumpto à d ſigno in nonaginta partes ęquales diſtribuas, quo facto à puncto d verſus m numerabis altitudinem poli arctici ſupra locum conſtitutum, aut eleuationem Aequinoctialis ab m verſus d (nam vtraq; circumferentia in eandem partem deſinit) & per finem ex k centro rectam in r d s lineam extendes, & partem vtriuſq; contactus o ſigno notabis. Præterea fixo circini pede in m ſigno, & altero extenſo in centrum k, in linea k o propè punctum o interſectionem aut notam facias, quam charactere p ſignabis. Habes hîc iam conſtitutam totam diametrũ Aequatoris, quæ eſt k p. Deſcripto igitur ad quantitatem ſemiſſis p k lineæ ſemicirculo g d f in recta c k, ſecabis eundem in 12 partes æquales, & per puncta ſectionum in rectam r s lineas deduces, tum erit m d n ſemicirculus Horizontalis horarij, ex cuius k centro ad ſingulos contactus linearum Aequinoctialium & r s rectæ horarias lineas extendes. Vt etiam conficias horarium verticale, collocabis fixum circini pedem in ſigno d, & alterum in k, & interſectionem eodem modo, vt paulò ante in r s p ſigno notabis, & iterum ſecũdum magnitudinem ſemiſſis k p ſemicirculũ Aequinoctialem g d f deſcribes. reliqua iuxta rationem anteà præſcriptam abſolues.



PROPOSITIO LXVI.

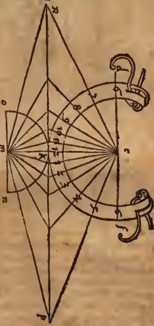
Conſtructio Horarij plani.

HActenus quantum ad demonſtrationes, & ſolidam cognitionem doctrinæ de omnibus Sciotericis inſtrumentis conſequendam attinet, ſatis copioſè & perſpicuè tractauimus: ſequitur vt praxin & eorundem conſtructionem hîc deinceps explicemus. Vt autem exordiamur à ratione ſtructuræ ſcioterici plani, ſcire licet horarium in plano deſcribere, nihil aliud eſſe, quàm Aequinoctialis æquales horarum diſtinctiones in ſuperficiem planam Horizonti ęquidiſtantem transferre, id quod hac ratione licet expedire. In plana ſuperficie, cuius longitudo triplo ferè ſit maior latitudine, ducatur recta linea r p, quæ biſariam ſecetur in k ſigno, quo facto, alia hanc ad rectos angulos in formam crucis diſpeſcat, quæ ſit m c. In hac ab vtraq; parte ſemicirculus deſcribatur, quorum alter vicem ſubit Aequatoris, alter Horizontis. Ex antegreſsis propoſitionibus horum ſemicirculorum dimetientes inueniendæ ſunt: nam ſemidiameter Aequatoris ex quadrante ſumatur iuxta quantitatẽ t a, & lineæ

PROPOSITIO LXVII.

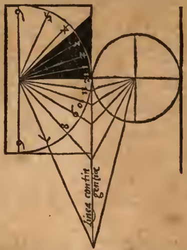
Structura Horarij in ſuperficie uerticali.

QVod in ſuperficie verticali deſcribitur ſciotericon, ita vt Meridiem aut Septentrionem exactè reſpiciat, non aliam habet compoſitionis rationem ab Horizontali, niſi quod ſemidiameter circuli maioris conſtituatur ex figura ad quantitatem a d catheti, & horarum numerus diuerſa ratione inſcribatur, & d ſignum locum occaſus Aequatoris, f eiuſdem exortum reſpiciat, ſi ad Auſtrum inſtrumentum conuerſum fuerit, & k in centrum terræ extenſa decurrat. Ex quo ſequitur k c eſſe catheton, ſiue ad perpendiculum in terræ ſuperficiem deſcendere, & ſtylum c centro infixum, qui æqualiter ab f & d remouetur, tantum à catheto c k diſtare, quãtum in figura Quadrantis a t diſtat ab ipſa a b baſi. Nam ſemper hoc in collocatione ſtyli diligentiſsimè eſt obſeruandum, cum axis mundi locũ ſubire debeat, vt extremitates recta in polos tendant. Ac conſiderandum eſt in huiuſcemodi inſtrumento, tantùm 12 horas inſcribi, quia omnis ſuperficies ad perpendiculum erecta, tantùm à Sole irradiatur ad quantitatem ſemicirculi, qui cõtinet tempus 12 horarum, licet vmbra vtriuſq; horæ ſextæ tam matutinæ quàm veſpertinę, difficillimè poſſunt apparere. Hunc defectum facillimè ſupplere licet, vt omnes etiam maximi diei horas numerare poſsis, ſi in duabus oppoſitis ſuperficiebus, quarum altera verum Septentrionem, altera verum Meridiẽ ſpectet, duo eiuſdem generis horaria depinxeris. Si igitur in ſuperficie polum arcticum ſpectante ſciotericon d k f deſignetur, k in punctum verticale ſignum tendet, c in ipſum terrę centrum, & ſtyli extremitas in polum mundi arcticum, ita vt à puncto verticali tãtum diſtet, quantum altera extremitas, quæ eſt in ſuperficie Meridionali ab oppoſito vertici puncto remouetur. Nam ſi vnus ſtylus in vtraq; ſuperficie, tam Auſtrũ, quàm Septentrionem ſpectante horarum fuerit



index, neceſſarium eſt ibi, vt axis mundi locum ſubeat. Quare ſi tenuem aliquam laminam, in cuius vtraq; ſuperficie horarium verticale ſit deſignatum, ad perpendiculum erexeris, & ferreum ſtylum iuxta eleuationem poli per centrum tranſmiſeris, omnium horarum indicem habebis. Memineris tamen in ſuperficie Septentrionali, vltra quatuor horas in noſtro climate, nimirum primas duas matutinas, & vltimas veſpertinas deſignari non debere, quæ ſpacium non aliud occupant, quàm 6 & 7 matutina, ita 5 ac 6 veſpertina, eodem modo, quo in horario plano temporum ſpatia circini officio, vltra 6 horam transferuntur.

Sequitur alia figura ex Horontio, quæ idem oſtendit, quod ſuperior, cui triangulus gnomonis loco eſt impoſitus.



PROPOSITIO LXVIII.

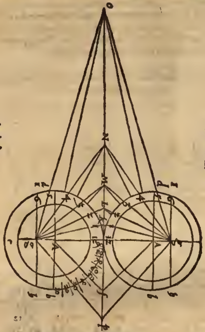
Vtrumq́ præcedentium Horariorum aliter, quam paulò ante conſtitutum eſt, abſoluere.

HOrontius Fineus Delphinas vtrumq́ præcedentium Horariorum alia quadam ratione non minus tamen artificioſa, quàm ſuperior ſit, conficere docuit, quam ſi cui libet varietatis cauſa cognoſcere, hîc in promptu habere poteſt. In dato verticali, aut Horizontali plano deſignatur circulus horarius, aut Aequator b c d e ex a centro, quem duabus dimetientibus b d & c e in a centro ſeſe ad rectos angulos ſecantibus in quatuor quadrantes diuidas: quarum dimetientium c e in recta linea Meridiani collocetur, vt exactè repræſentet horam 12. Dehinc b c Quadrantem in 90 partes æquales, & c d in 6, partiaris & per datum c ſignum, ducito lineam contingentiæ c f, quæ ſit b d parallela, atq́ in c ſigno, cum c e rectos efficiat angulos. Inſuper in Quadrante b c à ſigno b verſus c ſupra locum conſtitutum poli altitudinem in vſum Horarij plani numerabis, ſed in vſum verticalis poli complementũ. Per finem huius circumferentiæ ex a centro rectam & obſcuram lineam a f produces vſq́ in datam contingentiæ lineam, quarum contactus notetur f ſigno. Porrò datæ rectæ a f conſtituas æqualem in Meridiana c e, à ſigno quidem c verſus e, quæ ſit c g, erit autem g centrum, & erecta c g diameter futuri inſtrumenti. Quare per datum g centrum ducito parallelam d b, quę ſit h i, hęc initium horæ 6 matutinæ, & finem 6 veſpertinæ oſtendet Reliquas horarum lineas deſcribes hoc modo. Ex a centro per ſingulas ſectiones Quadrantis c d duces obſcuras lineas, quæ tranſuerſam c f in ſignis k l m n o contingant, & ad eadem contactuum ſigna ex g centro lineas apparentes extendes, quæ vnà cum Meridiana c g, & vtriuſq́ horæ 6 H 1 6 pomeridianarum horarum

interualla

interualla diſtinguunt, quorum adminiculo reliquarum horarum diſtinctiones, prout aliæ alijs reſponderint, non ſecus annotabis, quàm ſupra admonuimus. Supereſt tandem, vt conuenientem horarum indicem, ſcilicet triãgulum

Horarium planum ad eleuationem poli 47 part. 30 ſcrup.



Horarium verticale ad eleuationem poli 47 part. 30 ſcrup.

c g p, aut ſtylum ipſi g p æqualem, qui ſit inſtar axis mundi in hoc inſtrumento erigas. Tum recta a c, quæ eſt ſemidiameter horarij verticalis, oſtẽdit quantum in Horizontali eleuari debeat trianguli perpendicularis & Horizontalis ſemidiameter, ſiue recta c a, & quãtum verſa vice prominere debeat ipſa perpendicularis in verticalibus inſtrumentis. Reliqua iuxta præcedentium traditionem abſoluuntur.

PROPOSITIO LXIX.

Ratio conſtructionis Horarij plani ex tabulis.

IN data plana ſuperficie iuſtę magnitudinis circulum deſignabis, quẽ ducta per centrum dimetiente, in ſemiſſes diſtribues, quorum alterã, cui horarias lineas inſcribere volueris, bifariã ſeces, & à puncto ſectionis rectam in centrũ extendas, quæ horę 12 vmbrã ſuſcipiet: hoc pacto habebis ſemicirculũ in duos quadrantes diuiſum, quorũ alterũ in 90 partes ęquales partiaris ſingulis adſcriptis ſuis numeris 10, 20, 30, & ſic deinceps vſq; ad 90. Dehinc in tabellam, quã infra ſubiecimus, altitudini tui poli conuenientẽ ingrediaris, ibi iuxta numerũ ſingulis horis adſcriptũ in quadrãte circuli horariæ diſtãtiæ ſegmentũ capias, & per obſeruatũ circũferentię ſiue ex centro rectas educas, quę erit index vmbræ ad horã propoſitã. Hoc modo deinceps reliquarũ quatuor horarũ ſpacia

in circũferentia diuiſi Quadrãtis ſemper ex centro per puncta ſectionũ ductis rectis diſtinguere potes. Hoc opere expedito, ad ſingula interualla horarũ in Quadrante diuiſo notata circinum expandes, & eadem in alterum Quadrantem, qui nullas partium diſtinctiones habet, transferas, vt ſic integrum ſemicirculum abſoluas, ad ſingulas circumferentias eodem modo rectis lineis ex centro eductis. Tandem quæ ſuperſunt ad abſoluendum operis complementum, veluti de horis in altero ſemicirculo deſignandis, & erigendo ſtylo ex præcedentium propoſitionum tractatione petas licebit.

Tabula ad conſtructionem Horariorum planorum ſub eleuationibus poli arctici.

Horæ ante merid.	Horæ post merid.	42		43		44		45		46		47		48	
		G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	10	10	10	15	10	40	10	50	11	0	11	8	11	20
10	2	21	6	21	30	21	50	22	10	22	30	22	50	23	15
9	3	33	40	34	0	34	30	35	0	35	30	36	0	36	32
8	4	48	50	49	30	50	0	50	40	51	10	51	40	51	10
7	5	68	0	68	24	68	55	69	10	69	30	70	0	70	15
6	6	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0

Gradus altitudinis poli arctici.

		49		50		51		52		53		54		55	
		G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	11	30	11	40	11	50	11	58	12	6	12	13	12	22
10	2	23	35	23	55	24	51	24	27	24	45	25	0	25	18
9	3	37	0	37	25	37	50	38	15	38	40	38	55	39	20
8	4	52	36	53	0	53	30	53	48	54	10	54	25	54	50
7	5	70	30	70	50	71	10	71	20	71	30	71	45	71	55
6	6	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0

PROPOSITIO LXX.

Structura Scioterici uerticalis ex tabulis.

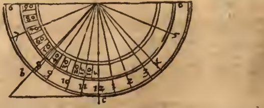
QVando Horarium verticale, cuius ſuperficies exquiſitè ſit in Auſtrum cõuerſa, ex ſequentibus tabulis delineare volueris, perpendiculo, quod nihil à plano declinet, ex quacunque parte dimiſſo æquidiſtantem in eadem ſuperficie lineam ducas, quæ in terræ planum non ſecus, ac linea perpendiculi πρὸς ὀρθὰς incidet, & vmbræ Meridianæ locum occupabit. Hanc deinceps alia tranſuerſa linea ad rectos angulos diſpeſcas, tum in communi ſectione quæ erit centrum circulo concurrent quatuor recti anguli. Ex hoc centro infra tranſuerſam, qui inferiores angulos concludat, ſemicirculum duces. Hæc trãſuerſa vtriuſque horæ ſex, nimirum veſpertinæ & matutinæ vmbras ſuſcipiet. Reliquarum horarum lineas ex aliqua ſequentium tabularum, quæ propoſitæ poli altitudini inſeruiat, non aliter deſignabis, quàm in præcedentis Horarij conſtructione præſcriptum eſt. Nam cum obſeruaueris poli eleuationem, inuenie-

uenies in tabula circumferentias horarum, quibus ſingulæ à Meridiei linea diſtiterint, quas eadem ratione in Quadrantẽ, qui partium diſtinctiones habuerit, à Meridiana linea numerare debes, & ductis per fines ex centro ſemicirculi rectis ſex horarum lineas deſignatas habebis, quas deinceps ſuis numeris notare poteris. Cæterùm ſi poli altitudo non habuerit integras partes præciſè, ſed cum partibus connexos aliquot ſcrupulos, neceſſarium erit alio modo ex tabulis horarum numeros inuenire, ſi modò propius ad rem ipſam velis accedere. Vt igitur adminiculo tabularum, quarum altera maiori eleuationi, altera minori, quam tibi ſit propoſita, inſeruiat, intermediæ alicui altitudini aliã conuenientem conficias, ſubduces propoſitam eleuationem ex proxima maiori, aut ex illa proximè minorem, & inuenta vtriuſque differentia, obſerues etiam diſcrimen circumferentiarum eiuſdem horæ, quarum altera præcedenti altera ſequenti eleuationi reſpondeat, ex quo iuxta quantitatem differentiæ alterius altitudinis in tabulis & eius, quæ propoſita ſit, partem (vt vocant) proportionalem educes. Quam ſi adieceris arcui minoris altitudinis, aut pro diuerſa ratione ſubduxeris ex arcu maioris altitudinis, numerum propoſitæ horæ in ſcioterico plano reſpondentem inuenies. Et viceuerſa in Horario verticali partem proportionalem inuentam ex numero minoris eleuationis ſubtrahes, aut iuxta mutatam differentiæ rationem maioris altitudini adijcies, vt tibi verus propoſiti temporis numerus prodeat. Inuenies autem partem proportionalem hoc modo, vt ſi eiuſdem temporis differentia inter duas quæ in tabulis inueniantur poli altitudines fuerit 40 ſcrupul. differentia autem propoſitę poli altitudinis & proximè maioris minutorum 20, ſumes tertiam partem ex 40 ſcrupul. quæ eſt 13 ſcrupul. 20 ſecun. Nam ſicut 60 minut. adæquantur 40 minut. ita etiam 20 tertiæ parti ex 40. Non diſsimili ratione & via reliquarum omnium horarum intercapedines inuenire licet.

Tabulæ uerticalium Sciotericorum.

Horæ ante merid.	Horæ poſt merid.	42 G.	42 M.	43 G.	43 M.	44 G.	44 M.	45 G.	45 M.	46 G.	46 M.	47 G.	47 M.	48 G.	48 M.
		Circumferentiæ poli arctici.													
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	11	17	11	5	10	54	10	43	10	32	10	22	19	10
10	2	23	13	22	53	22	33	22	12	21	51	21	29	21	6
9	3	36	37	36	11	35	44	35	7	34	50	34	20	33	45
8	4	52	9	51	42	51	15	50	46	50	16	49	45	49	15
7	5	70	11	69	53	69	35	69	10	68	54	68	35	68	10
6	6	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0
		Circumferentiæ eleuationum poli arctici.													
		49 G.	49 M.	50 G.	50 M.	51 G.	51 M.	52 G.	52 M.	53 G.	53 M.	54 G.	54 M.	55 G.	55 M.
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	9	57	9	45	9	35	9	25	9	10	8	58	8	45
10	2	20	45	20	25	19	58	19	35	19	10	18	50	18	25
9	3	33	20	32	45	32	12	31	40	31	5	30	30	29	50
8	4	48	40	48	5	47	30	46	50	46	12	45	55	44	35
7	5	67	50	67	20	66	55	66	30	66	0	65	30	64	58
6	6	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0

Schema verticalis Horarij ſupra cuius lineam meridianam, ſtylus horarum index eleuatur quantitate circumferentiæ c b.



PROPOSITIO LXXI.

Circumferentiam Horarij circuli, id eſt eius, qui per utrumque mundi polum & centrum Solis ducitur, inter polum arcticum & Horizontem interceptam, ſupputare.

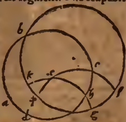
CVm in præcedenti capite, quomodo ſimpliciſsimè ex tabulis Horaria tam plana quàm verticalia ad varias poli altitudines conficienda ſint, explicauerimus: ſcire volet forſan induſtrius lector, qua ratione hæ tabulæ ſint conſtructæ, & ad alias poli eleuationes ſimiles ſupputari debeât. Ad hanc rem conducit Horariorum circulorum arcus inter polum mundi arcticum & Horizontem concluſos inuenire. Fit autem hoc modo. Si num complementi altitudinis poli ducas in ſinum diſtantiæ Solis à Meridie, & productum in totum diſtribuas,

diſtribuas, & ſinus hinc egredientis arcum ex Quadrante ſubducas. Iterum propoſitis ſinibus huius complemēti, & altitudinis poli, minorem ex his per totum multiplicatum in maiorem partiaris. Quem hinc ſinum inueneris, is oſtendet arcum circuli magni per Solis centrū, & vtrumq; mundi polum procedentis inter polum arcticum & Horizontem comprehenſum. Exemplum. Sub altitudine poli 48 partium, aliquis inuenire velit circumferentiam Horarij circuli, cuius à Meridiano diſtantia eſt horarum 3, inter polum arcticum & Horizontem concluſam. Complementum altitudinis poli eſt 42 partium & ſinus rectus 66913, qui ducendus eſt in ſinum 3 horarum. Efficiunt autem tres horæ 45 partes, & abſoluta operatione egreditur ſinus 74314, cuius arcus 28 part. 14 ſcrupul. complementum eſt 61 partium, 46 ſcrup. Et cum ſinus huius circumferentiæ ſit maior ſinu altitudinis poli, multiplicatur hic 74314 in totū, & productus cum in ſinum maiorem diſtribuitur, prodit ſinus 84349, cuius arcus eſt 57 part. 31 ſcrup. Atq; tanta eſt circumferentia, quæ inuenienda erat.

PROPOSITIO LXXII.

Signum illud Horizontis, quod circulus Horarius in ſphæra contingit, per ſcientiam Sphæricorum triangulorum ratiocinari.

ACcedemus nunc ad ipſam rem, vt intelligas quo artificio ipſe nouas tabulas planorum Horariorum conficere poſsis. Quando ex præcedenti propoſitione arcum Horarij circuli, qui eſt à polo mundi vſq; ad Horizontem inueniſti, duces ſinum eius in ſinum diſtantiæ Solis à Meridie, ſiue Sol in Oriente, ſiue in Occidenre à Meridiano conſtiterit, & productum in totum diſtribues. Hinc tibi ſinus exibit eius circumferentiæ Horizontis, quæ inter Meridianum & circulum Horarium cōcluditur. Manifeſtum eſt autem, quòd fundamentum huius propoſitionis conſiſtat in 15 propoſitione lib. 4 Triangulorum Regiomontani, ex qua declinationes omnium Eclipticæ partium non diſsimili ratione ſupputantur. Sit ergo circulus Horizontis a b c d, circulus Horarius p e c f, k e h Meridianus, e polus mundi arcticus, p k b Aequinoctialis, cuius circumferentia b k definit angulum p e k, cui æqualis eſt oppoſitus c e h. Dantur autem latera e c & e h, quæ extendantur ſub Horizontē, vt fiant Quadrantes e f & e g, quibus coniunctis per arcum f g, conſtat ipſum æqualem eſſe k p propter æqualitatem angulorum c e h & k e p. Iam per 15 quarti Triangulorum, quæ eſt ratio ſinus e f ad ſinum f g circumferentiæ, quæ antea conſtituta eſt nobis 45 partium, eadem eſt ſinus e c ad ſinum e h circumferentiæ. Ex his cogniti ſunt tres ſinus, quare c h arcus ſinus rectus latêre non poterit. Igitur in ordine ſinus totus, qui eſt ſegmenti e f. occupabit locum primum, nempe diuiſoris, ſecūdum f g ſinus, qui eſt 70710, tertium ſinus e c, qui eſt 84349. Si ergo multiplicaueris ſecundū in tertiū inuenies 5964317790, qui diſtributus in totum producit 59643 ſinum, cuius arcus eſt 36 part. 37 minut. Tantum etiam in plana ſuperficie Horizonti æquidiſtanti diſtabit linea horæ nonæ ante meridiem, & linea horæ tertię pomeridianæ à linea meridiana. Similis eſt ratio inuentionis reliquarum omnium circumferentiarum ad quamcunq; poli altitudinem. Eandem Horizontis circumferentiam ex 25 quarti Triangulorū non minus expeditè licet inuenire. Habemus enim hic in trian-



gulo e h c duo latera e c & e h cognita, cum igitur angulus e h c ſit rectus, procedimus in hunc modum. Complementum lateris e c eſt 32 part. 29 ſcrupul. cuius ſinus rectus 53705, complementum e h eſt 42 partium, & ſinus 66913. Si iam multiplices 53705 in ſinum Quadrantis, inuenies 5370500000, qui diuiſus in 66913 producit 80260. Huius circumferentia ex tabulis offertur 53 part. 23 min. quibus ex 90 ſublatis, reſtat complementum 36 part. 37 ſcrup. Eundem igitur finem per hanc & alteram propoſitionem conſecuti ſumus.

PROPOSITIO LXXIII.

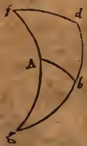
Alia ratio eundem arcum Horizontis inter Meridianum & circulum Horarium interceptum numerandi.

MVltiplices ſinum diſtantiæ temporis à Meridie in ſinum complementi altitudinis poli, & productũ diuidas in totum. Sinum huius arcus complementi conferas cum ſinu cõplementi diſtantiæ temporis à Meridie, ex quibus minorem ducas in totum & productũ diſtribuas in maiorẽ, tum complementi arcus Quotientis oſtendet tibi circũferentiam Horizontis quæſitã. Aſſumamus hic iterum exempli gratia horam 9, cuius diſtantia à Meridie eſt 45 part. & ſinus 70710, complemẽtum poli 42 part. cuius ſinus 66913 ducitur in 70710, & productus cum diuiditur in totũ, prodit 47306, cuius arcus 28 part. 40 ſcrup. ex Quadrante ſublatus, relinquit arcum 61 par. 46 ſcrup. cuius ſinus 88102 collatus cum ſinu complementi diſtantiæ temporis à Meridie 70710, cum ſit maior hoc diuiſoris locum ſubibit, & minor ducitur in totum, tum producto diuiſo in maiorẽ, exit ſinus 80259, cuius arcus 53 part. 22 ſcrup. ex Quadrante ſubductus, reſtituit 36 part. 38 ſcrup.

PROPOSITIO LXXIIII.

Quomodo ex Sphæricis triangulis ſegmentum uerticalis circuli inter Horarium circulum & Meridianum interceptum ratiocinemur.

INuentis circumferentijs horarum in circulo Horizontis non eſt difficile etiam ſegmenta eorundem temporum in circulis verticalibus ſupputare. Sit ergo polus mundi g, ex quo in Aequatore incurrit quadrans Meridiani g d, & alter quadrãs Horarij circuli, qui à Meridiano diſtet 3 horis in eũdem Aequatorem incidat, qui ſit g f. Pars circuli verticalis inter hos quadrantes intercepta a b, quæ nobis eſt inuenienda. Propter tempus igitur 3 horarũ, erit arcus Aequatoris inter verticalem & Meridianũ concluſus, nimirum f d 45 gra. Iam verò ſignũ b eſt ἐπὶ κορυφῶν, in quo arcus a b ſecat d g πρὸς ὀρθὰς. Triangulus igitur a b g eſt ὀρθογώνιος. Alibi nobis demonſtratum eſt arcum b d adęquari poli ſupra Finitorem altitudini. Sed hanc notam eſſe cõſtituimus: quare complementum b g non latebit, & arcus f d notus conſtituit angulum f g d. Cũ ergo trigoni rectanguli a b g notum ſit latus b g, vnà cum acuto angulo a g b, per 27 quarti Regiomõtani reliqua



latera inuenientur. Eſt enim ratio ſinus anguli a g b ad ſinum anguli a b g recti, eadem, quę eſt ſinus cõplementi anguli b ad ſinum complemẽti arcus b a g. Ex his quatuor tres ſinus ſunt noti ex hypotheſi. Sinus igitur complementi anguli g a b nõ latebit, deinde & ipſe angulus patefiet. Vt ergo πρᾶξιν ob oculos conſtituamus, inueſtigabimus ex tabulis arcuum ſinus. Sinus anguli a g b offertur 70710, & a b g anguli eſt ſinus maximus 100000, Statuamus autem

altitud

altitudinem poli 48 part. cui æquatur b d complementum arcus g b, cuius ſinus eſt 74314. vt ergo inueniamus ſinum cõplementi anguli g a b, ordinandi ſunt numeri in hunc modum 100000, 70710, 74314, ex multiplicatione ſecundi in tertium conſurgit 5254742940, qui diſtributus in primum reſtituit 52547, abiectis fragmentis huius arcus ex tabulis offertur 31 grad. 42 min. tantum eſt complementum anguli g a b, quare angulus ipſe eſt 56 grad. 58 minu. Hinc deinde relegamur ad propoſi. 26 quarti. Ex ea cõſtat eandem eſſe rationem ſinus anguli b a g, ad ſinum anguli a b g, quę eſt ſinus complemẽti anguli a g b ad ſinum complementi lateris a b. Ex his 4 iterum innoteſcũt 3. Complementum igitur ipſius a b non latebit. Cum enim angulus b a g ſit inuẽtus 58 grad. 18 min. erit ſinus 85081, & ſinus anguli a b g eſt totus nempe 100000, ſed complementum anguli a g b eſt 45 grad. æquale nimirum illi, cuius ſinus eſt antea conſtitutus 70710. Iam ex multiplicatione ſecundi in tertium fit 7071000000, qui numerus in primũ diuiſus profert 83109 abiectis fragmentis, cuius arcus ex tabulis proxime offertur 56 & 13, tantum eſt complemẽtum lateris a b, quomodo ex quadrante ſublato, emergit ipſum latus a b 33 grad. 47 minut. id quod hactenus eſt inquiſitum.

PROPOSITIO LXXV.

Idem ſegmentum alia ratione ſupputare.

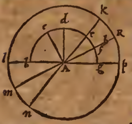
Sinum cõplementi tẽporis diſtantię à Meridie per ſinũ eleuationis poli multiplicatũ in totũ partiaris, & quotiẽtis arcus cõplementi ſinu cum ſinu complementi altitudinis poli collato, minorẽ in totũ ductũ iterum per maiorem diuidas. Deinde ſinum hinc inuentum multiplices in ſinum diſtantię temporis à Meridie, & producto in maximũ ſinũ diſtributo, offeretur tibi ſinus arcus verticalis quæſiti. Multiplicemus ergo ſinum altitudinis poli 74314 in ſinũ cõplementi diſtantiæ tẽporis à Meridie 70710, & productũ partiamur in totũ, tum exurget 52547 cuius arcus 31 par. 42 ſcru. & cõplementum 58 par. 18 ſcru. quarum ſinus eſt 85081, ſinus complementi altitudinis poli, nimirũ 42 partium eſt 66913, qui cum ſit minor præcedenti ducitur in totum, & productus in illum, vtpote maiorem diſtribuitur. Atq; hinc emergit ſinus 78646, quem ſi iterum multiplices in ſinum diſtãtiæ temporis à meridie, & productum in maximum diuidas, inuenies ſinum arcus 33 part. 47 minut. eundem videlicet, qui ex prę cedenti propoſitione oblatus erat.

PROPOSITIO LXXVI.

Ratio dimetiendi eleuationem poli ſupra quamcunq; ſuperficiem, quæ ad Horizontem quidem inclinatur, ſed Meridianum ad rectos angulos ſecat.

Qvemadmodum ad conſtructionẽ Sciotericorũ, quæ Horizõti ęquidiſtãt, altitudinis poli obſeruatio requiritur, eadem ratione ſi in ſuperficiebus ad Horizõtis planũ inclinatis, quę tamẽ Meridiani planũ πρὸς ὀρθὰς interſecent, ſicut interdum tecta ędificiorũ, vt quatuor mundi cardines reſpiciãt, artificioſe cõſtruuntur, angulos horarios deſignare debeamus, eleuationem poli mundi ſupra eaſdẽ explorare oportebit. Hoc quomodo ſolius quadrantis officio expedire liceat, videamus. Cõſtituatur baſis quadrãtis ſuper oblatã ſuperficiẽ, in eo quidẽ ſitu, vt Meridianæ lineæ æquidiſtet, & ad circũferentiam inſtrumẽti eo loco perpendiculum appendas, ex quo in ipſum centrũ exactè deferatur. Ibi extẽplo circũferentia, quæ à loco perpẽdiculi ad finẽ 90 gr. numeratur, altitudinẽ oblatæ ſuperficiei ſupra Horizontẽ patefaciet, qua ſubducta ex eleuatione poli ſupra eũdem Horizõtẽ (nã illã anteà inuẽtã habere oportebit) ſi minor fuerit, altitudo poli ſupra oblatã ſuperficiẽ remanebit. Vt aũt huius rei

demonſtrationem intelligas, ſequentem figuram adſcripſimus. Ex a centro vniuerſi deſignetur Meridianus circulus n l k, cuius mutua cum Horizonte interſectio ſit in linea l a g, polus mundi k, & eiuſdem altitudo ſupra Horizontem k p. Superficies quædam ad Horizontem inclinata h a m, ſupra quam eleuatur polus quantitate k r circumferentiæ, quæ hîc eſt inuenienda. Delinetur etiam ſemicirculus ex a centro b d g, qui bifariam ſecetur in d ſigno, quod verticale eſt. Sunt igitur d g & b d quadrantes, ſit etiam quadrans e f, qui ſuper oblatam ſuperficiem h f a conſtituatur. Demõſtrabimus hîc ſegmentum c d æquale eſſe f g. Conſtat primum perpendiculum in a centrum, niſi ex d loco incidere non poſſe. Nam ſignum verticis centrum Horizontis & vniuerſi in eadem recta conſiſtunt linea. Iam circumferentia e f æqualis eſt d g ex hypoteſi, quia vtraque circuli quadrantem æquat. Communis autem vtrique d f. Si iam ab æqualibus ęqualia ſubtrahantur, per communem ſententiam, quæ reſtant æqualia remanebunt. Quare ſubtracta d f ex e f, & iterum ex d g, reſtabit f g, ipſi c d æqualis. Iam autem f g ſimilis eſt r p, quia ſunt ex eodem centro deſcriptæ circumferentię, ergo etiam cognita. Et ſubducta r p ex k p, remanebit k r, altitudo nimirum poli ſupra oblatam ſuperficiem h f a. Quomodo nunc vlterius arcus Horarij huic ſuperficiei ſint inſcribendi, ex antegreſsis propoſitionibus inuenire licet.



SECTIO QVARTA, DE GENERALIBVS MAGNITVDINVM DIMENSIONIBVS.

PROPOSITIO LXXVII.

Quomodo metiendæ ſint altitudines, quæ ad perpendiculum terræ inſiſtunt.

CONTEXEMVS hîc deinceps generales dimetiendi rationes, quibus inſtructi etiam illi, quibus Elementorum Geometriæ nulla fuerit cognitio, omnium ferè altitudinum, longitudinum, & diſtantiarum magnitudines explorabunt. In hunc vſum alij varia conſtruxerunt inſtrumẽta, nimirum Annulos, Quadratum Geometricum, Radium Aſtronomicum, & Gnomones, nos verò, vt multiplicem Quadrantis vſum euidentius diſcentes intelligant, nonnihil variata ratione ſimplicius ac facilius etiam ſine adminiculo numerorum omnes dimenſionum rationes inquiſitis demonſtrationũ fontibus abſolui poſſe oſtendemus. Ergo vt ad inſtitutum veniamus, primum inueſtigabimus, quomodo eorum corporum altitudines, quæ ad perpendiculum terræ inſiſtunt, deprehendi poſsint. Id facillimè efficiemus, ſi vſque ad baſin altitudinis præfixę pateat aceeſſus. Conſtituemus enim officio perpendiculi baſin inſtrumenti, vt exquiſitè libellam occupet, tum intuenti per mobilis regulę pinnacidia ſupremam obiecti partem offeretur circumferentia, cuius ſinus rectus ad ſinum complementi eam conſeruat rationem, quam altitudo inquiſita ad interuallum inter eiuſdem baſin & locum obſeruationis cõcluſum.

Conſtat

Conſtat hinc manifeſtè, quòd ſi fuerit ſinus obſeruationis ęqualis ſinui complementi etiam diſtantiam à baſi pręfixę altitudini adęquari. Quare ex ſola illius dimenſione quęſtioni ſatisfactum fuerit. Sin alia fuerit ratio ſinus obſeruationis ad ſinum complementi, cum ſemper ex quatuor magnitudinibus, quæ ſunt proportionales tres innoteſcant per canonem proportionis quartam inueniemus. At hîc ſcire licet alia etiam obſeruandi ratione eandem circumferentiam deprehendi poſſe, nimirum ſi per illa pinnacidia, quæ alteri Quadrantis lateri inſiſtunt obiectam altitudinem intueamur. Nam alterum latus eodem ſegmento eleuabitur à demiſſo excentro perpendiculo. Ex ſequenti figura manifeſtius hæc intelliguntur. Conſtituamus ergo nobis obſeruandam eſſe altitudinem a b, quæ πρὸς ὀρθὰς inſiſtit ipſi b l rectæ, ex g puncto, vt circumferentia c d, ſupra quam eleuatur regula d g, dum radius viſus per d in a tranſmittitur, ſit ęqualis complemento d r, cuius ſinui recto æqualis eſt ipſa g f, & d f eſt ſinus arcus c d, qui neceſſario ipſi g f eſt æqualis. Hoc



conſtituto dicimus æqualem eſſe diſtantiam baſis b à loco obſeruationis g ipſi a b altitudini. Deſignati ſunt enim duo trigoni rectanguli, nimirum a b g & d f g, quorum duo anguli ad b & f ſigna per hypotheſin ſunt recti, & alter acutorum a g b eſt vtriq; communis. Ergo per 32 primi Elementorum reliquis b a g reliquo f d adęquatur. Hinc per 4 ſexti Euclidis, latera, quæ circũ æquales ſunt angulos, nimirum a b, b g, d f, & f g ſunt proportionalia. Sed paulò ante ſtatuimus ęqualem f g ipſi f d. Aequalis igitur eſt g b ipſi b a, id quod demonſtrari oportebat. Eadem ratione demonſtratur in quamcunque partem ipſius b l inſtrumentum transferatur ſinum complementi ad ſinum anguli obſeruationis eandem rationem cuſtodire, quam obtineat diſtantia ab ipſo b ſigno ad altitudinem b a inquiſitam. Iterum collocemus inſtrumẽtum in remotiorem locum à b ſigno, nimirum in l. Erit ergo circumferentia, ſub qua eadem b a altitudo ſecundò obſeruatur, k h. Et ſuper l centrum deſignetur circulus k m r, qui inferius ſecetur à perpendiculo l s in ſigno p. In hoc ſumatur in ſignum ex quo per centrum l iterum obſeruetur altitudo a. Diſtantia autem r ab m puncto conſtat integro Quadrante. Producta b l recta eundem circulum ſecet in n puncto. Dicimus hîc circumferentiam r p, quę inter contactum perpendiculi, & r ſignum intercipitur, adęquari ipſi k h. Cum enim duę rectę h l m & k l n ſecent ſe in puncto l, erit per 15 primi Elementorum angulus k l h, ęqualis ipſi n l m. Hinc etiam circumferentia k h ęquatur m n. Cum autem recta b n, quę in libella conſiſtit, diſpeſcat circulum h m r in ſemiſſes, ſequitur vt perpendiculum l s ſemicirculum k p n in Quadrantes diuidat. Ergo ſegmentum k m æquatur p n. Et vtriq; communis eſt p m, quo ſublato, relinquitur r p æquale m n Sed antea demonſtratum eſt m n æquari k h. Ergo & r p adæquatur k h, id quod demõſtratione ſtabiliendum erat. Manifeſtũ eſt ergo, ſiue obſeruentur altitudines per pinnacidia lateri l m infixa, ſiue per ea, quę ſunt in mobili regula, ſemper offerri illam circumferentiam, cuius ductu inquiſitas altitudinum quantitates ratiocinari liceat.

PROPOSITIO LXXVIII.

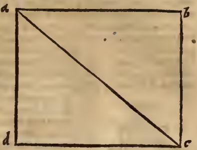
Secundus modus altitudinum quantitates obſeruandi.

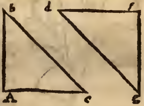
His aliam ſubnectemus rationem, qua facilius earundem altitudinū quantitates liceat obſeruare, ſi modò viſus ad baſin apparentis loci non fuerit à latere interclusus. Licebit hîc pro arbitrio ad quantam voluerimus diſtātiam ab obiecta loci altitudine recedere. Tum inuenta per antegreſſam propoſitionem circumferentia, quę prefixę altitudini obtenditur, progrediemur in eum vſq; locum, ex quo diſtantiam loci obſeruationis à baſi apparente ſub angulo complementi liceat intueri. Eius interuallum à prędicta baſi inquiſitę magnitudini exactè dicimus adęquari, id quod ex ſequenti demonſtratione euidentius eluceſcit. Sit ergo metienda nobis altitudo g f, quę ad perpendiculum erecta ſit ſuper ipſam k h g, & conſpiciantur ex à ſigna f & g ſub circumferentia b c, cuius complementum b d a g ſit diſtantia loci obſeruationis à baſi. Hinc cum progreſsi fuerimus in k appareant g & a ſigna ſub circumferentia l h, quę ſit ęqualis complemento b d. Dicimus hîc ipſam k g, quę eſt in terra diſtantia k ab ipſo g ſigno exacte ęqualem eſſe g f. Deſignauimus enim duos trigonos ὀρθογωνίους a f g, & g k a, quorū duo anguli ad g ſignum ſunt recti, & alter acutorum g k a æquatur ipſi a f g. Ergo tertium g a k, ipſi f a g æquari eſt neceſſe. Quare, cum ęqualibus angulis ſubtendatur idem latus a g per 26 primi Elementorum reliqua latera ſunt reliquis lateribus ęqualia, nimirum a k ipſi a f & k g ipſi f g, id quod demonſtrari oportebat. Porrò ex his manifeſtum eſt, ſi ad g baſin omnino acceſſus non detur, quomodo nihilominus ęqualem in terra magnitudinem ipſi g f liceat deprehendere. Vt hoc demonſtratione confirmemus, ducantur ex ſignis a & k rectæ, quæ in r ad rectum angulum concurrant, tum dicimus ipſam a r & inueniri poſſe & ipſi g k adęquari. Illam ita deprehendemus, ſi obſeruata k a recta, vnum atq; idem ſignum, vt hîc r conſtituimus intueamur ex a ſub angulo g k a & ex ſigno k idem r inſpiciamus ſub angulo g a k. hinc nobis ipſa a r recta innoteſcit. Cum enim trigoni a r k anguli ſint æquales angulis trigoni a g k, & æqualibus a g k, & a r k angulis idem latus a k prętendatur, ſequitur per 26 primi Elementorum reliqua latera reliquis adęquari, nimirum k r ipſi g a, & a r, g k. Sed ipſam g k demonſtrauimus æqualem eſſe ipſi g f. Ergo ipſa r a eidem g f æqualis conſtituitur, id quod demonſtrandum erat. Eaſdem altitudinum quantitates adhuc alia via licet obſeruare. Obſeruabimus enim inſtrumento, vt in antegreſsis propoſitionibus circumferentiam illam, quę prefixi loci altitudini obtenditur, ſub cuius complemento eiuſdem altitudinis ſummitatem, & aliud quoddam in terra ſignū intuebimur. Ex hoc loco per rectam lineam, in qua ſignum fuerit conſpectum progreſsi, ſubinde inſtrumento explorabimus, in quo pūcto huius linę ſummam altitudinis partem, & locum primę obſeruationis liceat intueri, ſub angulo recto hoc inuento, dicimus eius interuallum, quo diſtiterit à primę obſeruationis puncto inquiſitę altitudini æquale conſtitui. Sit exempli gratia conſtitutum metiri altitudinem a b quę ad perpendiculum inſiſtat b c, quæ eſt diſtantia loci primæ obſeruationis c a ſit viſus radius, quo deprehenditur angulus a c b. Et per eandem terrę ſuperficiem, in qua eſt b c, ducatur recta c d, quæ efficiat angulum



a c d

a c d æqualem ipſi e a b. Ex a deſcẽdat recta in ſignum d πρὸς ὀρθὰς, tum demonſtrabimus ipſam e d æqualem eſſe altitudini a b. Cum enim duo ſint trigoni rectanguli d a e & a b e, cuius alter acutorum, nimirum a c d conſtituitur ęqualis alteri c a b, per 32 primi Elementorum duo trigoni ſunt æquianguli. Et æqualibus angulis a d e & a b c idẽ latus a c prætenditur. Quare per 26 primi Elemẽtorum reliqua latera ſunt reliquis lateribus æqualia a d ipſi b e & a b d c. Quartam his dimetiendi altitudinum quãtitates rationem ſubijciemus. Si enim ex præmiſsis explorata nobis fuerit circumferentia, quę pręfixę obtenditur altitudini, inueſtigabimus eo, quo ſuperficierum longitudines explorantur, modo, quem alibi explicamus diſtantiam baſis ab ipſo obſeruationis loco. Quo abſoluto, pręfigemus nobis in terra ſpacium aliquod rectilineum, à quo digreſsi vſq; ad æqualem inuentæ longitudinem diſtantiæ, quanta eius pars ſub deprehenſa paulò ante circumferentia appareat, obſeruabimus. Nam id conſpectæ per inſtrumentum altitudini æquari aſſeueramus. Sit conſtituta altitudo b a, quę ad diſtantiam a e obſeruata ſit ſub angulo b c a, cui in trigono rectangulo d f g ſit ęqualis angulus d g f, & f g ipſi a c, tum manifeſtè conſtabit reliquum latus d f altitudini b a adęquari. Si enim exploratam habuerimus f g æqualem c a ea ratione obſeruandi, quam in dimenſione longitudinis ſuperficierum terreſtrium, aut latitudinis fluminum explicamus, & acutus angulus d g f ſit ęqualis b e a per 26 primi Euclidis f d recta ipſi b a efficitur æqualis.





PROPOSITIO LXXIX.
De latitudinum dimenſionibus.

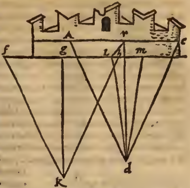
SEquitur vt deinceps latitudinum metiendarum rationes explicemus. Hic ſcire licet earum latitudinum, quæ cum obſeruãtis loco in eadem altitudine conſiſtant, quantitates iiſdem explorari dimenſionibus, quibus in altitudinibus deprehendendis vſi ſumus. Quare nouam de his tractationẽ contexere nihil opus fuerit. Igitur ad eas latitudinum magnitudines explorandas progrediemur, quæ in ſublimioribus locis conſtituuntur. Id quod expediemus in eum, qui ſequitur, modum. Primùm inſtrumento obſeruabimus altitudinem apparentis latitudinis ſupra locum obſeruationis vnà cum diſtantia eiuſdem à baſi. Ac inuentas magnitudines quadratè multiplicabimus, tum ex ſumma eorum quadratorum collecta extrahemus, hinc nobis innoteſcit interuallum inter obſeruationis punctum & inquiſitam latitudinem interceptum. Si ergo per Quadrantem exploratum habuerimus, ſub quanto præfixa altitudo angulo apparuerit, per canonem proportionis quæſtionis ſolutionẽ expediemus. Nam quę eſt ratiò eius lineæ, quę ex centro Quadrantis in chordam obſeruato prætenſam angulo πρὸς ὀρθὰς incurrit, ad ipſam eadem eſt radicis ex conſti-

tutis paulò ante quadratis collectę ad inquiſitam altitudinem. Cur aũt ſublimiores latitudines alia dimenſionum ratione, quam illas, quæ cum obſeruationis loco libellam occupant, explorare oporteat, non eſt obſcurum. Nam ſuperiores in apparentibus ſuperficiebus magnitudines, cum ſub minoribus angulis conſpiciantur, vt remotiore ab oculis interuallo abſint, eſt neceſſe. Cum ergo non ſit eadem diſtantia loci obſeruationis à baſi obiectæ altitudinis & ſublimiore latitudine, per ratiocinationem, aut alias obſeruationes eam explorandam eſſe conſtat. Vt ergo manifeſtius ipſa res pateat, figuram ſubijciemus.

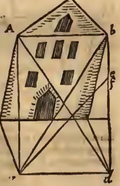


Sit ergo nobis in pręfixo ędificio metienda latitudo c a, cuius altitudo ſupra baſin eſt b d, & diſtantia ab ipſo obſeruationis ſigno f ipſa b f. Ex f in d πρὸς ὀρθὰς agatur f d. Deniq; appareat a c magnitudo ſub angulo a f c, qui vtrunq; viſus radijs a f & f c comprehenditur. Hinc ad circumferentiam prætendatur chorda g k, cui ex f centro occurrit f h, quę pars eſt ipſius b f, a c verò & g k intelligimus eſſe parallelas. Cùm ergo trianguli orthogonij d b f duo latera b d & d f nota conſtituamus, per proceſſum penultimæ Elementorum b f hypotemiſa innoteſcit. Et cum a c & g k ſint æquidiſtantes per 29 primi Euclidis æquianguli efficiuntur trigoni b f c & h f k, item a f b & g f h. Ergo per 4 ſexti Euclidis eadem eſt ratio f h ad h k, quæ eſt f b ad b c. Et eadem f h ad g h, quæ f b ad b a. Quare per 12 quinti Elementorum eadem eſt ratio f h ad g k, quę eſt f b ad a c. Ex his quantitatibus innoteſcunt f b & g k chorda. Sed f h circino in Quadrante, aut ex ſinuum tabulis facilè deprehenditur. Ergo per 19 primi Triangul. a c latere non poteſt. Cum ergo demonſtratum ſit, quomodo per ratiocinationem, quæ ex proportionibus quantitatum exiſtit, latitudines inueniri poſsint, non inutile fuerit, ſi inueſtigemus qua ratione liceat in terra ęquales ijſdem magnitudines ſine adminiculo numerorum per obſeruationes tantùm explorare. Explicauimus alibi quo dimetiendi modo æqualem in terra longitudinem pręfixæ altitudini, conſtituto eodem à baſi interuallo, liceat obſeruare, hinc nobis innoteſcit diſtantia loci obſeruationis ab inquiſitæ latitudinis linea, ſi dimenſi fuerimus extremæ huius longitudinis partis ab eodem obſeruationis ſigno interſtitium. Si ergo in quacunq; plana ſuperficie rectilineum aliquod ſpacium ſub eodem angulo, quo obſeruata apparuerit latitudo, ad eandem diſtantiam inſpexerimus, conſtabit quæſtioni ſatisfactum eſſe. Nam id præſcriptæ latitudini exquiſitè adæquari neceſſarium fuerit. Sit ergo ex d loco obſeruata latitudo a b c in ſublimiori ſuperficie, ſub angulo a d c, cuius baſi l πρὸς ὀρθὰς d l occurrat, vt b l ſit perpendicularis in eandem ducta, quæ connectantur recta d b, & hęc ſit ad rectos angulos ipſi a c. Et conſtituatur ad alteram partem angulo l d b ęquales l d m. Porrò m & d ſigna recta connectantur. Et ad quantitatem m d recta k g πρὸς ὀρθὰς in ipſam f m deducatur. Deinde per obſeruationē deprehenſus ſit angulus f k h æqualis ipſi a d c, & d a c ipſi k f l, tum aſſeueramus ipſum f h inquiſitæ a b c latitudini adæquari. Cum enim trianguli orthogonij b l d acutus angulus l d b, ſit æqualis alterius trigoni rectanguli

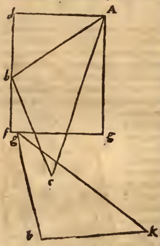
guli



guli m l d angulo l d m, ęquatur etiam l b d ipſi l m d angulo, quibus idem latus, l d ſubtenditur. Ergo per 26 primi Elementorum, reliqua latera efficiuntur reliquis lateribus ęqualia, nimirum l b ipſi l m & b d ipſi m d. Sed æqualem huic conſtituimus g k. Quare g k ęquatur ipſi b d. Porrò cum angulus f per hypotheſin ęqualis ſit a, quibus ęqualia g k & d b latera ſubtẽduntur, tum g & b ſint recti per eandem 26 primi æquatur f g ipſi a b. Conſtat etiam per 32 primi Elementorum cum anguli f & k ſint æquales ipſis a & d reliquũ h angulum reliquo c æqualem conſtitui. Ergo per eandem 26 primi b c adæquatur g h. Quare manifeſtum eſt totam f g h inquiſitę a b c latitudini ęqualem effici, id quod hîc nobis erat demonſtrandum. His etiam adhuc faciliorem obſeruandi rationẽ ſubnectere placet. Tantùm hîc propoſitæ latitudinis extremitates vnà cum ſpacio in terra rectilineo ex duobus locis exquiſitè ſub iiſdem angulis qui ad vtranq; partem rectum conſtituant, intuebimur. Quo conſtituto, aſſeueramus longitudinem itineris inter loca obſeruationum interceptam inquiſitæ latitudinis quantitati adæquari. Ergo deſignatæ latitudinis a & b fines vnà cum d ſigno ex c loco inſpiciantur ſub angulo recto a c d. Ex hoc loco progreſsi in d obſeruemus c a & b ſigna ſub angulo c d b, qui priori ſit æqualis, ſimiliter & angulus a d b ipſi a c b, cum ipſam c d rectam æqualem eſſe dicimus a b latitudini inquiſitæ. Cum enim rectę a c & b d incidentes in ipſam c d interiores angulos duobus rectis æquales efficiãt, per 28 primi Euclidis parallelas eas eſſe conſtat, ſed etiam æquales eſſe neceſſariũ fuerit. Si enim non ſint, maiorem fingamus d b ipſa a c, cui ęqualem abſcindamus d f & c f ſigna rectæ connectantur. Cum ergo trigoni rectanguli c d f recta ſit ęqualis a c lateri, & vtriq; cõmunis c d baſis, per proceſſum 47 primi Euclidis, ęquatur hypotenuſa c f ipſi d a. Igitur per 5 ſexti æquiangulum eſt triangulum c d f ipſi a c d, & ęquales anguli, ſub quibus ęqualia latera ſubtenduntur, videlicet angulus f c d, angulo a d c. Quare cum ſint ęquales a c d & f d c ſublatis hinc ęqualibus, remanebit angulus f d a ęqualis ipſi a c f. Sed antea per hypotheſin angulum a c b ęqualem fecimus f b a. Ergo a c b pars ęquatur toti a c f, id quod fieri non poteſt. Aequales igitur a c & b d fateri oportet. Cęterùm faciliore etiam demonſtratione idem licet confirmare. Cum enim anguli a c d & b d c ſint recti, ex quibus ęquales partes a c b & a d b ſint deſumptę, ſequitur remanentes b c d & a d c portiones inter ſe æquari. Ergo per 32 primi Elementorum c a d ęqualis eſt c b d angulo. Et his eadem baſis c d ſubtenditur. Quare per 26 primi Elemẽtorum c a adæquatur d b. Hinc per 33 primi eorundem Element. a b & c d ęquales eſſe concludimus. Id quod demonſtra-



tione aperiendum erat. Hactenus earum latitudinum dimenſiones explicauimus, quæ planæ Finitoris ſuperficiei ſunt parallelæ: ſequitur nunc, vt inueſtigemus, quomodo liceat obliquiores, quę in libellam incidunt, magnitudines explorare. Hanc ad rem conducent nobis antegreſſæ propoſitiones. Nam conſtitutis obliquæ magnitudinis finibus, obſeruabimus eos per inſtrumentum, vt cõſtet ſub quanto appareant angulo ex præfixa nobis meta. Si inde adminiculo precedentium demonſtrationum quanto huius metæ locus interuallo ab ſit ab vtroque fine exploratum habuerimus, reliquum operis iuxta ratiocinationẽ 49 primi Regiomontani, aut facilius ac ſimplicius in plana terrę ſuperficie per 7 primi Euclidis abſoluemus. Nihil enim aliud facto opus fuerit, niſi vt inclinato in planum inſtrumento, obſeruemus duo ſigna, quorum ſit æqualis ab obſeruationis loco diſtantiæ, finium conſpectæ longitudinis à præfixa meta interuallis. Quo conſtituto neceſſarium fuerit ſignorum interſtitium inquiſitæ magnitudini adæquari. Quod ſi præfixæ magnitudines in ea apparentis ſuperficiei latera inciderint, quę rectũ angulum ambiant per 47 primi Elementorũ licebit idem operis expedire. Sit ergo in ſuperficie d a f g ad perpẽdiculum erecta, metienda nobis obliqua magnitudo a b ex c loco. Primùm hîc obſeruamus angulum b c a, inde per præmiſſas b c & a c diſtantias. Quoniam ex his cõſtant trianguli b a c duo latera b c & a c datum b c a angulum ambientia per 49 primi Regiomõtani reliquum latus a b colligetur. At loco extremitatum a & b in inferiore ſuperficie conſpecta ſint iterum g & h ſigna, ſub angulo g h æquali b c a, ita vt interuallum g a k ſit ęquale a c & h a k ipſi b c, tum neceſſarium fuerit per 4 primi Elementorum interſtitium g h æquari b a inquiſitæ magnitudini. Sed eandem b a licebit adhuc alia ratiocinatione inuenire. Cùm enim incidat a b in latera f d & a d quæ in d ſigno ad rectum angulum concurrũt, trigonus b d a orthogonius efficitur. Quare ſi dimenſi fuerimus, vt in antegreſſis propoſitionibus explanauimus b d & a d latera per 47 primi Elementorum a b colligemus, id quod demonſtrandum erat.

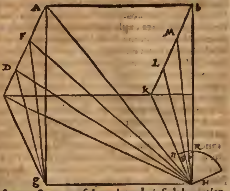


PROPOSITIO LXXX.

Dimenſiones Pyramidum & aliorum corporum, quæ in ſublimioribus locis conſiſtunt.

Onſiderabimus etiam quibus dimenſionum modis ſublimiores altitudinum partes, vt pyramidum & aliorum corporum, quæ ornatus cauſa con ſtruuntur, ſimpliciſsimè explorari poſsint, vt hinc induſtrius architectus ex inferiore plano ſingularum in apparenti ſuperficie partium magnitudines iuxta exquiſitam ſymmetriam obſeruatas adumbrare, aut æquales alibi conſtituere poſsit. Quantum verò ad explorandas latitudines attinet, id alibi nobis pertractatum eſt, nunc tantùm in inquiſitione particularium altitudinum occupabimur. Atq; hîc ſcire licet facillimè nobis omnes earum obſeruationes expediri poſſe,

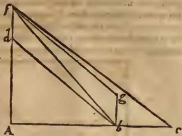
poſſe, ſi modò ſupremæ in oblata ſuperficie altitudinis dimenſio fuerit anteгreſſa. Nam hoc conſtituto, cum inferiores magnitudines explorare decretū fuerit, tantùm inclinata mobili regula diligenter obſeruabimus, quibus in partibus, dum per pinnacidia præfixæ quantitatis fines intuemur, ſecuerit ſinum rectum eius anguli, ſub quo maxima apparuerit altitudo. Ex his manifeſtè conſtabit eandem eſſe rationem portionis ſinus recti inter ſectiones obſeruationum concluſæ, ad inquiſitam altitudinis partem, quæ eſt ſinus totius ad totam exploratæ altitudinis quãtitatem. Quare per canonem proportionis, cum tres magnitudines ſint notæ, quarta in lucem prodibit. Cæterùm hîc meminiſſe oportet, vt vbiq; à baſi altitudinis prɇfixæ ɇquali abſimus interuallo, ſi enim propius acceſſerimus eadem magnitudo exploratæ altitudini, ſub maiori angulo περὶ τὴν ὄψιν apparebit, ſin longius receſſerimus ſub minori. Idem euenire neceſſarium eſt, cùm viſus radij obliquè, hoc eſt non ad rectos angulos in eãdem ſuperficiem inciderint. Nam partes remotiores, etſi cum alijs ſɇpe eandem obtineant quantitatem, ſub minoribus tamen angulis conſpiciuntur. Atq; hac ratione contingit, vt ex vnico tantùm loco, tanquam centro ſingulas altitudines, in quas obliqui ad ſuperficiem radij deferuntur, obſeruare non conducat. At huic difficultati commodiori ratione obuiam ire licet, ſi æquidiſtantem præfixæ ſuperficiei baſi in plano lineam duxerimus. Ex hac protrahemus rectas, quæ ſibi inuicem æquidiſtantes in perpendiculares metiendarū altitudinum πρὸς ὀρθὰς incurrãt. Has omnes inter ſe ɇquales eſſe conſtat. Quare ſub ijſdem angulis eɇdem magnitudines vbiq; apparebunt, & exploratæ altitudinis quantitatem reliquis omnibus eadem ratione accommodare licebit. His conſtitutis, duplici via conſpectarum altitudinum quantitates aſſequemur, aut iuxta canonem proportionis, vt paulò ante admonuimus, aut ex obſeruatione ſpacij rectilinei in plana ſuperficie, quod exploratæ ſit altitudini æquale. Conſtituta enim ab eodem ſpacio æquali diſtantia, quæ ad obſeruationes vſurpata fuerit, per ſingulas ſinus recti ſectiones, prout cõſpectis altitudinum partibus aſsignatæ ſint, rectas lineas extendemus. Tùm extemplò omnes cõſpectarum partium magnitudines, quantæ fuerint in apparenti ſuperficie, innoteſcent. Atq; hæc eſt expeditiſsima ac facillima cõſpectarum in altitudinibus partium quantitates explorandi ratio. Interim hîc diſcentes nouerint fieri tamen poſſe, vt ex vno tantùm loco omnes obſeruationes abſoluantur, modò vbiq; totius ad baſin vſq; altitudinis quantitas conſtiterit. Sed hanc longiori inquiſitione per dimẽſionem diſtantiɇ & anguli altitudinis explorare oporteret. Statuamus ergo erectam ſuperficiem a b c k, cui baſis k c & eidẽ παράλληλα g h. Ex h ſigno πρὸς ὀρθὰς recta extendatur in k, quæ ſit diſtantia loci obſeruationis à baſi. Et appareat explorata altitudo k b



ſub circumferentia n k, cui ſinus rectus n o r ſubtendatur. In ipſa k b metien-

da ſit quantitas m l, quæ conſpiciatur ex parte ſinus recti o p. Id efficiemus ſi conſtiterit eandem eſſe rationem n r ad o p, quæ eſt k b ad l m. Primò cum c r n, & b k πρὸς ὀρθὰς in eandem k h baſin deſcendant, cõſtat eas per 28 primi Euclidis eſſe parallelas, in quas omnes incidentes lineæ angulos interiores & ex aduerſo oppoſitos efficient æquales, videlicet angulum k b h ipſi n r h, k m h, ipſi n p h &c. Et quorum baſes ex aduerſo cõſiſtunt eundem angulum apud h cõmunem habent. Ergo ijdem ſunt æquianguli, & quæ circum æquales ſunt angulos proportionalia habentur latera. Igitur eſt eadem ratio k l ad n o, l m ad o p, & m b ad p r, & per 11 quinti k b ad n r. hinc per 16 quinti eadem eſt n r ad o p, quæ eſt k b ad l m. Ex his cognoſcuntur tres o p, n r & k b. Quarta igitur l m non latebit. Eodem modo licet inuenire k l & m b partes. Iterum altitudinis a c obſeruandę ſint partes d f & c d. Conſtituemus igitur à c æqualem diſtantiam ipſi k h, quæ ſit c g. Cum iam angulus a c g ſit rectus, in altitudine a c ſub ijſdem angulis ex g obſeruantibus offerentur ęquales magnitudines conſpectis ex h partibus ipſius k b. Quare ſinus recti, qui æqualibus angulis in g prætenduntur, eaſdem habebunt ad ſimiles quantitates rationes. Ergo eadem ratione per collationem ſinuum, qui æqualium ſunt angulorũ in g ad ſinum, ſub quo fuerit tota k b conſpecta magnitudines partium c d & d f colligentur. At manifeſtum eſt, cuius antea mentionem fecimus, ſingulas obſeruatarum magnitudinum facilius in alia ſuperficie poſſe explorari. Si videlicet in ea ſtatuerimus æqualem triangulum ipſi b k h, & per obſeruata ſinus ſegmeuta, vt hic o p rectas in baſin anguli k h b extenderimus. Cæterùm nunc deinceps videndum nobis eſt, an ex h per ratiocinationem altitudinis eiuſdem k b eiuſdem ſinus n r liceat in ipſa c a veras partiũ, vt d f & c d magnitudines explorare. Primò conſtat interuallum à baſi h c longius eſſe h k. Quare in a c altitudine partes, quæ ex h conſpiciuntur, non ſunt æquales ijs, quæ in b k ſub ijſdem angulis apparerent. Nam angulus a h c minor eſt k h b, quare ſinum etiam variari neceſſe eſt. Conſtat igitur ex h in vtraq; b k & a c magnitudine eadem ratione partes intermedias explorari non poſſe. Interim paulùm variata ratione ex h licebit partes f d & d c ratiocinari. Si videlicet conſtiterit a c alritudo, cuius hic certam ad b k rationem non aſsignamus. Inde per antegreſſas demõſtrationes conſtat eandem eſſe rationem ſinus anguli a h c ad a c, quæ eſt ſinus anguli f h d ad ipſam f d partem. Idem ſtatuendum eſt de reliquis c d & f a partibus. Porrò cùm nihil obſtet, quominus eundem finem varijs rationibus conſequamur, alias adhuc eaſdem magnitudines explorandi demonſtrationes contexemus. Ac deinceps inueſtigabimus, quomodo ſine dimenſione totius altitudinis ſupra baſin pręfixa ſegmenta liceat obſeruare. Id quod efficiemus in eum, qui ſequitur, modum. Ex conſtituto loco primùm inſtrumento obſeruabimus vtrumq; angulum, quibus extremitates præfixę magnitudinis ſuperiores apparent. Inde regreſsi, ad quantum voluerimus interuallum, ſuperioris iterum partis angulum, quo locum obſeruationis exceſſerit, metiemur. His cõſtitutis, quomodo præfixa innoteſcat magnitudo, ex ſequenti demonſtratione euidentius intelligetur. Ac ſcire licet tãtùm hac parte explorata, per præmiſſas ἀναλύσεις totam vſq; ad baſin altitudinem vice verſa colligi poſſe. Conſtituamus ergo altitudinis a f ignotæ metiendam eſſe partem d f. id quod efficiemus, ſi ex b loco conſpectis d & f extremitatibus, innotuerint anguli f b a & d b a. Deinde ex b retrocedentes in c ex ſolius f ſigni conſpectu deprehenderimus angulum f c a. Nam his ita conſtitutis trianguli b f c relinquetur angulus f b c ſi ipſum f b a exploratum ex duobus rectis ſuſtulerimus. Cum ergo ſit & angulus f c b

notus,



notus,& b d baſin in terra liceat metiri, per 52 primi Triãgulorum quantũ ſit f b latus ratiocinabimur. Iam verò in triangulo d f b angulum d b f, aut ex obſeruatione finium f d, aut ex ſubtractione ipſius d b a ex f b a colligemus. Cum autẽ trigonus d a b ſit ὀρθογώνιος, cuius alter acutorum d b a cõſtet, reliquus a d b non latebit. Et hic ſublatus ex duobus rectis, reſtituit exteriorem f d b angulum. Quare per 4 ſecũdi Regiomontani f d latus innoteſcet, quod explorare oportebat. His confirmatis, manifeſtum per antegreſſas ἀποδείξεις ex dimenſione partis f d & angulorum f b d, & d b a reliquum totius altitudinis ad baſin d a facillimè inueniri poſſe. Sed etiam ſcire licet, id quod ſæpius demonſtratum eſt, linearum f b & hinc deinceps d f magnitudines ſine ratiocinatione propoſitionum deprehendi poſſe, ſi videlicet æquales in alia ſuperficie triangulos ipſis f b c & f b d conſtituerimus. Porrò hîc inueſtigare placet, qua ratione fieri poſſit, vt ſimpliciter etiã per alteram obſeruationem æquale ſpacium præfixæ magnitudini in plano deprehendamus. Id quod non minus expeditè licet abſoluere, ſi ad eandem obſeruationis lineam per obſeruationes æquiangulum ſtatuerimus trigonon. Exempli gratia cum in b obſeruatus ſit angulus f b d & hinc deinceps, vt ſuperius patuit, innoteſcant reliqui f d b & d f b, extendemus in ſubiecto plano ex b rectam lineã verſus g, ita vt æqualis fiat angulus f b g, ipſi d f g quod obſeruatione experiemur. Dehinc explorabimus inſtrumento, in qua parte huius rectæ f & b ſigna appareãt ſub angulo æquali f d b, vt hic in g ſigno cõſtituimus. Quibus exploratis, dicimus b g rectam inquiſitæ f d magnitudini adæquari. Cum enim duo anguli b & g trigoni b f g ſint æquales viciſſim duobus d & f alterius d b f trigoni angulis, & iiſdem g & d idem latus f b ſubtendatur, per 26 primi Elementorum reliqua latera ſunt reliquis lateribus æqualia. Conſtat ergo ex dimenſione b g rectæ æqualem ipſi f d magnitudinem inuentam eſſe, id quod hîc demonſtrari oportebat.

PROPOSITIO LXXXI.

De metiendis altitudinibus, quarum ſupremæ tantùm partes appareant.

SImpliciſsimas metiendarum altitudinum rationes præmiſsis demonſtrationibus explicauimus: ſequitur nũc, vt alias etiam paulò operoſiores, quæ videlicet numerorum ratiocinatione abſoluuntur, pertractemus. Ac maximè hîc operam dabimus, vt diſcentes intelligant, quæcunque vel radijs, vel alijs quibuſuis dioptris adſcribuntur, multò facilius & abſolutius Quadranti congruere: vtque rem ipſam ſtatim perſequamur, ſcire licet duabus obſeruationibus ſuperius apparentis partis, quæ in eadem recta linea conſiſtant, inſtitutã quæſtionem ſolui. Cum enim ex his offerantur duo anguli, quibus præfixa altitudo obtenditur, manifeſtum erit, qua in parte radius viſus, qui minorem ex his definit, ſinum rectum maioris interſecet. Quo cõſtituto, dicimus eandem eſſe rationem ſuperioris ſegmenti ad totum maioris anguli ſinum, quæ eſt differentia inter obſeruationum loca interceptæ ad totam diſtantiam, quæ eſt à remotiore loco vſque ad baſin inquiſitæ altitudinis. Ex his igitur per canonem pro-

portionis innoteſcit vtrunq; interuallum inter loca obſeruationum & baſin altitudinis concluſum. Quare per alterum obſeruationis angulum, qua ratiocinationis via inquiſita altitudinis magnitudo ſit colligenda, ex antegreſſis demonſtrationibus non eſt obſcurum. At ne hîc diſcentes impingant, ἀπόδειξιν huius rei contexere operæprecium fuerit. Sit ergo in præfixo ædi-



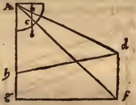
ficio metiendus nobis cathetus d l, cuius ſuperior duntaxat pars d eſt in conſpectu. Fiat autem prima obſeruatio ſigni d ex g. hinc conſtituitur angulus d g l, cui ſinus rectus f k ſubtendatur. Ex g per eandem rectam, quæ ex l g educitur, vſque in a retrocedenti iterum appareat d ſub angulo d a l, vt obſeruationis linea a d ſinum rectum n c, quem eundem eſſe ſtatuimus cum f k, ſecet in d ſigno. Hîc nobis demonſtrandum eſt ſegmentum n b ad totam n c eandem habere rationem, quam obtinet a g diſtantia inter obſeruationum loca concluſa, ad totam a l rectam. Atque vt hanc ἀπόδειξιν commodius extruamus, ducatur ex ſigno g per trigeſimamprimam primi Elementorum parallela g m ipſi a d, quæ ſecat ſinum rectum f k in h puncto. hinc efficitur, vt h k ſit æqualis b c. Conſtat enim per vigeſimamnonam primi Elementorum angulum m g l æqualem eſſe angulo b a l, & vterque a c b & g k h per hypotheſin eſt rectus. Quare cum a c & g k ſint æquales (nam vtraque adæquatur ſinui eiuſdem complementi) conſequitur trigonum a c b æquari trigono g k h, & h k lineam ipſi b c. Iam vero cum παράλληλα ſit g m ipſi a d, erunt partes linearum trigoni d l a, quæ ſectæ ſunt per g m rectam, proportionales per ſecundam ſexti Elementorum. Ex eadem conſtat rationem f h ad h k æqualem eſſe ipſius d m, ad m l. Sed ipſius d m ad m l ratio æquatur a g ad g l rationi. Sequitur ergo per vndecimam quinti Euclidis rationem f h ad h k æqualem effici rationi g a ad g l. Et per coniunctam rationem eandem eſſe f h ad f k totam ipſi a g ad a l. Quare cum n c & f k ſtatuantur æquales, ex quibus æqualia ſegmenta b c & h k deſignantur, reſidua pars b n æquatur f h. Non dubium eſt igitur eandem eſſe rationem n b ad n c, quæ eſt a g ad a l. Sed ipſam a g licet in plana terræ ſuperficie metiri, & ſegmenta n b & b c deprehenduntur ex a b, quę ſecat ſinum rectum n c in b. Si ergo multiplicemus a g in n c, & productum diſtribuamus in ſegmentum n b, ipſa a l diſtantia patefiet. Hîc iam manifeſtum eſt duplici ratiocinatione catheti d l quantitatem colligi poſſe. Cum enim cõſtent rectæ a g & a l vtriuſque differentia g l non latebit. Si ergo quæſito velimus ſatisfacere per ratiocinationem g l, per quartam ſexti Elementorum id expedire licebit. Conſtat enim per eandem triangulos ἰσογωνίους g k f & g l d eſſe æquiangulos, cum eundem d g l acutum habeant communem. Eadem eſt ergo g k ad k f & ipſius g l ad l d. Eodem modo colligemus ex a c, b c, & a l inuentis eandem l d magnitudinem. Id quod hîc nobis demonſtrandum erat.

PROP

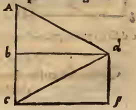
PROPOSITIO LXXXII.

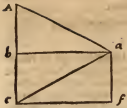
Rationes dimetiendi altitudines ex alijs ædificijs aut turribus.

HIs non inutile fuerit vt ſubnectamus, quibus obſeruãdi modis ex editioribus locis aliorum corporum altitudines liceat explorare. Nec enim ea cõmoditas ſemper occurrit, vt per duas in ſubiecto plano dimenſiones hunc ſcopum attingamus. Primùm igitur inueſtigabimus, vt exploranda ſit quantitas inferioris altitudinis ex alio ſuperiore loco. Id quod, efficiemus commodiſsimè ſi inſtrumento obſeruauerimus angulum, ſub quo aſpectæ altitudinis fines apparuerint. Quo conſtituto, ſuſpenſo ad latus quadrantis perpendiculo, vt viſus radium vtrumq; ſecet, apparebunt per 4 ſexti Elementorum duo trigoni æquianguli, ex quorum proportione inquiſita colligetur altitudo, vt ex ſequenti demonſtratione euidentius innoteſcit. Statuamus ergo in eandem baſin g f maiorem altitudinem a g, minorem d f, cuius quantitas ex a ſit exploranda. Et appareant d f fines ſub angulo f a d. hîc in Quadrante notabimus, aut per mobilem regulam, aut expanſis ex a centro filis, ſitum radiorum viſus a d & a f. Quos inſuper ſecabimus demiſſo b c perpendiculo ad quamcunq; partem voluerimus. Erit ergo triangulus b a c æquiangulus ipſi f a d. Nam b c & d f ſunt perpendiculares & parallelæ. Quare angulus a b c eſt æqualis ipſi a d f, & a c b ipſi a f d. Hinc per quartam ſexti Elementorum latera, quæ circum æquales angulos, ſunt proportionalia. Sed latera trigoni a c b expanſo circino facilè patefient, a f verò ex angulo g a f, & quantitate lateris g a, vel g f per ratiocinationem 29 primi Triangulorum.

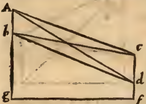


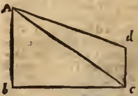
Cum ergo ſit eadem ratio a c ad c b, quæ eſt a f ad f d, ex quibus magnitudinibus tres ſunt inuentæ, per canonem proportionis f d altitudo inquiſita in lucem prodibit. At eandem f d magnitudinem adhuc alio ratiocinio placet inueſtigare in hunc modum. Obſeruatis ex a finibus d & f ſub angulo f a d, infra ſignum a, ex quacunq; ipſius a g parte fuerit opportunum, vt hîc in h conſtituimus, iterum intuebimur d & a ſigna, vt conſtet quantus ſit angulus a h d, ſub quo d & a appareant: hoc conſtituto, ipſum latus a d per 4 ſecundi Regiomontani ratiocinabimur. Conſtat enim in triangulo a d h angulus a h d, ſed & h a d, ſi angulo c a b reſiduum g a f, qui facilè colligitur ex reſiduo circumferentiæ, quod inter c & baſin Quadrantis concluditur. a h verò demiſſo perpendiculo licet metiri. hinc ipſum a d latus patefiet. Cæterùm ipſam f a rectam, eadem, quæ paulò ante præſcripta eſt, ratione metiri oportebit. Inuentis ergo triangulis a f d, angulo f a d vnà cum duobus a f & a d lateribus, per quadrageſimamnonam primi Triangulorum d f quæſita magnitudo patefiet. At vice verſa ex minore f d altitudine obſeruanda nobis ſit c a ſublimior. Primam hîc obſeruationem ex d faciemus, vt ex conſpectu c & f ſignorum innoteſcat angulus c d f, & ex intuitu c & a, reliquus c d a. His conſtitutis ſi ipſam d f, aut c f notam habuerimus, ipſa c a non latebit. Etenim per 29 primi Triangulorum propter angulum c d f deprehenſum





& alterum ex lateribus rectũ angulum ambientibus cognitum ὑποτείνουσα c d innoteſcit. Cum autem alibi conſtitutum ſit a c & d f eſſe παραλλήλας in quas c d recta incidit, cõſtat per 29 primi Elementorum angulum a c d æqualem eſſe c d f. Sed ipſe c d f per obſeruationem eſt notus. Quare trigoni c a d inuentis a c d & a d c angulis noto c d lateri incumbentibus, per 4 ſecundi Regiomontani a c latere non poterit. At eandem a c adhuc compendioſiore via inueſtigabimus. Si enim ex d æquidiſtantem ipſi f c in a c extenderimus, quæ eidem in b πρὸς ὀρθὰς occurrat, obſeruabimus duntaxat angulum a d b, quo nimirum locus a ſitum c excedere conſpicitur. Primò conſtat b d æqualem eſſe c f, quare hac deprehenſa etiam illa cognoſcitur. Hinc per 29 primi Regiomontani ipſa a b altitudinis differentia patefiet, cui ipſam d f notam, ſi iunxerimus tota a c altitudo conſurget. Porrò hic meminiſſe oportet ſæpius vſu venire, vt ex alijs locis non totius altitudinis præfixæ fines, ſed pars aliqua ſublimior, duntaxat in conſpectu ſit. Quamobrem etiam inueſtigabimus qua metiendi ratione conſpectam illam partem liceat explorare. Sit ergo maior altitudo a g, minor f c, cuius ſuperior pars c d duntaxat, ex locis a & b appareat. Ex a quidem ſub angulo d a c, eodem in loco ex conſpectu b & d offeretur angulus b a d, & ex b c angulus b a c. Inſuper cũ ex b intuemur a & c innoteſcit angulus a b c, cum a & d, ipſe a b d. Si ergo demiſſo perpendiculo explorauerimus ipſam a b demonſtrabimus a c & a d latera inueniri poſſe. Etenim triãguli a c b deprehenſi ſunt anguli b a c & a b c, qui noto b a lateri inſident. Quare per 4 ſecundi Triangulorũ ipſum a c ratiocinabimur. Eadem ἐφεξῆς cum trigoni b d a innoteſcant anguli a b d & b a d, a d latus patefiet. Sed antè angulum d a c exploratum eſſe conſtituimus. Ergo per 49 primi Triangulorum c d pars altitudinis inquiſita in lucem prodibit. Si nunc tandem oſtenderimus, quomodo vice verſa ex inferiore altitudine, quæ tantùm aſpectum admittat in ſupremam ſublimioris loci partem, vtriuſq; magnitudinis differentia ſit ratiocinanda, huius tractationis finem faciemus. Igitur ex minoris altitudinis c d baſi & ſupremo d ſigno ſublimioris b a magnitudinis duntaxat appareat a ſummum faſtigium. Primũ hic ex c intuenti a & d ſigna offertur angulus a c d, ita ex d aſpicienti a & c innoteſcet angulus a d c. Quare explorato c d latere, per 4 ſecun. Triangul. colligetur a c ὑποτείνουσα, quæ rectum a b c angulum ſubtendit. Sed & angulus a c b innoteſcit ex complemento ipſius a c d. Ergo per 29 primi Triangul. a b in lucem emerget.



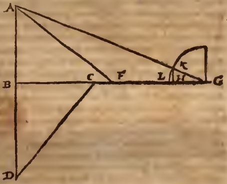


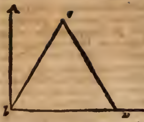
PROPOSITIO LXXXIII.

Quibus dimenſionibus diſtantię locorum à conſpectis altitudinibus explorandæ ſint.

Hactenus

HActenus varias ac multiplices metiendarum altitudinum rationes explicauimus: nunc inuerſo ordine per obſeruatas earundem quantitates baſium interualla, quibus à locis obſeruationum, aut alio quouis ſitu, ex quo ſummitates conſpici poſsint, diſtiterint, inueſtigabimus. Prima ac ſimpliciſsima harum dimenſionum ratio officio 26 primi Elemẽtorum abſoluetur. Nam obſeruata per inſtrumentum circumſerentia, quæ cognitæ obtenditur altitudini, ſi rectilineum aliquod ſpacium in terra eiuſdem quantitatis, iterum ſub ea intueamur, conſtabit huius obſeruationis locum eodem interuallo remotum eſſe à præfixo ſcopo, quo baſis altitudinis conſpectæ à conſtituto loco diſtiterit. Per ratiocinationem verò, ſi conſtitutum ſit eandem longitudinem interualli colligere, commodiſsimus fuerit vſus 4 ſexti Elementorum. Nam quę eſt ratio exploratæ altitudinis ad inquiſitam loci ab ea diſtantiam, eadem efficitur ſinus recti, qui ſubtenditur ei angulo, qui ad præſcriptum locum eidem altitudini præfigitur, ad ſinum rectum anguli cõplementi. Sit ergo nobis explorata altitudo b a, à cuius baſi b metiẽdi ſint f & g ſignorum diſtantiæ. Ac quo primùm inueniamus b f, deſignemus rectilineum ſpacium b c æquale ipſi a b. Conſpiciatur autem a b ex f ſub angulo b f a. & inſtituatur proceſſus ex b in d, ex quo ſigno appareant b & c fines ſub angulo b d c, qui ſit æqualis ipſi b f a. Hinc aſſeueramus ipſam b d æqualem eſſe b f inquiſitæ diſtantiæ. Nam primò angulos a b f & d b c rectos conſtituimus. Et alter acutorum a f b, eſt ęqualis b d c, quibus æqualia latera, a b & b c prætenduntur. Ergo per 26 primi Euclidis b d adæquatur b f, id quod demõſtrandum erat. Nunc ad ſecundam obſeruationis rationem tranſeamus, cuius adminiculo inuenienda nobis ſit b g diſtantia. Appareat autem a b ſub circumferentia l k, cui ſubtenditur ſinus rectus k h, tum h k eſt ęqualis ſinus complementi. Manifeſtum eſt hîc triangulos a b g & k h g eſſe æquiangulos, cum b & h ſint recti, & vtriq; communis a g b. Quare per 4 ſexti Euclidis eadem eſt ratio k h ad h g, quę eſt a b ad b g. Ex his magnitudinibus tres innoteſcunt. Nam k h per obſeruationem conſtat & h g per ſinum cõplementi & a b per hypotheſin. Ergo b g latêre non poteſt. His demonſtrationibus ſatis conſtat, quomodo ex conſpectis altitudinibus à baſibus locorum interualla ſint exploranda: ſupereſt nunc vt inquiramus, qua ratione eaſdem quãtitates ſine obſeruationibus anguli, cui ipſæ altitudines prętenduntur, liceat metiri. Vt hunc ſcopum attingamus, plurimum nobis conducet vſus trianguli iſopleuri. Si enim ipſam baſin, cuius inquiritur diſtantia, vnà cum altero ſigno bis conſpexerimus ſub angulo 60 partium, conſtabit ſignorum intercapedinem inquiſito æquari interuallo, vtq; euidentius id oculis intueamur, figuram ſubijciemus. A baſi altitudinis ignotæ a b metienda ſit diſtantia b d. ergo ex d fiat obſeruatio locorum b & c ſub angulo, qui conſtat ex triente duorum rectorum. Sub eodem angulo ex c inſpiciantur b & d, hoc conſtituto, dicemus c d interuallum ipſi b d rectæ æquale effici. Cum enim

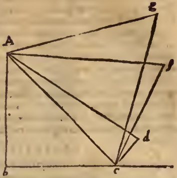




per 32 primi Elemētorum trigoni b c d tres anguli duobus rectis ſint æquales, ex quibus c & d collecti beſſem conſtituent, reliquum c b d, trienti etiam æquari oportet. Quare triangulus b c d per 6 primi Euclidis eſt ἰσόπλευρον. Atq; ita conſtat ex dimenſione lateris c d ipſa b d inquiſita diſtantia. Hac dimetiendi ratione licebit vti, quoties ex ipſis locis in baſes altitudinum proſpectus pateat: verùm ſæpenumero contingit, vt diſtantiarum itinera ædificijs aut montibus ſint obſtructa, quominus ex conſpectu baſis rem abſoluere poſsimus. Quare nobis hîc aliud conſilium eſt inquirendum, cuius ductu per aliam viam eundem finem conſequamur. Huic noſtro inſtituto commodiſsimè iterum inſeruient trianguli ἰσόπλευροι & æquicrurij, & ſi quolibet triangulorum genere hîc vti poſsimus. Ergo cum inueſtigare voluerimus cuiuſcunq; loci à præfixæ altitudinis baſi interuallum, aſſumpto inſtrumento obſeruabimus apparentem eius partem, & aliud quoddam in plana terræ ſuperficie ſignum, vt in antegreſſa propoſitione ſub triente ex duobus rectis. Ex hoc loco per deſignatam in plano rectam digrediemur ad eam vſq; diſtantiam, vt eadem conſpectæ altitudinis pars, & prioris obſeruationis locus iterum ſub triente appareant. Conſtabit hinc obſeruationum interuallum æquale eſſe hypotenuſæ, quæ ſubtenditur recto angulo ab altitudine apparente & inquiſita à baſi diſtantia complexo. Hoc abſoluto, ſi obſeruauerimus acutum angulum, cui altitudo conſpecta prætenditur, applicabimus has dimenſiones, vt alibi nobis explicatum eſt, planæ terræ ſuperficiei, videlicet, vt ſpacium aliquod rectilineum ſub æquali acuto, qui antea fuerit obſeruatus, angulo intueamur, rectum ſubtendente pari linea exploratæ hypotenuſæ. His conſtitutis, metiemur quantitatem eius lateris, quod ex obſeruato angulo πρὸς ὀρθὰς in ſpacium rectilineum incurrit. Nam id inquiſitæ oportebit æquari diſtantiæ. Cæterùm hîc ſcire licet ſubinde moleſtum aut difficile experientibus futurum propter nimiam hypotenuſæ longitudinem, aut ipſum locorum ſitum, ſi ipſam ex ἰσοπλεύρου conemur obſeruare. Quamobrem hinc ad iſoſcelum triangulum conſiderationem transferemus. Hîc intuebimur ſub acuto angulo apparentem altitudinis partem, & aliud quodcunq; in plano ſignum. Per eandem rectam hinc digrediemur eouſq;, vbi iterum ſub eodem angulo appareat eadem altitudo, & prioris obſeruationis locus. Hinc per 38 primi Regiomontani eam, quę rectum angulum ſubtendit, cōſtituemus notam. Eandem verò hypotenuſam non difficilius inueniemus ex triangulo ὀρθογωνίου ſi priorę obſeruatione facta, per aſsignatam rectam ad tantum loci interuallum digrediamur, vt alterum locum & conſpectę altitudinis partem ſub recto angulo liceat intueri. Tum per 29 primi Regiomontani hypotenuſam colligemus. Supereſt nunc vt ſubiectis figuris demonſtremus. Per obſeruationem altitudinis a b metienda ſit diſtantia b c. Ex c appareant a & g ſigna ſub angulo a c g, qui ſit 60 partium, quarum ſemicirculus continet 180. Sub pari angulo a g c conſpiciantur a & c. his conſtitutis per præmiſſam dicimus c & g locorum interuallum ipſi a c rectæ adæquari. Conſtat enim angulum a reliquis g & c ſigillatim æqualem conſtitui. Ergo per ſextam primi Elementorū g c ipſi a c magnitudine reſpondet. Cum iam trianguli orthogonij a b c hypotenuſa c a conſtet, facilè ex c loco obſeruabimus acutum angulum a c b. Quare ſi in alia plana ſuperficie rectilineum aliquod ſpacium obſeruauerimus ſub angulo ęquali a c b & hypotenuſa recti anguli fuerit ęqualis exploratę a c

rectæ,

recte, manifestũ erit latus illud, quod alteri acuto, videlicet æquali b a c ſubtendetur, ęquale reddi b c interuallo. Iterum intueamur ſub acuto angulo a c f, cuius quantitatem pro arbitrio licet cõſtituere a & f ſigna. Et ęqualis huic ſtatuatur a f c ſub quo appareãt a & c ſigna, tum efficitur triangulus c a f æquicrurius. Nam per ſextam primi Euclidis æqualibus angulis a c f & a f c æqualia c a & f a latera ſubtenduntur. Ergo per 38 primi Regiomontani, cum c f baſin in terra liceat explorare, a c non latebit. Tandem ex d loco appareant ſigna c & a ſub angulo a d c recto, & obſeruetur

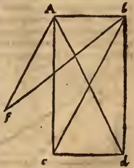


a c d acutus per inſpectionem a d. tum per dimenſionem explorato c d latere, per 29 primi Regiomontani a c hypotenuſa innoteſcet, hinc ad inuentionem b c diſtantiæ eadem via progrediemur, quã paulò ante oſtendimus, aut per eandem 29 primi Regiomontani ipſam colligemus, id quod demonſtraſtratione ratiocinari oportebat.

PROPOSITIO LXXXIIII.

De rationibus dimetiendi quorumuis apparentium corporum interualla.

EXplicabimus nunc ſimpliciſsimas dimenſiones interuallorum, quibus apparentia quęuis loca inter ſe diſtiterint. In hunc vſum maximè nobis inſeruient antecedentium propoſitionum demonſtrationes. Per eas enim loci obſeruationes ab vtraq; meta, quę fuerit nobis præfixa, diſtantiæ obſeruabuntur, inde conſpecto per inſtrumentum angulo, cui inquiſitum locorũ interuallum prȩfigitur, per ratiocinationem 49 primi Regiomontani reliquum operis abſoluemus. At ſcire licet, vt in antegreſsis exemplis oſtẽdimus, has obſeruationes ſimpliciter alicui planæ ſuperficiei, vt innoteſcat æqualis, inquiſitæ locorũ diſtantiæ magnitudo, applicari poſſe. Cæterùm ęqualem huic magnitudinem ex aduerſo etiam deprehendemus, ſi vtrumq; terminũ bis cum alio ſigno, ſub ijſdem angulis, qui rectũ conſtituant, aſpexerimus, cuius rei demonſtrationem alibi cum de metiendis latitudinibus ageremus, contextam reliquimus. Et quãuis hęc per ſe ſatis manifeſta ſint, tamen ne rudioribus aliquis ſcrupulus relinquatur, figuram ſubijcere non pigebit. Conſtitutum ſit ergo metiri diſtantiam locorum a & b ex f ſigno. Primùm obſeruato angulo a f b per antegreſſas propoſitiones metiemur lõgitudines a f & f b. Inde per 49 primi Regiomontani reliquum a b interuallum ratiocinabimur. Sed eaſdem obſeruationes, vt ſæpius antehac explicatum eſt, alij applicare ſuperficiei licebit, videlicet, vt à ſpacio rectilineo conſtituamus ęqualia interualla a f & b f, quę in eo-

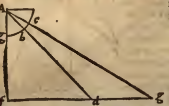


dem puncto concurrant ſub angulo a f b, tum per 4 primi Elemẽtorum eam lineam, quę ſub hoc angulo apparuerit ęqualem effici a b neceſſarium fuerit. Iterum per alias obſeruationes exploranda ſit ęqualis magnitudo ipſi a b diſtantię. Primùm ergo ex c intuebimur a b ſub angulo a c b, & b d ſub angulo b c d, qui collecti rectum conſtituant. Hinc in d progreſsi obſeruabimus iterum a b ſub angulo a d b, qui ſit ęqualis ipſi a c b, & a c ſub altero a d c, qui adęquatur ipſi b c d. hinc & totũ b d c angulum toti a c d ęqualem eſſe conſtat. Inde per dimenſiones explorata c d inuẽta fuerit a b magnitudo inquiſita. Cuius demõſtrationem alibi explicatam reliquimus. Ex his quoq; manifeſtum eſt, cum angulus c a b ſit rectus, ex ſola dimenſione c a & anguli a c b in alia ſuperficie, vt iam oſtendimus ex repetitis obſeruationibus ęqualem ipſi a b magnitudinem explorari poſſe, quæ nos hîc admonuiſſe ſufficiat.

PROPOSITIO LXXXV.

Quomodo ex ſublimioribus locis apparentes in ſubiectis planis diſtantias à baſibus liceat explorare.

CVm varias ac multiplices rationes explorãdi locorum altitudines ex inferiori ſuperficie deſcripſerimus, conſultum videtur, vt viceuerſa inueſtigemus quomodo ex ſublimioribus ędificijs, aut turribus apparentium locorũ diſtantias à baſibus liceat obſeruare. Sed hîc meminiſſe oportet, cum ferè contingat ex vnico tantùm altitudinis loco, nimirum eminentiore obſeruationes abſolui, tam multiplices metiendi modos hîc contexi non poſſe, præterea admodum remotas locorum diſtantias incertius hinc colligi, cum exquiſitam altitudinis conſtitutæ rationem ad eaſdem propter uiſus imbecillitatem difficilius deprehendamus, attamen quid ipſa res permittat, conſiderandum hîc nobis eſt. Inprimis exquiſitè huius altitudinis, ex qua fient obſeruationes, magnitudinem aut demiſſo perpendiculo, aut antegreſsis dimenſionibus exploratam habere oportet. Hoc conſtituto per 29 primi Triangulorum, negocium abſoluemus in hunc modum, vbi ad perpendiculum exactè ſuſpenderimus alterum latus inſtrumenti, eleuata mobili regula per διαυγία infixa apparentem locum intuebimur. Hinc nobis conſtabit alter acutorum in trigono rectangulo, cui videlicet inquiſita ſubtenditur diſtantia, quare deprehenſo catheto & illa innoteſcet. Si ergo fuerit angulus obſeruationis æqualis reliquo acuto, etiam quæſitam loci interuallum æquale aſſumptę altitudini efficietur. Eodem modo conſtat ſemper eandem eſſe rationem ſinus complementi ad ſinum huius anguli explorati, quæ eſt altitudinis propoſitæ ad conſpectum loci interuallum. Ex his vel cuiuis manifeſtum eſt noſtras hîc obſeruationes tantùm ijs locorum diſtantijs congruere, quæ non alium ſitum poſsideant, quàm baſis altitudinis, hoc eſt, vt cum ea in libella conſiſtant, quamuis exigua deflexio manifeſtum errorem non pariant. Sit ergo cõſtitutum ex aſſumpta altitudine f a faſtigio a diſtãtias locorum d & g ab f baſi explorare. Primùm applicato inſtrumenti latere a g ipſi a f catheto, cum viſus dirigitur in d & g innoteſcũt anguli f a d & f a g ex ſegmentis g b & g c. Quare cum angulus a f g ſit rectus, & a f perpendicularis nota per 29 primi Triãgulorum f d & f g latera ratiocinabimur. Quòd ſi hîc



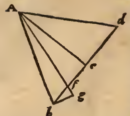
deprehenderimus angulum f a d æqualem ipſi f d a, id eſt, ſi offerretur circumferentia

cumferentia g b 45 partium, quarum totus Quadrans habet 90, ſinus vtriuſq; æquari conſtabit. Quare cum ſit eadem ratio ſinuum inter ſe, quæ eſt ipſorum laterum ad quæ referuntur, ipſam d f æqualem effici f a altitudini ſequetur, De reliquis ſinuum rationibus & diſtantiarũ ad altitudines idem ſentiendum. Cæterùm hîc nobis obſeruare licet, quòd ſi altitudo a f exigua eſſet, & interuallum g f admodum remotum aliquanto certius ex triangulo a d g & a d explorato, quàm ex triangulo f a g ratiocinari poſſe, quia ipſum a d latus & propius & longius reſpectu d g, quàm a f ad eandem magnitudinem exiſtit, idq; non ἀκριβῶς, ſed viſus imbecillitate, qua longiorem f g diſtantiam, non tam exquiſitè aſſequimur. Conſpecto igitur ex a, g loco, cum habeatur angulus f a g, & interior f a d conſtet, vtriuſq; differentia d a g cognoſcetur. inſuper cum ſit angulus f rectus, alter acutorum a d f non latebit, quo ſublato ex duobus rectis, reſtituitur angulus a d g. Trianguli ergo a d g, cum duo anguli d & a ſint noti, ſupereſt, vt aliquod ex lateribus colligamus, quod hîc ſit a d. Huius quantitatem per ratiocinationẽ 26 primi Regiomontani metiemur. Tandem igitur per 4 ſecundi Triangulorum d g colligemus, qua annexa ipſi f d exploratæ, tota f g diſtãtia inquiſita innoteſcet. Porrò hîc manifeſtum eſt, id quod paulò ante aſſeruimus, ipſa d & g loca ab ea, quam baſis f occupat libella, ſi hac obſeruandi ratione placuerit rem expedire, aut nihil aut parum deflectere debere. Si enim aut altius aut inferius conſtituerentur, ipſę diſtantiarũ lineæ in f πρὸς ὀρθὰς non incurrerent.

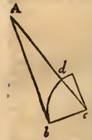
PROPOSITIO LXXXVI.

Quibus dimenſionibus accliuam montis longitudinem liceat deprehendere.

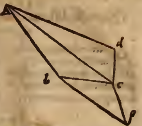
SEquitur vt hîc deinceps inueſtigemus, quibus obſeruandi rationibus accliuam alicuius montis longitudinem liceat explorare. Primò quidem id facilè expediemus, ſi ad ipſam præfixæ magnitudinis rationem pateat acceſſus, per triangulos iſopleuros, æquicrurios, & orthogonios. Videamus ergo quem vſum ad huius problematis ſolutionem triangulus iſopleuros præſtare poſsit. Dicimus hîc obſeruandum eſſe ex infima præfixæ longitudinis parte ſummũ ipſius faſtigium & aliud quoddam in plana ſuperficie ſignum exquiſitè ſub inſtrumenti ſegmento 60 partium, quarum totum continet 90. hinc nobis innoteſcit aliqua portio lateris inquiſiti trianguli. Quare facilè per eandem rectam ad eam vſq; loci diſtantiam procedere licebit, ex qua idem longitudinis faſtigium & conſtitutum ſignum ſub eodem 60 partium ſegmento intueamur. Quocunq; in loco id cõtigerit, eius interuallum à puncto prioris obſeruationis inquiſitæ longitudini adæquari noueris. At maioris facilitatis cauſa per ſolam obſeruationem catheti eiuſdem iſopleuri, qui ſemper ex quolibet æqualium angulorum in aduerſum latus excurrens, exquiſitè in ſemiſſes idem diſtribuit, hoc operis abſoluere licebit. Hunc ſine dubio inueniemus, ſi per eandem rectam, in qua fuerit conſpectum ſignum, eouſq; progrediamur, vbi fines inquiſitæ magnitudinis ſub integra Quadrantis circumferentia apparuerint, huius loci diſtantiam ab antegreſſę obſeruationis ſigno exactè ſemiſſem inquiſiti lateris iſopleuri conſtituere certum eſt. Quare duplum eius integram longitudinis præfixæ quantitatem in lucem proferet. Sit ergo in obiecto monte accliua longitudo b a, quam in inferiori plano libeat explorare. Primùm ex b radice appareat a faſtigium, & inferius f ſignum ſub angulo a b f, qui ſit partiũ 60. hinc per eandem b f rectam progreſsi vſq; in d, conſpiciantur a & f ſub angulo a d f æquali a b f. Tum aſſerimus diſtantiam locorũ b & d æqualem



eſſe inquiſitæ b a longitudini. Cum enim per 32 primi Element. 3 anguli b, a, d conſtituant duos rectos, ex quibus vterq; b & d triẽtem abſumit, tertio a etiam tantùm relinquitur. Eſt ergo triangulus a b d iſopleuros. Quare ex dimenſione interualli b & d quæſita magnitudo b a innoteſcit. His demonſtratis videamus, quomodo ex obſeruatione catheti eundem ſcopum liceat cõſequi. Conſtituto igitur angulo a b f, per eãdem b f rectam progreſsi in c, appareant ex eo loco b & a ſub angulo a c b recto, tum dicimus b & c diſtantiam ſemiſſem eſſe totius b d. Cum enim angulus a c b ſit rectus perpendicularis eſt a c ipſi b d. Sed eandem latus iſopleuri, cui inſidet, inęqualia ſegmẽta diuidit. Nam duo latera b a & a d ex hypotheſi ſunt ęqualia, & angulus a b d ipſi a d b. Quare per 26 primi Elemẽtorum c d adęquatur b c. Eſt ergo b c ſemiſsis b d quod demonſtrandum erat. Porrò ex æquicrurio trigono eandem magnitudinem inueniemus, ſi diſtantiam duorum ſignorum, cuius quantitatem pro arbitrio ſtatuemus, ſub duobus duntaxat æqualibus angulis obſeruauerimus. Exempli gratia, idem faſtigium a & ſignum g ex b loco appareat ſub eodem angulo a b g, ſub quo ex g, a & b, vt eſt a g b: tum explorata per dimenſionem b g diſtantia, per ratiocinationem 38 primi Regiomontani b a latus colligetur. At conſideremus etiam, quomodo duntaxat adminiculo lateris inſtrumenti ſimiles montium longitudines liceat metiri: quam ad rem maximè nobis inſeruiet vſus trianguli orthogonij. Si enim alterum latus Quadrantis præfixæ longitudinis lineæ πρὸς ὀρθὰς impoſuerimus, & per mobilis regulæ pinnacidia ſupremum faſtigium intueamur, innoteſcet acutus angulus, cui ipſa magnitudo ſubtenditur. Exempli gratia, inquiſitę montis b a longitudini ad finem b impoſitum ſit latus inſtrumenti c b ad angulum a b c rectũ, tum viſus radius ex c in a procedens, cum ſecet circumferentiam in d, ex ſegmento d b innoteſcit acutus angulus a c b. Quare latere c b cognito per 29 primi Regiomontani ipſa b a longitudo colligetur. Hanc obſeruandi rationem ſatis exquiſitam eſſe conſtat, quoties b a intra mediocrem quantitatem conſtiterit, ne viſus in a debilior fiat propter remotius interuallum. Interim hîc ſilentio prætereundum non eſt, quo dimetiẽdi artificio eaſdem magnitudines explorare oporteat, quando acceſſus interclusus fuerit, ex remotioribus interuallis. Ad cuius rei inueſtigationem præcipuè vtemur adminiculo quartæ ſecundi Regiomontani. Per hanc enim primò inueſtigabimus interuallum loci obſeruationis à præfixæ longitudinis inferius apparente fine. Secundò per eandem colligemus quantitatem radij viſus ex eodem obſeruationis loco in ſummum longitudinis faſtigium incurrente, vnà cum angulo, quo ad prædictum inclinatur interuallum. Quæ res vt euidentius intelligatur, demonſtrationem contexere oportebit. Sit ergo metienda nobis accliua in monte longitudo b a ex c loco, quia ad infimam ipſius b partem aditum non patêre conſtituimus. hinc c b fit diſtantia loci obſeruationis ab infima longitudinis parte, & c a radius viſus, quo primum ex c ſub angulo a c b obſeruatur a b inquiſita longitudo: vt ergo deprehendamus quantitatem b c ex c obſeruentur ſigna b & f, vt conſtet angulus b c f, & ex f intueamur b & c, vt inueniatur angulus b f c. Hoc conſtituto, ſi exploremus magnitudinem lateris



nem lateris

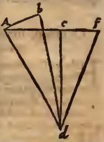


nem lateris c f per 4 ſecundi Regiomontani, ipſum b c interuallum ratiocinabimur. Eadem ratione metiemur latus a c. Nam per conſpectum a & d ex c loco patefit angulus a c d: ex d verò dum intuemur a & c innoteſcit angulus a d c. Quare c d per dimenſionem in terra deprehenſo, per eandem quartam ſecundi a c colligetur. Sed angulum etiã a c b per antegreſſam obſeruationẽ notum effecimus. Ergo per 49 primi Regiomontani a b inquiſitæ longitudinis quantitatem in lucem proferemus. Cæterùm vt rudioribus hîc etiam conſultum ſit, ſcire licet exploratis ea ratione, quam præſcripſimus, triangulorum b c a, b c f, & c a d angulis, & ſingulorum vno latere, obſeruationes alij planæ ſuperficiei, iuxta eandem ſymmetriam (vt alibi nobis explicatum eſt) applicari poſſe. Ita faciliori negocio, b c, c a, & hinc tandem b a colligentur.

PROPOSITIO LXXXVII.

Metiendi rationes uallium ac foſſarum profunditates ex ſuperioribus locis.

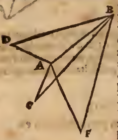
IN antegreſsis demonſtrationibus vbiq; ferè pertractauimus eas metiendi rationes, quibus in ſublimioribus locis conſtitutæ magnitudines explorantur: nunc vice verſa inquirendum nobis eſt, an apparẽtes in inferiore ſitu quantitates ex mõtibus, aut altiore aliqua ſuperficie eadem commoditate liceat deprehendere. In cuius rei inueſtigatione vſitatas nobis hactenus in cõtexendis [illegible] rationes vbiq; perſequemur. Vt ergo inſtitutum negocium ſimpliciter explicemus, primùm omnium ex ſuperioribus locis profunditates vallium & foſſarum alicuius loci ſitum ambientium ratione inueſtigabimus. Per eas verò intelligimus perpendiculares ex infimo apparentis profundi loco vſque in libellam ſuperius conſtituti ſitus aſcendentes. Quæſtionis huius ſolutionem igitur, ita nobis licebit expedire, ſi à latere obſeruationis loci per 4 ſecũdi Regiomontani, decliuam ipſius in profundum longitudinem & quanto ad libellam angulo inclinet exploremus. Ex ſubnexa figuratione manifeſtius hæc innoteſcent. Ex ſublimioribus ergo locis a & f deſcendentes longitudines concurrant in profundo d, quorum deſignatæ f a libellæ perpendicularis occurrat d c, cuius magnitudo hîc nobis exploranda ſit. Ad hoc aſſumemus à latere interuallum, cuius a & b fines rectis lineis ipſi d annectantur. Prima hîc obſeruatione ex a dum intuemur b & d offertur angulus b a d, ſecunda ex b cum aſpicimus a & d patefit angulus a b d. Quare ſi dimenſionibus (quod facillimum eſt) explorauerimus a b latus, per ratiocinationem quartam ſecundi Regiomontani innoteſcet longitudo ex a in d profundum deſcendens. Deinde ſupereſt, vt obſeruemus angulum c a d acutum. Cum igitur per hypotheſin angulus a c d ſit rectus ratiocinio 29 primi Regiomontani c d profunditatem inquiſitam in lucem proferemus.



PROPOSITIO LXXXVIII.

Quanta ſit diſtantia duorum locorum, quæ interiacente profundiore ſpacio diſiunguntur.

ANtecedentem profundi inquiſitionem nucn ſequitur demõſtratio obſeruandi locorum apparentium diſtantiam, quæ altiori cauitate ſunt diſiuncta. Hanc ferè ex iiſdem fundamentis cum ſuperiore, nimirũ ex 4 ſecundi Regiomontani extructam proferemus. Nam duabus duntaxat obſeruationibus hoc operis abſoluemus, vt ex ſequenti figura patefiet. Inter loca b & a intercedat profunditas a f b. Diſtantiam eorum comprehendit a b recta, quæ nobis hîc inquiritur. Ab vtroq; latere ipſius a deſignentur rectę a c & a d, quarum vtriuſq; adminiculo ipſam a b licet ratiocinari. Primùm ex a loco per conſpectum c b offertur angulus c a b, & ex b d ipſe d a b. Eodem modo patefiũt anguli a d b & a c b. Quare ex vtroq; laterum c a & a d per ratiocinationem 4 ſecundi Regiomontani a b cognoſcetur. Si hinc præciſè vtriuſq; altitudinis a & b differentiam placeret inuenire, obſeruandum eſſet quanto angulo b a ad libellam a loci inclinet, tum reliquum operis per 29 primi Regiomontani abſolueretur.



PROPOSITIO LXXXIX.

Angulum profunditatis, quo duo ſeiunguntur loca, inueſtigare.

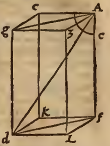
QVi præmiſſas demonſtrationes rectè intellexerit non difficulter inueniet angulum profunditatis, quo apparentia ſuperius loca ſeiungũtur. Tantùm enim hîc opus fuerit obſeruatione anguli, quem vtriuſq; diſtãtia cum deſcendente in profundum longitudine complectitur. Inde per 49 primi Regiomõtani ratiocinationem abſoluemus. Sit enim exempli gratia, in prȩmiſſo ſchemate angulus profunditatis a f b inueſtigandus. Per antegreſſas ἀκριβῶς inuentæ ſunt a b & a f lineæ. Quare ex conſpectu b & f obſeruato f a b angulo per ratiocinium 49 primi Regiomontani ipſum a f b colligemus, id quod oſtendendum erat.

PROPOSITIO XC.

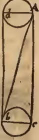
Quomodo anguſtiores profunditates, quæ ad perpendiculum in terram deſcendunt, obſeruare liceat.

PRæmiſſas metiendi profunditates ἀκριβῶς non omnibus terræ cauitatibus propter anguſtiam locorum applicare licet. Nam ſæpenumero tantum interuallum non offertur, vt ex diuerſis locis idem in profundo ſignum liceat intueri. Quare ne hîc ſpe fruſtrati videamur, ad eundem ſcopum alia via contendere oportebit. Atq; hîc ſcire licet nos æqualem in tota cauitate, quæ præceps in terram deſcendat, latitudinem conſtituere. Nam huius ratiocinatione inquiſitam profunditatis quantitatem colligemus. Vt ergo rem ipſam percipiant diſcentes, applicabimus alterum latus inſtrumenti exquiſitè ipſius meatus catheto, & ſublata regula obſeruabimus, qua in parte, poſtquàm aduerſus in inferiore latitudine finis fuerit conſpectus, circumferentiam inſtrumenti ſecet. Hinc nobis innoteſcet angulus trigoni orthogonij, cui ſubtenſa fuerit

fuerit ipſa latitudo obſeruata. Quòd ſi meatus fuerit quadrangularis, vtemur potius tranſuerſa latitudine, cuius euidentior erit ratio ad inquiſitam profunditatem, quàm altera in lateribus conſtituta: ſin autem exquiſitè congruerit circulari figuræ inquiſita diametro, eodem modo negocium abſoluemus. Sit ergo quadrangularis meatus g c a h, qui præceps in terram deſcēdat vſque in partem d k f l. Huius metienda ſit profunditas a f: vt hoc efficiamus conſtituendum eſt latera ſuperioris quadranguli g c a h παράλληλα eſſe lateribus inferioris d k f l & ęqualia. Hoc conſtituto, concinnè accommodato inſtrumenti latere a c ipſi a f catheto, cum radius viſus in d aduerſam partem procedit, ſecatur circumferentia in b. Quare ex b c innoteſcit angulus d a f. Sed angulus d f a eſt rectus. Ergo d f tranſuerſa inuenta, per 29 primi Triangulorum a f colligetur. Illa verò conſtat ex tranſuerſa g a, cui per hypotheſin eſt æqualis: nam duo latera g h & h a ſunt æqualia d l, & l f, & angulus g h a, ipſi d l f. Quare g a explorata, a f cathetum inueniri poſſe conſtat.



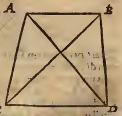
Cæterùm ex lateribus g c & c a eandem a f profunditatem liceret inueſtigare, ſed cum ipſa g a maiorē ad illam obtineat rationē, hunc obſeruandi modum ſequi cōſultius fuerit. Nūc ſimilem dimenſionē profunditatis in rotundo meatu experiamur. Sit ergo præceps meatus a d, b c, cuius ſuperior a d cauitas exquiſitè inferiori adæquatur. Exploranda nobis hîc erit profunditas a c. Primùm ergo ex a loco, eodem modo vt ſuperius, obſeruabimus aduerſam inferioris latitudinis b partē, hinc innoteſcit acutus angulus b a c & ipſe b c a per hypotheſin eſt rectus. Quare latere b c explorato, c a facilè inuenietur. Sed ex hypotheſi æqualis eſt d a ipſi b c, & illam ſuperius facilè metiri licet, aut ex nota circumferētia iuxta artificium circuli, quo Archimedes proximè dimetientis ad ipſam colligit rationem, aut facilius ducto per medium filo d a, quod in ſemiſſes totum circulum diſtribuat.



PROPOSITIO XCI.

Quibus dimenſionibus ex monte apparentes in inferiori ſuperficie locorum diſtantiæ ſint explorandæ.

INueſtigabimus hîc deinceps quibus obſeruandi rationibus apparentes in inferiore ſuperficie locorum diſtantiæ ex montibus ſint explorandæ. Ad cuius rei conſyderationem non mediocrem nobis vſum quarta ſecundi Triangulorum præſtabit. Aſſumemus igitur in monte, vbi opportunum fuerit, aliquod loci interuallum, ex cuius vtroque fine præfixam locorum diſtantiā liceat intueri. Dehinc duabus obſeruationibus negocium expediemus, vt ſequitur. Sit ergo ſuperius in mōte aſſumptum aliquod ſpacium a b, ex quo debeamus explorare interuallum locorum c & d quæ in inferiore ſuperficie conſiſtunt. Ducātur etiam rectæ lineæ ex a & b in c d, nimirum a c, b c, a d, b d. Primùm ex b dum intuemur a, c, & d, innoteſcunt anguli a b c & c b d. Iterum ex a dum obſeruantur c, d, & b offeruntur anguli c a d & d a b. Ex his etiam pateſiant toti anguli a b c d & c a b. Ratiocinabimur ergo ex triangulo b c d inquiſitam locorum di-

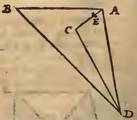


ſtantiam c d. Cum enim trigoni a d b inuenti ſint anguli d a b & a b d & a b ſpacium in monte liceat explorare, per 4 ſecundi Regiomontani b d latus colligetur. Iterum in trigono a e b cum dentur anguli c a b & a b c vnà cum a b latere, per eandem 4 ſecundi metiemur ipſam b e rectam. Cum ergo trianguli b c d inuenta ſint duo latera b e & b d conſtitutum e b d angulum complectentia per 49 primi Regiomontani e d inquiſitum locorum interuallum patefiet. Eadem ratione ex triangulo a e d ipſum c d cognoſcemus. Cum enim duo noti anguli c a b & a b e dato a b lateri inſideant, per eandem 4 ſecun. a c latus ratiocinamur. Et ex trigono a d b cum innoteſcant eius anguli d a b & a b d explorato a b ſpacio incumbentes, a d recta non latebit. Sed antea nobis inuētus eſt angulus e a d. Quare eodem modo, vt ſuperius per 49 primi Triangul. e d locorum interuallum inuenietur. Quòd ſi has obſeruationes alij planæ ſuperficiei accommodare voluerimus (vt ſæpius antehac admonuimus) ſine ratiocinatione propoſitionū Regiomontani negocium abſoluemus.

PROPOSITIO XCII.

Quantus ſit exceſſus altitudinis alicuius loci in monte ſupra libellam alterius in inferiore ſuperficie conſpecti.

VIdeamus hic deinceps quibus obſeruandi modis exceſſum altitudinis conſtituti alicuius in ſuperiore montis parte loci ſupra libellam alterius cuiuſuis in inferiore apparentis ſuperficie metiri poſsimus. Et ſi verò alibi obſeruatione libellæ id fieri poſſe oſtenderimus: tamen ibi cum ſæpius repetitis ſit opus dimenſionibus, multò ſimplicius ac facilius ad eundem ſcopum hic collimamus. Vt ergo inſtitutum explicemus, primò duabus obſeruationibus ex conſtituto ad hoc in monte ſpacio exquiſitè vtriuſque nobis præfixi loci interuallum auxiliante 4 ſecundi Triangul. colligemus. Hoc operis abſoluto, diligenter intuebimur, quanto circuli ſegmento demiſſum ex loco montis perpendiculum, ab explorata nobis interualli linea deflexerit. Inde per ratiocinationem vigeſimænonæ primi Triangulorum inquiſitæ altitudinis exceſſus innoteſcet. At euidentius hæc ſubnexa exēpli ſunt explicanda. Statuamus ergo in monte ſpacium quoddam a b & in inferiore ſuperficie apparentem locum d, per quem deſignemus libellam d c, ſupra quā eleuetur locus a quantitate perpendicularis a e, quæ nobis hic eſt inueſtiganda. Connectamus ergo rectis lines b, a, & d ſigna, vt triangulus conſtituatur, cuius dimenſione liceat præfixum ſcopum attingere. Primùm hic ex a, cum obſeruamus b & d, offertur angulus b a d, eodem modo in b colligitur angulus a b d, & a b rectam in monte licet metiri.



Quare per quartam ſecundi Triangulorum ipſam a d, quæ præfixam locorum diſtantiam comprehendit, ratiocinabimur. Hoc conſtituto, ex a demittemus perpendiculum a b, quod exactè incidit in cathetum a c. Cum ergo ſitus a c & a d conſtet, facilè, admoto inſtrumento, metiemur angulum acutum c a d. Sed angulus a c d eſt rectus, quia comprehenditur perpendiculari in libellam incidente. Hinc per vigeſimamnonam primi Triangulorum concludimus a c inquiſitæ altitudinis exceſſum nos ratiocinari poſſe. Eandem verò

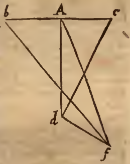
in alia

in alia ſuperficie facilius inueniemus, ſi in ea æquinangulum ſtruxerimus trigonum ipſi a d c, cuius ὑποτείνουσα æqualis efficiatur a d.

PROPOSITIO XCIII.

Quibus obſeruationibus fluminum latitudines ex montibus deprehendantur.

SEquitur vt hîc vlterius inueſtigemus, quibus metiendi rationibus fluminum latitudines etiam ex altiſsimis montibus liceat explorare. Vt commodius id operis abſoluamus â conſtituto montis loco adminiculo vigeſimænonę primi Regiomontani colligemus diſtantias finium, qui apparentem latitudinem includunt: inde per inſtrumentum obſeruantes, quanto illæ ad ſe inuicem angulo inclinent, per quadrageſimamnonam primi Regiomontani inquiſitæ latitudinis quantitatem ratiocinabimur. Conſtituamus ergo ſuperius in monte locum a, ex quo labentis fluminis latitudo d f appareat. Cuius quantitatem obſeruationibus in ſublimiore ſpacio metiri debeamus. Primō vtrumque latitudinis finem d & f rectis lineis cum a connectamus. Et per eundem a locum deſignemus ſpacium rectilineum b c, quod ad vtramque d a & f a πρὸς ὀρθὰς exiſtat. Deinceps extremitas b copuletur cum fine f, & c cum d. His conſtitutis ad inquiſitionem d f præfixæ latitudinis progrediemur. Primùm in triangulo orthogonio d a c metiemur inſtrumento acutum angulum a c d: tum a c latere ſuperius explorato, per vigeſimamnonam primi Triangulorum a d patefiet. Eadem ratione per obſeruationem anguli a b f trigoni orthogonij b a f, innoteſcet a f recta. Inde per inſtrumentum deprehenſo f a d angulo, ratiocinatione 29 primi Regiomontani inquiſitam latitudinis d f magnitudinē in lucem proferemus, Id quod demonſtratione nobis concludendum erat.

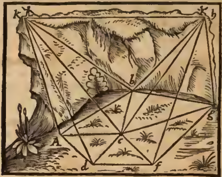


PROPOSITIO XCIIII.

Quomodo ex montibus ſingulorum in inferiore ſuperficie, quæ appareant, locorum ſitus exquiſitè liceat obſeruare.

HActenus ex montibus omnium, quæ in inferiore ſitu conſpiciuntur magnitudinum obſeruationes executi ſumus: nunc inſtar coronidis ſubijciemus, quibus dimenſionibus verum ſitum & conſtitutionem omnium inferius apparentiū locorum iuxta exquiſitam ſymmetriam liceat explorare. Ac ſanè hac in re operā dabimus, vt inquiſitis demonſtrationibus ſingularum conſpectæ ſuperficiei partium deſcriptionē non minore certitudine abſoluamus, quàm ſi inferius in ipſis locis (vt alibi explicauimus) ſigillatim obſeruationes faceremus. Quantū verò attinet ad conſtitutionē ſymmetriæ proxima quæque loca rectis lineis ita connectemus, vt tota ſuperficies triangulis contexta maximè cōguentem ipſis locorū ſitibus & interuallis picturam ac adumbrationem repræſentet, Porrò ad omnes dimenſiones abſoluendas vnicū duntaxat

in monte ſpacium rectilineum conſtituemus, ex cuius magnitudine cōſpecta triangulorum latera ratiocinemur. Sed ne longiore verborū contextu res ipſa obſcurior fiat, ad ſtructuram ἀποδείξεως progrediemur. Deſignemus ergo in



inferiori ſuperficie loca a,b, g,f,d, c, quorum proximiora per rectas lineas ſigillatim (vt hîc apparet) ſint cōnexa. Horum veros ſitus iuxta exquiſitam ſymmetriam interuallorum, quibus inter ſe diſtant conſtitutum ſit explorare in duobus ſublimioribus mōtis locis k & h. Ducantur ergo ex k rectę lineę, quę ſint radij viſus in loca b, c,f,d, & a: & ex h in b,c,f,g. His ita conſtitutis, dicimus ſingula trigonorū latera quę in deſignatis locis coeunt, & præfixam nobis ſuperficiem abſoluunt, ex locis k & h, ſi notum conſtituerimus k h ſpacium rectilineum, obſeruationibus deprehendi poſſe. Aſſumamus enim, exempli gratia, triangulum a c b, cuius ſingulis lateribus inuentis, de exquiſito locorum a,b, & c ſitu non dubitabimus. Cum ex k intuemur a & b innoteſcit angulus a k b, cum a & c ipſe a k c, deniq; c b, tertius c k b angulus offertur. Sequitur inde, vt trigoni a k b per antegreſſam propoſitionem a k & b k latera ratiocinemur, id quod facilè expediemus cum h k ſpacium notū aſſumamus. Etenim ex ea ſatis cōſtat, quomodo per triangulum orthogonium loci obſeruationis à ſingulis, quæ in inferiore ſitu conſiſtunt, ſignis interualla ſint metienda. Quoniam igitur triangulo a b k dantur duo latera a k & b k exploratum a k b angulum complectentia per 49 primi Triangulorum reliquum a b latus metiemur. Eodem modo per antegreſſam propoſitionem inuēto latere k c, cùm obſeruatus ſit angulus c k b cognoſcetur recta b c. Reliqui ergo lateris a c non eſt difficilis inuentio cum a k & c k notum a k c angulum comprehendentia, ſint conſtituta. Quare trigoni a b c cum a b, b c, & c a latera ſint deprehenſa, verum a, b, c locorum ſitum exploratum eſſe demonſtrauimus. Iterum ex h ſit explorādus locorum c,f,g ſitus. Per antecedentem metiemur rectas diſtantiarum loci h à præfixis ſignis, quę ſunt h c, h f, h g: inde explorabimus inſtrumento angulos c h g, c h f, & f h g. Tum per eandem 49 primi ſingula c g, c f, & f g latera patefient. Conſtat ergo ſitus locorum c,f,g. Eadem ratiocinandi via reliquorum trigonorum latera inquiremus. Ex his manifeſtum eſt, totam propoſitæ ſuperficiei deſcriptionem ſatis exquiſitè abſolui, ſi duntaxat exploratis loci obſeruationis diſtantijs à conſpectis ſuperficiei ſignis, obſeruemus angulos, quibus triangulorum latera ſubtenduntur. Hanc demonſtrationem copioſius explicare volui, vt diſcentium induſtriæ, quantum fieri poteſt, ſuccurram.

PROPOSITIO XCV.

Quomodo ex Triangulorum ſcientia colligantur rationes metiendi planas ſuperficies.

HActenus explicata ferè ſunt omnia, quæ ad multiplices linearum dimenſiones requiri poſſe videntur. In his præcipuè operam dedimus, vt induſtrij artifices

ſtrij artifices

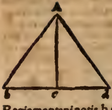
ſtrij artifices, & qui non omnino à Mathematis abhorreant, certis & immotis ἀκροδέξιων fundamentis inſtructi, & noſtris maiore cum fructu vti, & ſic vbi occaſio poſtulauerit, quæ in alijs locorum ſitibus, quales infiniti occurrere poſſunt, obſeruanda ſint, non difficulter ratiocinentur. Iam verò ſequitur, vt pro inſtituti noſtri ratione quomodo ex obſeruatis planæ ſuperficiei lateribus tota eius capacitas explorari poſsit, breuiter perſtringamus. Id quod non difficilius, quàm antegreſſas demonſtrationes ex ijſdem elementis Triangulorũ extrui poſſe, perſpicuè diſcentes intelligent. Omnes enim planas ſuperficies in quotcunq; opus fuerit, triangulos reſoluemus, vt ſigillatim eorum quantitate perſpecta, totius capacitatem cõuenienter abſoluamus. Quare vt in huius rei conſideratione faciliorem diſcentium ingenijs methodon perſequamur, ſingulos alterius generis trigonos in ὀρθογωνίους per inquiſitos perpendiculares ſecabimus. Conſtat enim τριγώνου ὀρθογωνίου exquiſitè complecti ſemiſſem τοῦ παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου. Cum ergo per 16 primi Regiomontani, quod ſub duabus inter ſe datis rectis lineis continetur parallelogrammum rectangulum non lateat, manifeſtum eſt facillima ratione ſemiſſem inueniri poſſe. Prima igitur inquiſitio eius ſuperficiei, nobis inſtituetur, quæ lateribus trigoni rectanguli fuerit complexa. Conſtitutis hîc lineis, quæ comprehendunt rectum angulum, multiplicabimus ſemiſſem vnius in totam magnitudinem alterius; aut tota in alteram ducta, cõflatum numerũ in ęquales partes diſtribuemus. Igitur, exempli gratia, ſtatuamus trigoni rectanguli a b c, cuius duo latera rectum angulum a b c ambientia, nimirum a b & b c cognoſcantur, inueniendam eſſe aream, ſiue interiorem capacitatem. Et a b ſit 8 partium b c, 7. Cum ergo multiplicatis 8 in 7 conſurgant 56, conſtituitur ſemiſsis 28 part. Item ſi duxerimus 7 in 4 idem numerus offertur. Quare hoc ratiocinãdi modo totam trigoni a b c capacitatem habemus inuentam. Atq; hîc ſcire licet eandem ratiocinij formam omnibus trigonis orthogonijs, ſiue quæ rectũ angulum cõprehendunt latera, fuerint inter ſe ęqualia, ſiue inæqualia, ex ęquo congruere. At non tantùm ſi dentur latera, quæ rectum angulum complectuntur, inquiſitam ſuperficiem metiemur, verùm etiam ſi vnum ex lateribus cum altero acutorum conſtiterit. Nam hoc conceſſo, per 29 primi Regiomontani reliqua latera patefiunt. Quòd ſi detur ὑποτείνον, vnà cum altero latere rectũ angulum ambientium, reliquum per 26 primi Triangulorum inueſtigabimus. Ita ſemper ratiocinamur duo latera, quæ rectum comprehendunt. Quare per præmiſſam rationem area, ſiue quantitas ſuperficiei latêre non poteſt. Hæc cum facilè à diſcentibus intelligantur, exemplis euidentius explanari nihil opus fuerit.



PROPOSITIO XCVI.

Qua ratione ſub menſuram cadat ſuperficies triangulo iſopleuro comprehenſa.

CVm in antegreſſa propoſitione facillima dimetiendæ ſuperficiei ratio ſit nobis explicata: ſequitur vt pedetentim ad alias difficiliores progrediamur. Conſideremus ergo deinceps, quomodo ſuperficies trianguli iſopleuri ſub menſuram cadat. Verbi gratia, deſignemus iſopleurum a b d, ex cuius lateribus vnum duntaxat datum ſit. Nam reliqua cum ſint æqualia, etiam innoteſcunt. Et ex angulo b a d deſcendat perpendicularis a c in oppoſitum latus b d, tum facilè inuenietur incluſa ſuperficies. Conſtat enim per 34 primi Triangulorũ perpendiculari a c, quoduis ex lateribus potentia ſeſquitertium

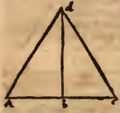


eſſe. Vnde per eiuſdem corollarium quantitas eius innoteſcit. Iam verò ex ratiocinatione penultimæ primi, & ex communibus animi notionibus certum eſt ipſam a c baſin b d inæqualia ſegmenta, nimirū b c & c d partiri. Quare tota b d per hypotheſin conſtituta, ſemiſsis b c, aut c d non latebit. Ex his manifeſtum eſt trigonos rectangulos a c d & a c b eſſe ęquales, & coniunctos exquiſitè parallelogrammum rectangulum conſtituere. Hinc per 16 primi Regiomontani notis b c & a c lateribus, totam areæ capacitatē colligemus.

PROPOSITIO XCVII.

Cuiuslibet trianguli ſuperficiem metiri, ſi unà cum tribus lateribus notis, aliqua ex perpendicularibus conſtiterit.

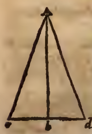
ASſumemus hîc qualemcunq; triangulum, cuius ſuperficiē explorari poſſe dicimus, ſi vnà cum tribus lateribus datis aliqua ex perpendicularibus innoteſcat, vtq; hoc exemplo euidentius intelligatur, conſtituamus triangulum qualemcunq; c a d, cuius notis lateribus c a, a d, & c d, detur etiam perpendicularis d b, tum aſſerimus totam eiuſdem trigoni capacitatem certa dimenſione poſſe explorari. Cum enim d b ſit perpendicularis ipſi a c, manifeſtum eſt triangulum a b d eſſe orthogonium, cuius duo latera, videlicet a d & d b ſunt nota. Quare per 26 primi Regiomontani baſin a b colligemus. Ergo cum innoteſcant a b & b d latera rectum angulum a b d ambientia, ex multiplicatione ſemiſsis a b in totam b d, tota ſuperficies trigoni b a d patefiet. Inſuper in trigono rectangulo c b d, cum ex hypotheſi conſtet b d c, inueniemus ipſam b c, ex ſubtractione b a ex tota a c, Nam hæc eſt vtriuſq; differentia. Quare eodem modo, quo altera conſtat, per multiplicationem ſemiſsis b c in b d totam, aut ſemiſsis b d in c b totam ratiocinabimur ſuperficiem triangulo c b d complexam. Ex coniunctis ergo ſuperficiebus c b d & a b d tota c a d conflatur, id quod hîc demonſtrandum erat.



PROPOSITIO XCVIII.

Trianguli iſoſcelij, cuius alterum ex æqualibus lateribus unà cum baſi conſtiterit, capacitatem metiri.

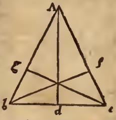
VIdeamus hîc deinceps, qua ratiocinandi via metienda nobis ſit capacitas trianguli iſoſcelij, cuius alterum ex æqualibus cruribus, vnà cum baſi innoteſcat. Exempli gratia, trigoni æquicrurij c a d detur alterum ex æqualibus lateribus, nimirum a c vnà cum baſi c d, hinc totam c a d planam ſuperficiem inueniri poſſe aſſerimus. Ducatur autem perpēdicularis a b in oppoſitum latus c d. Hoc conſtituto, manifeſtum eſt triangulos c b a & a b d eſſe orthogonios, quorum latus cōmune a b per 36 primi Triangulorum colligemus. ex ratiocinatione penultimæ primi Elementorum, aut ex communibus animi notionibus vtraq; c b & b d eſt ſemiſsis totius c d baſis,



d baſis,aut ex eadem 36.Quare c d nota ſegmentum c b non latebit. Ex his etiam euidenter conſtat triangulos c b a & d b a compoſitos parallelogrammum rectangulum conſtituere.Quare ex multiplicatione c b,aut b d in totā a b integra ſuperficies c a d inquiſita conſurgit.

PROPOSITIO XCIX.

Si unum ex trigoni æquicrurij lateribus unà cum aliquo angulorum, aut duntaxat perpendiculari innoteſcat, totam eius capacitatem metiri.

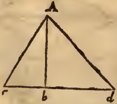


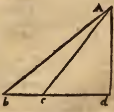
TRigoni æquicrurij b a c, detur latus a b vnà cum angulo a b c,aut duntaxat perpendiculari a d.Si detur angulus a b c per 29 primi colligentur latera a d & b d rectum a d b angulum complectentia.Sin autem prætermiſſo a b c angulo detur cathetus a d, per 26 primi b d innoteſcet. Cū ergo ex præmiſſa propoſitione conſtet totum b d a trigonum toti a d c trigono æquari, & inuenta ſint a d & b d latera per 16 primi ſuperficies b a c in lucem nota prodibit. Eādem etiam inueniemus, ſi tantùm detur c g cum a c aut b c,aut angulus g a c. Sed conſtet tantùm angulus g a c vnà cum c g catheto,tum per 29 primi Triangulorum a g nō latebit.& per 35 primi angulus g b c patefiet.Quare per eandem 29 b g nota in lucem prodibit.Si multiplicemus ergo b g in ſemiſſem g c cōſurget ſuperficies b g c.Eodem modo ſi c g in ſemiſſem g a tota planicies a g c conſtabit. Ex coniunctis ergo planis a g c & b g c,totum b a c planum inuenitur.Ex catheto b f per eandem ratiocinationem ipſa b a c capacitas inueniri poſſet.

PROPOSITIO C.

Cuiuslibet trianguli notis omnibus lateribus capacitatem metiri.

SIt tandem qualiſcunq; triangulus,videlicet a c d, cuius omnia latera innoteſcant,dico interiorem capacitatem ſub dimenſionem cadere. Vtq; hoc euidentius demonſtremus, ducatur ex angulo c a d perpendicularis a b in oppoſitum latus.Sed vtrum ei occurrat intra trigonum an extra, 42 & 31 primi trigonorum patefacient. Primò quidem ſtatuatur nobis intra triangulum, vt anguli c & d ſint acuti. His conſtitutis, per 43 primi Regiomōtani, inuenientur ſegmenta c b & b d,& per 46 eiuſdem perpendicularis a b.Cognitis ergo trigoni rectanguli c b a lateribus c b & b a rectū angulum ambientibus,ex multiplicatione c b in ſemiſſem b a cōſurget tota ſuperficies a b c. Eadem ratiocinandi via conſtabit ſuperficies a b d.Ex cōiunctis ergo planis c b a & a b d conflatur totum a c d planum,quod inquiſitum eſt. Porrò nunc exemplum aſſumamus trianguli, cuius perpendicularis extra eundem conſtituatur.Sit ergo metienda nobis ſuperficies trianguli a b c,cuius angulum a c b obtuſum conſtituimus,vt perpendicularis ex a deſcendens,lateri b c vlterius producto in d ſigno occur-



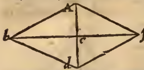


rat. His conſtitutis, per 43 primi Regiomontani innoteſcunt ſegmentũ c d & tota b d recta. Quare per 26 primi eiuſdem, a d in lucem emergit. Conſtat ergo ex multiplicatione a d in ſemiſſem b d, totam b d a ſuperficiem colligi. Sed etiam trigoni rectanguli c d a conſtitutis c d & a d lateribus eadem ratione patefiet ſuperficies c d a. Manifeſtum eſt igitur parte c d a ex toto b d a plano ſublata, vtriuſq; differentiam nimirum b c a relinqui, id quod ἀποδεῖξαι ſtabiliendum erat.

PROPOSITIO CI.

Quibus rationibus metiamur planas ſuperficies, quæ ſunt quatuor lineis comprehenſæ.

QVantum ad dimenſiones planorum, quæ tribus duntaxat lateribus circumſcribuntur, abſoluendas attinet, in antegreſsis propoſitionibus ſatis ſuperq; pertractauimus: ſequitur nunc, vt progrediamur ad inquiſitionem ſuperficierum, quæ quatuor lineis includuntur. Inter quas ſimplicißima ac facillima eſt, quàm Græci τετράγωνον appellant, Latini Quadratum. Cõſtat autem hoc ſchema quatuor æqualibus lateribus ad rectos angulos inter ſe connexis. Si ergo huius figuræ aliquod latus innotuerit, per primam primi Regiomontani ex multiplicatione eius in ſeſe tota quadrati area reſultabit, quod cum facillimè intelligi poſsit, vlteriore explicatione non opus fuerit. Proximè ſequitur figura παραλληλόγραμμα ὀρθογώνια, cuius ſuperficiei dimenſionem ex 16 primi Regiomontani petas licebit. Nos duntaxat eas figuras inueſtigabimus, quas ille reliquit intactas. Ex his primò nobis occurrit παραλληλόγραμμον ἰσόπλευρον non tamen ἰσογώνιον, qualem figuram Latini vocant Rhombum. Eſt autem Rhombus figura, quæ conſtat quatuor æqualibus lateribus, quę non complectuntur quatuor angulos inter ſe æquales, ſed tantùm eos, qui ſunt ex aduerſo, per 34 primi Elementorum. Et hic diametri, quæ totum in ſemiſſes diſtribuunt, ſeſe inuicem πρὸς ὀρθὰς & in æqualia ſegmenta partiuntur. Si ergo ſuperficiem Rhombi conſtitutum ſit metiri, oportebit vnum ex lateribus cum altero angulorum, aut dimetientium cognitum eſſe. Deinde negocium abſoluemus, vt in ſequenti exemplo videre licet. Conſtituamus igitur Rhombum a b d f, qui ductis ex aduerſis angulis dimetientibus b c f & a c d in ſemiſſes diuidatur. Hæ πρὸς ὀρθὰς ſeſe inuicem ſecant in c puncto. His cõſtitutis, ſi metiri velimus ipſam ſuperficiem inueſtigabimus vnum aliquod ex lateribus cum altera dimetiẽtium, aut aliquo angulorum.



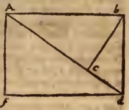
Detur ergo primùm latus a b, vna cum dimetiente b f. Quoniam hîc latera b a & a f trianguli b a f ſunt æqualia, & b f innoteſcat ex antegreſsis demonſtrationibus inuenietur perpendicularis a c, ſed b c & c f ſegmenta ſunt æqualia, id quod facilè confirmare licet. Nam per 34 primi Elementorũ anguli a b f, a f b, d b f & b f d inter ſe ſunt ęquales. Eodem modo in trigonis a b d & a f d æqualibus demonſtratur angulum b a c æqualem eſſe f a c. Quare anguli a c b & a c f ſunt recti, quibus æqualia latera b a & a f ſubtenduntur. Ergo b c adæquatur c f. hinc per multiplicationem b c in a c conſurgit area b a f & eundem æquatur b d f. Quare duplum illius totam b a f d ſuperficiem conſtituit. At detur tantùm angulus b a f vna cum latere b a, tum per 38 primi Regiomontani patefiet latus b f & perpendicularis a c. Quare cum paulò ante ſit demonſtratum b c complecti ſemiſſem totius b f, ipſa b a f area non latebit, cui æqualem eſſe oſtẽdimus b d f. Duplum igitur alterius horum trigonorum totam b d f a ſuperficiem, quæ nobis inquirebatur,

quirebatur,notam proferet.Non diſsimilem ratiocinationem inſtitueremus, ſi duntaxat cum vno latere conſtaret angulus a b d, aut dimetiens a d.

PROPOSITIO CII.

Quam metiendi rationem admittat ſuperficies parallelogrammi, quod Rhomboides apppellant.

RHomboides parallelogrammum appellamus figuram quadrilateram,cuius oppoſita duntaxat latera ſunt æqualia. Huius etiam dimenſionis rationem non difficilem eſſe conſtat, ſi vnà cum datis lateribus angulus ſub ijs comprehenſus,aut altera dimetientium innoteſcat.Nam vtraq; harum totam figuram per 34 primi Elementorum in ſemiſſes diſtribuit. Ex his ratiocinabimur perpendicularem, quæ ex conſtituto angulo in aduerſum latus deducitur.Quare ſemiſſem figuræ in trigonos orthogonios diſtributum habebimus. Supereſt nunc,vt ſubiecto ſchemate rem euidentius demonſtremus. Sit ergo parallelogrammum a b d f,cuius latus f a ſit æquale b d oppoſito, & a b ipſi f d. Secetur id in ſemiſſes a b d & a f d per dimetientem a d. Et ex angulo b incurrat in eandem perpendicularis b c.His conſtitutis,ſi dentur latera a b & b d vnà cum angulo a b d, aut dimetiente a d,totam a f d b ſuperficiem licebit metiri. Primùm conſtet angulus a b d:tum per 49 primi Regiomontani a d colligetur.Cognitis ergo trigoni a b d tribus lateribus,per 43 primi Regiomontani patefient ſegmenta a c & d c & per 46 eiuſdem b c perpendicularis. Trianguli igitur a c b datis a c & c b rectum angulum a c b ambientibus lineis tota ſuperficies ex multiplicatione b c in ſemiſſem a c patefiet.Eadem etiam ratione ſuperficies b c d colligetur.Ex his conſtat tota a b d,quæ cum ſit ſemiſsis per 34 primi Elementorum totius parallelogrammi, duplum eius totam a b d f ſuperficiem notam producet. Quòd ſi in principio conſtiterit a d facilius,vt patet,res abſoluetur. Non diſsimilis ratiocinandi modus inſtituetur,ſi data fuerit dimetiens,quę duceretur ex b in f,aut manente a d inueſtiganda nobis eſſet perpendicularis,quæ ex angulo a f d in eandem a d,rectam incidit.

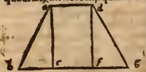


PROPOSITIO CIII.

Quomodo ſuperficies figurarum, quæ Trapezia appellantur, liceat metiri.

IN antegreſsis propoſitionibus,ſatis nobis explicatum eſt, qua ratiocinandi via ſuperficies quadrilaterorum ſchematum,quorum tamen oppoſita latera ſunt παράλληλα metiendæ ſint:ſequitur nunc,vt de ijs figuris tractemus,quę trapezia appellantur.Ea verò ſunt quadrangula, quorum latera ad vtranque partem,nec ſunt παράλληλα,nec æqualia. quo fit,vt in multiplicia genera pro diuerſitate laterum & angulorum diſtribuantur.Nam ex his quędam conſtituũt ſegmentum iſoſcelij trianguli, videlicet ſi producta baſi parallela, ab vtroque crure abſcindat æquales magnitudines. Conſtituuntur enim duo duntaxat ęqualia latera,quæ productis inæqualibus parallelis,vna ex parte ad acutos, altera ad obtuſos angulos connectuntur.Quare id genus quadranguli iſoſceliũ non temerè appellabimus.Aliud genus trapezij conſtituitur ex duobus lateribus æquidiſtantibus,quæ ab vna parte per rectam lineam πρὸς ὀρθὰς copulan-

tur, ab altera verò diuerſa ac inæquali. Ergo nobis hoc ὀρθογώνιον quadrangulum appellabitur. Ab his diuerſa genera vocabimus amblygonia, quia nullis conſtant parallelis, vel lateribus, vel angulis æqualibus. Sed linearum concurſus partim ad acutos, partim ad obtuſos, & reliquis inæquales fit angulos. Videamus ergo primùm quo metiendi modo exploranda ſit nobis ſuperficies quadranguli iſoſcelij: quale hîc deſignauimus b a d g, cuius duo latera d a & g b ſunt parallela, reliqua verò b a & d g duntaxat æqualia. Hanc ſuperficiem, vt facilius dimenſionem admittat, ductis ex a & d finibus in oppoſitum latus b g perpendicularibus a c & d f in parallelogrammum rectãgulum & duos æquales trigonos, qui ſunt orthogonij ſecabimus. His conſtitutis, abſoluemus negociũ in eum modum, qui ſequitur. Primò datis omnibus huius trapezij lateribus, inueſtiganda nobis eſt quantitas alterius perpendicularis. Vt hoc efficiamus ſcire licet per 29 primi Elementorum quadrangulum a d c f eſſe parallelogrammum, & conſequenter æqualia, quæ opponuntur latera per 34 primi eorundem Elemen. videlicet a d, ipſi c f & a c ipſi d f. Quo conſtituto, aſſerimus b c adæquari ſegmento f g, quæ coniuncta efficiunt differentiam a d & b g rectarum. Trianguli enim orthogonij a c b laterum a c & b c quadrata ſunt æqualia quadrato b a per 47 primi Element. ita quadrata d f & f g æquantur ipſius d g quadrato per eandem. Cum igitur recta b a ſtatuatur æqualis ipſi d g, quadratum b a æquatur quadrato d f. Sed quæ eidem ęquãtur, inter ſe etiam ſunt æqualia per communem animi notionem. Quadrata igitur ex a c & b c æqualia ſunt quadratis ex d f & f g, & quadratum ex a c æquatur quadrato d f. Nam rectas a c & d f æquales eſſe demonſtratum eſt. Reliquum igitur quadratum ex b c adæquatur quadrato ex f g, & conſequenter b c ipſi f g rectæ. Manifeſtum eſt ergo, ſi diſtribuerimus differentiam laterum a d & b g in ſemiſſes, nos vtramq; b c & f g rectam inuenturos. Hinc ſublato quadrato b c ex quadrato ipſius b a quadratum a c remanſurum, ex quo deinceps radice extracta, ipſa a c recta innoteſcet. Ex his manifeſtum eſt ſuperficiem b c a adæquari ſuperficiei d f g. Quare multiplicata b c in a c tota quantitas vtriuſq; conſurget, & eadem a c ducta in a d, conſtabit tota ſuperficies παραλληλογράμμου a d f c. hinc ex coniunctis partium planis abſoluetur totum b a d g trapezium iſoſceles.



PROPOSITIO CIIII.

Superficiem Quadranguli orthogonij metiri.

CONſyderemus hîc deinceps qua metiendi ratione nobis explorandi ſit ſuperficies trapezij orthogonij, quale hîc a b c d cõſtituimus, cuius duo latera a b & d c ſunt παράλληλα. Et fines horum a & d πρὸς ὀρθὰς connectuntur recta d a. Vt ergo metiamur ſuperficiem a b c d, ſecabimus ipſam in παραλληλόγραμμον, & trigonum orthogoniũ in hunc modum. Per tertiam primi Elementorum abſcindemus ex d c maiore æqualem a b, quæ ſit d f, & b & f fines recta copulabimus. Hinc conſtat a b f d eſſe parallelogrammum & d f c trigonum orthogonium. Cum enim latera a b & d f ſint παράλληλα & æqualia, per 33 primi Elementorum b f erit æqualis a d, & hinc conſequenter angulus b f d rectus: nam a d f per hypotheſin rectũ effecimus. Eſt igitur & exterior b f c rectus.



Cum

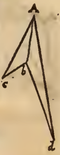
Cum ergo parallelogrammi innoteſcāt latera per hypotheſin, ſuperficies ipſa latere non poteſt. Porrò trigoni orthogonij b f cōſtant latera b f & f c. Nam b f demonſtratum eſt æquale eſſe a d & f c eſt differētia laterum a b & d c. Quare, vt alibi oſtendimus ex multiplicatione b f in ſemiſſem f c tota ſuperficies b f c conſurget. Si hanc igitur iungamus ſuperficiei parallelogrammi tota a b c d orthogonij trapezij abſoluta nobis erit.

PROPOSITIO CV.

Datis quatuor lateribus quadranguli amblygonij, unà cum aliquo angulorum, aut latere ſubtendente, ſuperficiem eius metiri.

SEquitur nunc vt tertij demum generis quadranguli, quod amblygonij nomen ſortitum eſt, aream inueſtigemus. Id quod non difficulter expediemus, ſi in duos ipſum triangulos ſectum habuerimus. Nam ex vtriuſque lateribus inquiſitis planis, ſi ea coniunxerimus, tota quadranguli ſuperficies reſultabit. Cuius rei, vt exempla aliquot videantur operæpretium fuerit. Sit ergo trapezium amblygonium c a b d, cuius notis quatuor lateribus cum aliquo angulorum, aut latere ſubtendente, totam nos ſuperficiem metiri poſſe dicimus. Detur ergo primùm angulus c a b, cui ſubtendatur latus c b, quod totam figuram in duos ſecat triangulos, videlicet c a b & c d b. Illius ergo magnitudinem inueniemus per 49 primi Regiomōtani. Hinc notis trigoni c a b omnibus lateribus per ratiocinationem ſuperius nobis explicatam ſuperficies ipſa patefiet. Eodem modo cum innoteſcant latera trigoni c d b, cum vtrique c b ſit communis, ipſa area non latebit. Ex coniunctis ergo ſuperficiebus c d b & c a b tota ſuperficies c a b d trapezij reſultabit. Eodem modo licebit totam figuram ſecare in duos triangulos a b d & a c d per rectam a d: quæ ſi cognita fuerit eodem proceſſu, quo paulò ante vſi ſumus, rem abſoluemus. Iterum conſtituamus trapezium quadrilaterum c a d b, è cuius angulo a, vſque ad concurſum linearum c b & d b recta producta, ipſum in duos triangulos partitur, videlicet c b a & a b d. Quòd ſi nūc cum lateribus notis detur angulus a c b, aut a d b, aut a b recta, quæ vtrūque ſubtendit, per antegreſſam ἀπόδειξιν, vtriuſque trianguli ſuperficiē inueniri poſſe conſtabit. His ergo cōiunctis, inquiſita trapezij area patefiet. Ex his euidenter conſtat qualeſcunque trapeziorum formæ offerantur, quomodo per interiorem rectam in duos ſecari poſſint triangulos, vt ſigillatim vtriuſque perſpecta ſuperficie, tota ex ijs componi poſſit.





PROPOSITIO CVI.

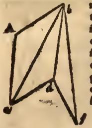
Quomodo ſuperficies plurium laterum & angulorum ſub menſuram cadant.

SVpereſt nunc tandem, vt illorum ſchematū ſuperficies inueſtigemus, quæ ex pluribus & lateribus & angulis conſtruuntur, ex quibus alia vocātur regularia alia irregularia. Regularia ſunt, quæ ex lateribus & angulis æqualibus conſtant, & cum circulo ipſis inſcripto, aut circumſcripto idem centrum obtinent. Irregularia verò, quorum & anguli ſunt inæquales & latera. Illorum ſim-

plex ac facillima ratio dimenſionis exiſtit: ſi videlicet ex conſtituto centro in quodlibet æqualium laterum rectam extendamus, quæ in ſemiſſes idipſum exquiſitè diſtribuat, deinde ipſam in mediam totius ambitus partem multiplicemus. Hinc ſuperficies inquiſita reſultabit. Porrò ipſius centri ſitum hoc modo inueniemus, vt ſi numerus laterum par fuerit, è quolibet angulorum in oppoſitum rectam extendamus, quam deinceps in æqualia ſegmenta partiamur. Facillimè id efficiemus, ſi ex alio quopiam angulo ſimiliter in oppoſitum rectam pertraxerimus. Nam in eo puncto, quo ſeſe interſecant centrum conſtitui oportebit. Quòd ſi numerus laterum fuerit impar, ducemus ex duobus angulis rectas in oppoſita latera, quæ ſimiliter in æquales portiones ipſa diuidant. Communis earum ſectio (vt in quarto Euclidis demonſtratur) in ipſo conſtituitur centro. Hinc fit, vt illa pars rectæ, quæ inter centrum & medium oppoſiti lateris intercipitur, in ſemiſſem totius ambitus multiplicanda veniat, vt inquiſita ſuperficies innoteſcat. Cuius rei ἐπίδειξιν in hexagono ſchemate intueamur. Sit igitur ſchema ſex æqualium laterum k b c d g h, quod ductis in oppoſitos angulos rectis lineis in ſex iſoſcelia triangula (vt apparet) diſtribuitur. Horum baſes efficiũtur ipſius ſchematis latera. Ex communi linearum ſectione centrum a innoteſcit, ex quo ducatur perpendicularis a f in latus g d, hoc ideo ſecatur in ſemiſſes, quia d g eſt chorda circumſcribendi circuli, in quam perpendicularis incidere non poteſt, niſi eandem in æqualia ſegmenta diuidat per 3 tertij Elementorum.



In hanc multiplicata perpendicularis per 41 primi Euclidis rectangulum conſtituit duplum trigono g a d: ſi ergo ducatur in ſemiſſem eiuſdem baſis, cõſurget exquiſita ipſius trigoni area. Iam verò cum latera hexagoni ſint ęqualia, & perpendiculares in ea ex cẽtro incurrentes inter ſe æquentur, quod ex 4 & 26 primi Element. confirmari poteſt: ſequitur, vt dicta perpendicularis per totum multiplicata ambitum, rectangulum producat, quod ſit duplum ipſius hexagoni. Quare ſi duntaxat in ſemiſſem totius ambitus, aut è conuerſo multiplicetur, exquiſitè ipſius hexagoni area prodibit. Porrò ſi offeratur ſchema irregulare, quale eſt a b f d c, ſecabimus ipſum per interiores lineas in triangulos, quorum ſuperficie ſigillatim inuenta, tota figuræ area facilè componetur. Ductis igitur ex b rectis lineis in c & d diſtributum erit totum ſchema in triangulo c a b, c d b, & b d f, quorum ſuperficies per eas, quæ nobis alibi ſunt explicatæ propoſitiones inueſtigabimus. Ex his coniunctis conſurget area totius a b f d c ſchematis inquiſita. Hæc de ſuperficierum dimenſione ſcripta ſufficiant.



SECTIO

SECTIO QVINTA, DE RATIONE LIBRATIONIS, CVIVS VSVS EST IN DVCENDIS AQVIS.

PROPOSITIO CVII.

Quæ ſit ratiò librationis, cum ex fonte in locum caſtelli proſpectus patet.

VT artificioſa ac certa ratione aquas ex ſuis fontibus in conſtituta nobis loca educamus, in primis exquiſitis dimẽſionibus, quæ per inſtrumenta fiunt, ſitus locorum explorare oportet. Vitruuius ad has abſoluendas vtitur Diopris & Chorobate. Sed hunc, vt rationi cõſentaneum eſt, propter euidentiorem certitudinem illis præfert. Etſi enim obſeruandi rationes vtrobiq; infallibili demonſtratione ſtabiliantur, tamen rudes Elementorum Geometriæ opifices, cum per Dioptras rem expediunt, procliuius ac ſæpius; aut negligentia, aut viſus imbecillitate impediti, à ſcopo aberrant. Cum autem rationes dimetiendi; quibus in multiplicibus locorum ſitibus obſeruandis opus ſit, explicatas non reliquerit, pro ratione noſtri inſtituti qualemcunq; conſiderationem de his inſtituemus. Cæterùm obſeruationes ita proponemus, vt intelligatur quomodo eadem opera ac facilitate, tum Dioptris, tum Chorobati accõmodari poſsint. Ac, vt euidentius à diſcentibus ipſa res intelligatur, ſcire licet cum aqua recto ac continuo fluxu, aut per libellam, aut per loca infra eandem deflexa in præfixa receptacula delabatur, dimenſionum rationes eò præcipuè nobis referendas, vt manifeſtè conſtet tam ſitus fontis, quàm eius loci, in quem aqua recipietur. Cuius rei cognitio non tãtùm requirit exactam vtriuſq; altitudinis collationem, verumetiam quanto finitoris circuli ſegmento alter locus ab altero diſtiterit obſeruationẽ. Quando hæc exquiſitis rationibus cõſtituta habuerimus: non difficile fuerit totius meatus, quem aqua percurret, longitudinem (vt certa canalium aut fiſtularum quantitas nobis innoteſcat) ratiocinari. Ex omni verò Dioptrarum genere (ita enim appellantur inſtrumenta Geometrica, quibus è longinquo diſtantiarum altitudinum, & profunditatum dimẽſiones abſoluuntur) nullum Quadrante perfectius & præſenti negocio accommodatius adhiberi poteſt. Quare, vt rem ipſam aggrediamur, primò ſimplicisſimam rationem explicabimus, qua metiri liceat eiuſcemodi fontis ſitum, ex quo proſpectus etiam pateat in locũ caſtelli aquam ſuſcepturi. Manifeſtum eſt hîc facillimum eſſe modum obſeruandi quantum vnius loci altitudo ſitum alterius excedat. Si enim propè fontem conſtituerimus, aſſumpto inſtrumento, per alterius lateris *διαυγίᾳ*, vt Proclus vocat, ſiue pinnacidia præfixum caſtelli locum intuebimur: tum perpendiculum è centro demiſſum parte circumferentiæ, quam attigerit differentiam ſitus locorum, ſi aliqua fuerit, oſtendet. Nam ſi id exquiſitè occupauerit alterũ latus inſtrumenti, ſine dubio conſtabit vtrumq; locorum in eadem altitudine conſiſtere. Sin autem latus hoc à perpendiculo ſurſum deflexerit, cõſtituemus obſeruatum locum inferiorem eſſe fontis ſitu. Sed perpendiculo nulla parte circumferentiam attingente, manifeſtum erit locum caſtelli in altiori conſtitutione apparere. Quare per lineam Horizontis plano *παράλληλον* aqua deduci nullo modo poterit, niſi arte queat in altum extorqueri. Cæterùm hîc cum de ijs locis, quæ infra libellam ex fontis ſitu ductam, tractationem inſtituamus, videndum nobis erit qua arte exceſſus altitudinis, & totius meatus longitudo

deprehendi poſsint. Horum vtrunque efficiemus commodiſsimè per dimenſionem æquationis locorum ad libellam, quæ alibi nobis explicata eſt. Vt autem euidentius hæc intelligantur, figuram ſubijciemus. Conſtituamus ergo



fontem extra vrbem in ſigno g, ex quo deducenda ſit aqua per fiſtulas in punctum m, quod eſt in mœnibus vrbis. Vtrum ergo m inferiorem ſitum poſsideat quã g, etſi viſu diſcerni poſsit, tamen inſtrumento certius deprehenditur. Collocetur igitur Quadrans in d, vt obſeruationis linea ſit, quę ex d in m ſignum extenditur d m. Sit etiam Quadrans circuli d f b, ſimiliter a b c. Perpendiculum ex centro demiſſum d g. His ita cõſtitutis, manifeſtum eſt Quadrantis d b latus eſſe in recta linea, quæ ducitur ex ſigno τῷ κορυφῶ, & d f circuli finitoris planæ ſuperficiei æquidiſtare. Quare ſi obſeruationis linea incideret in rectam d f, eadem eſſet altitudo locorum g & m. Si verò in d c, quæ à recta d f deorſum inflectitur, neceſſariò m infra g conſtitueretur. Et cum perpendiculum circumferentiam Quadrantis a b c ſecet in ſigno b, erit pars b a, quæ ab eodem deflectit æqualis f c. Nam b e vtrię circuli quartæ eſt cõmunis, qua ex æqualibus ſublata, per communem animi ſententiam, differentiæ, quæ relinquuntur, æquales remanebunt. Ergo quod differentiæ altitudinis locorum prætenditur ſegmentum æquale inuenitur in vtroq; ſitu inſtrumenti, nimirum ſiue alterum latus ſtatuatur in d f, ſiue in d c inclinetur. Porrò cùm manifeſtum ſit m inferiorem occupare locum ipſo g, ducantur ex his ſignis rectæ lineæ, quæ πρὸς ὀρθὰς concurrant ſub terra in h. Erit ergo g h altitudinis, ſiue ſitus locorum g & m differentia, & h m breuiſsimæ diſtantiæ linea, iuxta cuius magnitudinem meatus excauari poſſet. Harum linearum quantitates exactè metiemur, ſi g & m loca ad libellam æquauerimus. Conſtabit ergo & ſitus differentia, & totius itineris, per quod aqua duceretur, longitudo. Quoniam verò commodum non eſt, vt aqua ſtatim ex præcipitio deſcendat, velut ex b in h: ſed per huiuſcemodi rectam lineam, quæ ad Horizontem inclinatur ad acutum angulum, ſupereſt, vt huius etiam quantitatem colligamus, & quomodo inter fodiendum rectè & certò ſequeuda ſit, conſtituamus. Incidat ergo obliquus huiuſcemodi meatus in rectam h m in ſigno k, cuius ab h interuallum quacumque licet conſtituere. Hîc angulus obliquitatis g k h, vnà cum meatu b k ex datis duobus lateribus g h & h k innoteſcit, cum angulum g h k ex hypotheſi rectum eſſe dixerimus. Quare alter

acutorum,

acutorum h g k non latebit. Huius anguli adminiculo efficiemus, vt à recto itinere b k, nihil fodiendo aberremus. Nam ſumpto fodiendi initio propè g ſignum, & inſtrumento in eadem plana ſuperficie cum g m collocato, tãtum eleuabimus ſuperius Quadrantis latus à ſuſpenſo perpendiculo, vt concluſa inter vtrumque circumferentia æqualis videatur ei, quæ prætenditur angulo h b k: tum manifeſtum erit centro Quadrantis communem ſectionem linearum h g & k g occupante & perpendiculo incidente in rectam g h, alterum illius latus rectam b k poſsidere. Quare inter fodiendum à recta linea, quæ ex Quadrantis latere ita conſtituto educitur, nullo modo declinandum. Cuius rei certum erit argumentum, ſi in ipſo itinere præſcripta diſtantiæ perpendiculi ab inſtrumenti latere circumferentia vbique eadem apparuerit. Nam perpendiculum rectam lineam, vbique ad eoſdem angulos ſecat. Exemplum huius rei videre licet in c ſigno, quod in recta g k conſtitutum eſt. Cum perpendiculum hic ſit c l, æqualis eſt angulus l c a, ipſi h g k angulo. Exploratum igitur habemus, quo artificio ex g tecta via ſit aperienda vſque in k.

PROPOSITIO CVIII.

Quæ ratio dimenſionis ad librationes requiratur, ſi montis interpoſitione fons à caſtelli loco diſiunctus fuerit.

SImpliciſsima ac facillima dimenſionis ratione, quæ ad aquæ librationes requiritur, hoc modo nobis explicata: ſequitur, vt paulatim difficiliores, quę ex multiplici locorum ſitus, ſiue conſtitutionis varietate emergunt, aggrediamur. Ac primùm hîc deinceps ratione inueſtigabimus, quomodo negocium ſit expediendum, ſi inter fontem, cuius aqua fuerit deriuanda, & præſtitutum caſtelli locum alicuius montis poſitio intercedat. Etenim hîc diligentius inuigilandum eſt, niſi temerè omnis operæ & ſumptuum iacturæ periculum facere voluerimus, vt exquiſitis obſeruationibus altitudinem ſitus ipſius fontis, & loci caſtelli exploratam habeamus. Id quod ſatis exactè licebit experiri, ſi prius in montis cacumine planam illam ſuperficiem inueniamus, quæ & fontis & caſtelli loco communis extiterit. Exemplum huius rei alibi oſtendimus per duas planas tabellas, quæ in eum ſitum conſtituantur à lateribus, vt per alterius ſuperficiem conſpiciatur locus fontis, per alterius ipſum caſtellum, ita tamen vt vtraque ab vno eodemq́ plano non deflectat. Inuenta igitur per accuratas obſeruationes in montis ſummitate ea linea, quæ communem locorum ſuperficiem occupat, facillimè horum punctorum, in quibus tabulæ collocatæ fuerint altitudines, ſupra apparentia loca deprehendentur. Ex quarum collatione ſituum differentia manifeſtè innoteſcet. His ita conſtitutis, verſus quam mundi plagam locus fontis à ſitu caſtelli declinauerit officio Magnetini indicis obſeruabimus, & totius itineris per quod aqua deferetur, longitudinem ratiocinabimur. Supereſt nunc, vt deſignato ſchemate tem ipſam certius ac euidentius explicemus. Statuamus ergo fontem in ſigno d, ex quo deducenda ſit aqua in m. Inter hæc loca mons conſtituatur d c b m Primum hîc nobis explorandum eſt, vtrum in altiori ſitu conſiſtat d an m. Vt hoc efficiamus, ad ſummitatem montis à lateribus in ſignis b & c collocentur planæ tabulæ in eum ſitum, vt in eadem ſuperficie appareant. Ex b verò per idem planum conſpiciatur locus m, & ex c fons in d. Ducatur etiam ex m puncto recta verſus d, vt tamen Horizontis circuli plano ſit παράλληλα, cui perpendicularis occurrat ex b in l ſigno. Eodem modo ab altero latere ex c deſcendat perpendicularis in æquidiſtantem finitori, quæ ex d



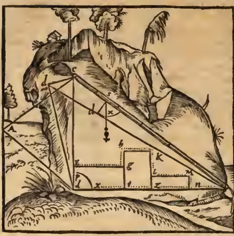
ſit protracta, quarum contactus ſit in g puncto. Inſuper ex b ad rectos angulos occurrat linea in c g, idq; in puncto a, quam Horizōti παράλληλον eſſe certum eſt. His ita conſtitutis, per dimenſiones experiemur differentiam altitudinis locorum d & m, in hunc modum. Cōſtituto in m inſtrumēto diligenter obſeruabimus tabellam, quę eſt in b & aliud quoddam in inferiori loco ſignum, vt hîc intelligimus n. Et connexis per rectam lineam m & n partibus, innoteſcit angulus b m n, cui latus ipſum b n prætenditur. Simili ratione, ſi fecerimus obſeruationem ex n locorum b & m, apparebit angulus b n m. Quare per 32 primi Elementorum tertius angulus m b n non latebit. Inſuper cum lateris m n dimenſionem in terra liceat abſoluere, per 4 ſecundi Regiomontani magnitudinem lateris m b colligemus. Cum hoc deprehenderimus, iterum aſſumpto inſtrumento, trigoni ὀρθογωνίου l b m angulum acutum b m l obſeruabimus. Et hoc inuēto, per 29 primi Triangulorum b l & l m latera patefient. Simili obſeruationis ratione ex fontis loco d primum latus d c per notum latus f d trianguli d f c colligemus. Deinceps ex acuto angulo c d g innoteſcent latera c g & d g. His cōfirmatis, per dimenſionem æquationis ad libellam explorabimus ſitus locorum c & b. Ex hac conſtabunt magnitudines c a & a b linearum. Quare etiam manifeſtum erit, vtrum altiorē ſitum poſsideat c an b. Sed altiorem hîc c locum ſtatuamus ipſo b quantitate c a. Hinc nobis apparebit differētia altitudinis d & m locorum. Cum enim a conſiſtat in eadem altitudine cum b, & tota c g per dimenſiones ſit inuenta, apparebit etiam profunditas g infra a, nimirū a g. Præterea deprehenſa eſt altitudo l ſub b. Proinde ſi maior fuerit b l ipſa a g, altior erit ſitus g, quàm l. Sed antea ex hypotheſi in eadem altitudine collocauimus d cum g, & m cum l. Quare neceſſariò ſequetur, m inferiorem poſsidere locum, quàm d. Atq; ita manifeſtū erit aquam ex d in m delabi poſſe. Cùm hoc ſit demōſtratum, ſequitur vt inueſtigemus totius itineris ex d in m longitudinem. Id autem expediemus in hunc modum. Ex d perpendicularis deſcendat, cui πρὸς ὀρθὰς vlterius producta m l occurrat in h. In hanc etiam decidat vlterius extenſa a g in ſigno k. Cum ergo b a & k l rectè conſtituantur in libella etiam ſunt παράλληλαι. Quare perpendiculares in has incidentes a k & b l ſunt æquales. Hinc ſublata a g ex a k, relinquetur g k altitudinis locorum d & m differentia, cui adęquatur d h. Et cum ex hypotheſi a b, d g, & h m ſibi inuicem æquidiſtent, ęqualis erit g d ipſi h k & a b ipſi k l. Illarū verò magnitudines vnà cum l m per obſeruationes paulò ante ſunt inuentæ. Conſtant igitur ſingulæ h k, k l, & l m. ex quatum ſumma tota h m recta innoteſcit. Hinc in triangulo ὀρθογωνίῳ d h m conſtitutis lateribus d h & h m, reliquum latus d m non latebit. Totius ergo meatus aquę longitudinem hoc pacto inuentā habemus. Supereſt nunc, vt inueniaſ

vt inueniamus, quomodo inter fodiendum meatus hic, nimirum d m exquiſitè poſsit obſeruari. Vt autem ratio huius negocij certò nobis conſtet, opus eſt, vt inueſtigemus in quam mundi plagam d m deflectat, & quantitatem acuti anguli h d m exactè dimetiamur. Quod ad primum attinet, cum antea ex hypotheſi conſtitutum ſit planas tabellas, quæ ſunt in locis c & b, vnà cum d & in ſignis eandem ſuperficiem poſsidere, manifeſtum erit ſi dimẽſi fuerimus magnetini indicis adminiculo, ex d verſus, quam cæli partem declinauerit tabella c, etiam ipſius in loci deflexionem haberi. Secundò angulum h d m notis d h & h m lateribus, auxiliante 27 primi Regiomontani notum conſtituemus. Quare eadem ratione, qua in antegreſſa propoſitione vſi ſumus, rectam, quæ ex latere Quadrantis à perpendiculo ad quantitatem circumferẽtiæ, quæ prętenderetur angulo h d m eleuato extenditur, inter fodiendum ſequemur. Atqui hoc nobis explorandum erat.

PROPOSITIO CIX.

Quæ ſit ratio librationis, quando per plures montes ducenda fuerit aqua.

QVo pluribus obſtaculis & impedimentis locorum interualla fuerint obſtructa, eò difficiliores in librationibus dimenſionum rationes effici neceſſarium eſt. Sed tamen induſtrij artificis opera abſolui poſſe certa demonſtratione oſtendemus, idq; variata ratione, quàm ea, qua in antegreſſa propoſitione vſi ſumus. Neq; enim vbiq; ſola viſus obſeruatione per conſtitutas tabellas, vt paulò ante explicatum eſt, communem vtriq; locorum ſitui ſuperficiem licet deprehendere. Et quo rem aggrediamur, perſpecto fontis loco, & conſtituto, in quod ſit aqua recipienda, caſtello, primùm in dimenſione differentię ſitus vtriuſq; occupabimur, vt manifeſtè conſtet ſine iactura ſumptuum rem abſolui poſſe. Huius obſeruationis modum ita inſtituemus, vt à deprehenſo eius loci, in quem defluxura ſit aqua, Meridiana plano in neutram partem deflectentes, ſi commodè fieri poterit eouſq; progrediamur, vbi fontis locus in conſpectum veniat. In huiuſcemodi loci ſitu admodum multiplex varietas occurrere poteſt. Aut enim exquiſitè occupabit libellam cum præfixo caſtelli loco, aut infra, aut ſupra eandem conſiſtet. Iterum aut citra perpendicularem, quæ ex fonte in rectam progreſsionis lineam incurrit, aut in eadem aut vltra conſiſtet. Præterea occurrentibus obſtaculis fieri poteſt, vt rectam in progrediendo lineam obſeruare non poſsimus. Sed à recto itinere ad certos angulos deflectendum ſit, vt eodem reuertamur. In his omnibus quid fieri expediat exemplis euidentius, quàm longo verborum contextu innoteſcet. Sit ergo locus caſtelli r, fons in c, r d meridiana linea, in quam ad rectos angulos incurrat recta c d, perpendicularis c b, metiatur altitudinem loci c ſupra d & r. Et ex ſigno b ducatur recta in r, & altera ex b in d. Igitur tres rectas b d, d r, & r b, conſtituimus in eodem plano, quod exquiſitè in libella conſiſtat. Etiã ex c & d ſignis educantur rectæ lineæ, quæ in a concurrant in inferiori ſuperficie. Et in recta r d erectę ſint perpendiculares m n, k z, h t, & f d, vt nimirum differẽtia altitudinis loci m ſupra r ſit m n, & k, k z, ipſius h, h t, & f, f d. Ex m verò πρὸς ὀρθὰς in k z extendatur in l, ex k in h ipſa k h, & in recta h t ex g ſigno in f, ipſa g f. His ita conſtitutis ad dimenſionem c r & anguli d c r progredimur in hunc modum. Cum ex r loco progredienti, primùm occurrat altitudo m n, metiemur quantitates m n & n r per obſeruationem libellæ. Eodem modo inueniemus magnitudines m l, l k, k h, h g, g f, & f d. Et cum parallelæ ſint m l, k h, & g f, ipſi d r (nam ad eoſdem angulos in perpen-



diculares incidunt) ex ſumma collectarum conſtat tota n d, quæ ſub terra latet, vt hinc manifeſtum ſit f ad perpendiculum ſupra d conſiſtere. Quod aũt ex c πρὸς ὀρθὰς incurrat in d, recta c d, id circumferentia quadrantis p x licet obſeruare, nimirũ ſi baſis d x collocetur in rectam d r, & per alterum latus d p appareat locus c. Hoc cõſtituto ex d procedimus in planam ſuperficiem in ſigno a. hîc duabus obſeruationibus (vt ſæpius oſtendimus) innoteſcẽt anguli c a d & a d c. Quare per 32 primi Elementorum, tertius a c d angulus non latebit. Et quantitatem a d in ſubiecta planicie metiemur. Hinc per 4 ſecundi Regiomontani c d latus colligemus. Ergo trianguli orthogonij c d r conſtitutis lateribus r d & d c per proceſſum penultimæ primi Elementorum tertium latus c r ratiocinando inueniri poteſt. Atq; hoc modo totius aquæ meatus longitudinem habemus inuẽtam. Inſuper trianguli orthogonij c b d acutum angulum c d b metiemur, ſi baſin inſtrumenti ita in libellam cum recta d r conſtituerimus, vt exquiſitè per ſuperficiem planam locus c conſpiciatur. Quare hypotenuſa recti anguli d c inuenta per 29 primi Regiomontani altitudinis differentia, quæ dato angulo pretenditur, nimirum c b non latebit. Et cum ad eandem c d πρὸς ὀρθὰς extendatur r b, triãgulus r b c, eſt ὀρθογώνιος, cuius duo latera b c & c r, cum ſint nota, per 27 primi Regiomontani, angulus acutus b c r cognoſcetur. Et hunc, vt in antegreſsis propoſitionibus oſtendimus, & hîc circumferẽtia t x demiſſo perpendiculo figurauimus, inter fodiendum exquiſitè obſeruabimus. Vt autem percipiamus in quam mundi partem c r meatus inclinet, aſſumpto inſtrumento explorabimus in plana terræ ſuperficie trianguli c d r orthogonij acutum angulum d c r, quem ex notis lateribus per 27 primi Regiomontani ratiocinari oportet.

Hac dimenſionis ratione nobis ita conſtituta, aſſumemus & alteram figurationem nonnihil diuerſam in hunc modum. Statuamus ergo fontem in a, caſtellum in f, vt dimetienda nobis ſit tota f a. Et quo voti compotes fiamus, per rectam lineam faciemus progreſſum ex f in d, vtrum hæc in Meridiano conſiſtat, an non, nihil refert, tantùm hîc in eadem altitudine collocamus d & f ſigna, & d ſit citra perpendicularem, quæ ex a in f d, vlterius productã extenderetur, ita tamen, vt ex d obſeruanti in conſpectu ſit a. Deſcendat autem perpendicularis ex a, vſq; ad altitudinem d & f locorum, quæ ſit in c: ex quo in d & f excurrant rectæ lineæ c d & c f, quæ ſunt in eodem plano, cum d f libellam occupante. Inſuper in ſubiecta planicie conſtituatur b ſignum, cuius diſtantiam ab a per inſtrumentum ex d obſeruabimus, eodem modo ex b interuallum d & a locorum explorabimus. His conſtitutis, progrediemur ad inquiſitionem longitudinis f a & anguli d a f. Primum in progreſſu ſi f & d

loca



loca interpoſitis montibus fuerint diſiuncta, vt per rectam f d nō pateat tranſitus, ex dimenſione perpendiculariū, quæ inter aſcendendum ex differentijs altitudinum occurrunt, & obſeruatione libellæ (vt in præcedenti exemplo patefactū eſt) magnitudinē f d explorabimus, & collocato in aliqua parte rectæ lineæ d f ex d per inſtrumentum idem ſignū & a intuēti offeretur circumferentia diſtantiæ, quæ nimirum prętenditur angulo a d f. Deinde, vt paulò ante conſtitutum eſt, ex duabus obſeruationibus in planicie factis innotuerunt anguli a b d & b d a, quibus ex ſemicirculo ſublatis tertius b a d notus relinquetur. Et b d lateris dimenſionem in eodem plano abſoluemus. Hinc per ſæpius allegatā 4 ſecundi Regiomontani quantitas a d cognoſcetur. Et antea per obſeruationem libellæ f d magnitudo patefacta eſt cum angulo a d f. Ergo per 49 primi Regiomontani latus f a cum reliquis angulis inuenietur. Et cum c d ſigna ſint in libella conſtituta Quadrantis baſi in rectam d c per inſtrumentum intuenti a circumferentia, quæ prętenditur angulo c d a apparebit. Quare trianguli a c d rectanguli nota etiam recti anguli hypotenuſa d a, perpendicularis a c, quę nimirum differētiam altitudinis a & d locorum comprehendit, latêre non poteſt. Et cum in eandem πρὸς ὀρθὰς incurrat ex f ipſa f c, triangulus c f a eſt ὀρθογώνιος, cuius duobus lateribus c a & a f notis, patefiet angulus c a f, cuius ductu inter fodiendum, quouſq; ſit via inclinanda, conſtabit. Et angulus d a f in quam mundi plagā ſit deflectendum oſtēdit. Atqui hoc nobis explorandum erat. Iterū ſtatuamus hanc figurationem in hunc modum. Sit locus fontis in b, caſtelli in c ſigno, ex quo fiat progreſſus paulatim aſcendendo vſq; in f, quod vltra fontis ſitū cōſtituatur. Vlterius in ſubiecta planicie appareat k ſignū, quod per rectas lineas, nimirū k b & k f, ipſis k & b pūctis copuletur. Deſcendat autem perpen



dicularis ex f,cui ex loco c per libellam occurrat recta c h,vt altitudinem f ſupra c metiatur f h.Eodem modo deſignetur cathetus ex b,in quem πρὸς ὀρθὰς incidat ex c recta c d.Et hîc erit altitudinis differentia b d. Cæterùm pars eiuſdem catheti,quæ eminet ſupra f,ſit b g.Et in ſigno g ex f ad rectos angulos producatur recta f g.Cum ergo progreſſus inſtituatur ex c in altiorem locum,qui eſt f,vt in præmiſsis exemplis,totius f c magnitudo patefiet. Et per obſeruationem libellæ altitudo f h cognoſcetur. Porrò in aliqua parte rectæ f c conſtituto ſigno per dimenſionem offeretur angulus b f c. Similiter ex f obſeruanti k in vlteriori planicie & b innoteſcet angulus k f b, & ex k intuenti f & b offeretur angulus b k f. Iam verò baſin f k trianguli f b k in terræ ſuperficie licet metiri. Quare per 4 ſecundi Regiomõtani f b latus notum emerget. Hinc conſtitutis f b & f c lateribus notum angulum b f c compre hendentibus,per 49 primi Regiomontani b c latus, vnà cum angulo c b f inuenietur. Porrò,vt inueniamus altitudinẽ b ſupra f,ſtatuemus baſin inſtrumenti in libellam,ſiue in rectam f g,tum inſpicienti locum b offeretur acutus angulus b f g. Et paulò ante ex ratiocinatione innotuit recti anguli hypotenuſa f b. Quare cathetus b g non latebit. Cum autem ex hypotheſi in eadem altitudine conſiſtant d & h ſigna,& differentia ſitus b ſupra f,& ipſius f ſupra d ſit deprehenſa, ex ſumma coniunctarum b g & f h conſtabit tota b d. In hanc cum ad rectos angulos incurrat c d,ſequitur,vt inuentis b d & b c lateribus,angulus acutus d b c non lateat. Id quod demonſtratione cõficiendum



erat. Iterum collocemus alium fontis locum in c, & caſtellũ in m, vt totus aquæ meatus ſit c m. Et inſtituatur progreſſus ex m vſq; in h ex quo pateat proſpectus loci c per rectam h c,vt infra libellam deſcendamus. Differentiã altitudinis m & h deſignet perpendicularis h k. Si iam recta connectantur k & m ſigna,erit ipſa k m in libella. Ex c demittatur perpendicularis vſq; ad ęqualem altitudinem ipſius h: tum recta, quæ cõiungit g & h ſigna in libella conſiſtet. In eandem c g perpendicularem ex m iuxta eiuſdem altitudinem πρὸς ὀρθὰς protrahatur m f recta,vt nimirum differentia altitudinis c & m locorum contineatur c f recta. Porrò ex c & h ſignis educantur rectæ lineæ in inferiorem ſuperficiem,quæ concurrãt in d puncto. His per hypotheſin datis,vt in præmiſsis exemplis fecimus,procedemus ad inquiſitionem meatus,& angulorũ, qui ad rem abſoluendam requiruntur. Deſcendenti ex m in h,vbi primum occurrit conſpectus loci c,innoteſcit tota longitudo m h,vnà cum recta, quæ differentiam ſitus comprehendit,h k. Et conſtituto inſtrumenti centro in h,obſeruanti c, & ſignum aliquod in recta h m poſitum patefiet angulus c h m. Per ſimilem obſeruationem d & c ex h offeretur angulus d h c, & ex d, angulus c d h. Cum autem latus

tem latus d h in ſubiecta planicie dimenſionem admittat, c h magnitudo cognoſcetur. Quare cum trianguli c h m detur angulus notis lateribus comprehenſus, tertium c m latus ratiocinatione colligetur. Et quia trigonis c g h eſt ὀρθογώνιον, cuius hypotenuſa recti anguli abit, ſi baſi Quadrantis in rectam h g cõſtituta, obſeruauerimus acutum angulum c h g, c g cathetus offeretur; qui altitudinem loci c ſupra h comprehendit. Porrò in eadem altitudine conſiſtentibus f & k, æqualis erit k h ipſi f g. Ergo ablata g f ex tota c g, remanebit c f, quæ ſituũ c & m differentiam patefacit. Hinc trigoni c f m rectanguli datis f c & c m lateribus, angulus f c m non latebit. Deinde cum nota ſint omnia trianguli c m h latera ex dimẽſione anguli h c m in quam partem deflectat c m deprehendemus. Hactenus ad obſeruationes tãtùm vna progreſſionis linea vſi ſumus: ſequitur nunc, vt occurrentibus in recto itinere impedimentis, qua ratione eundem ſcopum aſſequi liceat, deinceps conſideremus. Atq; hic ſcire licet inquiſitionem huius negocij commodiorem ac faciliorem fore, ſi quoties à recto tramite declinãdum fuerit, obſeruata digreſsionis quantitate, quomodo ſit in eundem reuertendum, quantum fieri poterit, exploremus. Cæterùm in ipſis diuerticulis, quam rationem ſitus ad libellam conſeruent, minimè negligendum eſt. Etenim niſi hoc conſtiterit, angulus inclinationis meatus ad perpendicularem exquiſitè non poterit deprehendi. Quare diligenter inuigilandum eſt, vt inter progrediendum obſeruata linearum deflexione, eius loci ſitum, ex quo fit obſeruatio fontis, cum eo, in quem aquam deferetur, conferamus. Hoc conſtituto, non difficile fuerit diſtantiam obſeruationis ab initio proceſſus dimetiri. Si enim dimenſi fuerimus longitudinem itineris ab hoc initio in eam vſq; partem, ex qua verſus fontem curſum reflectere poſsimus, angulum huius reflexionis inſtrumento deprehendemus, cuius quantitatem pro loci ratione licet conſtituere. Quare ſi etiam reflexionis lineam exquiſitis dimenſionibus explorauerimus, per 49 primi Triangulorum, quæ dato angulo prætenditur, linea patefiet. Habebimus ergo longitudinem interualli inter obſeruationis locum & initium proceſſus interceptam hac ratione exploratam. Sed ne obſcuritas rei nimiam difficultatem pariat, quantum licebit, figura eam illuſtrabimus. Sit locus fontis a, caſtelli k, c obſeruationis, vt totum iter proceſſus, quo in antegreſsis exẽplis vſi ſumus, deſignet k c recta, per quã nullus pateat tranſitus. Quare ex k ita poſtulante occaſione proceſſus inſtituatur vſq; in g verſus ſiniſtrã. Ex hoc puncto curſum reflectemus in c, ex quo ſitus fontis in conſpectum veniat. Ex a deſcendat perpendicularis, quæ ſit a b, vſq; ad altitudinem k c, quæ ſtatuimus hîc in eadem altitudine cõnexis c b k ſignis per rectas lineas. Et aliud ſignũ d conſtituatur in inferiori ſuperficie, ex quo fiat obſerua-



tio a & c,& ex c ipſorum a & d.Supra g etiam erigatur perpendicularis g f ad altitudinem k & c locorum.Nam rectas k g & e g infra libellam inclinari intelligimus.Primùm ergo cum fit progreſſus ex k in g per obſeruationem libellæ patefit tota k g cum differentia altitudinis f g. Deinde cum ex g iter inſtituttur verſus c,inſtrumento deprehendi poteſt angulus k g c.Et in progreſſu exploratur quantitas g c,quare per 49 primi Triangulorum, recta c k,quæ dato prætenditur angulo,nota prodibit.Sed vtrum c altiorem ſitum in alijs locis poſsideat,quàm k ex collatione differentiarum altitudinis,quam habent k & c ad ipſam f g deprehendetur. His conſtitutis, reliqua abſoluemus eodem modo,quo in præmiſsis vſi ſumus exemplis.Nam trigoni rectanguli a b e acutus angulus a c b ſi baſis Quadrantis in rectam e b collocetur, apparet.Cæterùm ex obſeruationibus,quæ factæ ſunt in c & d,patefiunt anguli a d c & d e a.Quare c a latus,quod eſt triangulis d a c,& b a c commune.non latebit.hinc deinceps a b cōſtabit.Ad inueſtigationem lateris a k trianguli a c k,paulò plus operæ requiritur.Nam ex inuentis tribus trigoni c g k lateribus,inueniendus erit angulus g e k per 47 primi Regiomontani. Deinde ſi inclinauerimus planum Quadrantis in ſuperficiem triangulo e k g comprehenſam,& à recta,quæ extenditur ex c in g,numerauerimus circumferentiam huius anguli, apparebit in quam partem deflexerit e k recta. Sed hac conſtituta, per ſimilem obſeruationem innoteſcet angulus a c k. Quare notis a c & e k lateribus per 49 primi Regiomontani latus a k inuenietur. Totius ergo meatus quantitatem habemus exploratam. Sed in quam partem inclinet ex angulo c a k conſtabit. Et cum in eundem ſitum poſuerimus b & k ex conſtitutis b a & a k lineis,angulus acutus b a k patefiet.Ex his nō difficulter intelligent mediocriter ingenioſi,quid in alijs locorum ſitibus, vt infiniti occurrere poſſunt,efficiendum ſit.

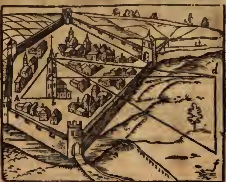
PROPOSITIO CX.

Si fons in interiorem aliquem urbis locum ſit ducendus, qua dimenſione exceſſus utriuſq; altitudinis exquiſitè poſsit explorari.

COnſtituamus nunc etiam ex fonte,qui remotius diſtet ab vrbis mœnibus deducendam eſſe aquam per fiſtulam,aut canalem in interiorem aliquem vrbis locum. Vt ergo rectè hîc conſilium inſtituatur, manifeſtum eſt diligenter explorandam eſſe inſtrumento rationem ſitus vtriuſq; loci, vt nimirum certò conſtet locum caſtelli,quod ſit intra vrbem,infra libellam fontis eſſe conſtitutum.Nos igitur operam dabimus,vt exceſſum vtriuſq; altitudinis,quantum fieri poteſt,exactè metiamur.Commodiſsimè id operis abſoluemus, ſi ex conſtituto vrbis loco & altero deinde ipſius fontis eiuſdem turris faſtigij ſupra vtrumq; locum inſtrumento obſeruemus altitudinem. Alteram huius altitudinis obſeruationem,quæ videlicet intra vrbem eſt,facillimè (vt ſuperius explicatum eſt) adminiculo 4 ſexti Elementorum abſoluemus.Alteram verò, quæ eſt extra vrbem,per ratiocinationem 4 ſecundi Regiomontani, & deinde 29 primi eiuſdem expediemus. Coſtituemus enim ab ipſo fontis loco ad certum ſpacium ſignum aliquod, è quo ſimiliter in ipſum turris faſtigium proſpectus pateat.Cum ergo primam facimus obſeruationem ex fontis loco & turris faſtigij & collocati in terra ſigni per circumferentiā inſtrumenti innoteſcit vnus angulorum trigoni. Eodem modo cum obſeruationē repetimus in loco ſigni eiuſdem faſtigij & fontis alter angulorum offertur, qui duo incumbunt noto ſpacio rectilineo. Quare trigoni reliqua latera inuenientur, quorum alterum

eſt commune

eſt commune trigono rectangulo, cuius cathetus altitudinis præfixi turris faſtigij ſupra fontem complectitur differentiam, quam facilè deinceps ratiocinabimur: ſi angulum, cui illa prætenditur inſtrumento, habuerimus exploratum. Cum ergo ex his conſtet eiuſdem faſtigij ſupra duo loca certa altitudo, ac veri ſitus ratio, eorum quoq; in ſitu differentia non latebit. Sed hæc euidentius lectori ante oculos conſtituere operæpretium fuerit. Sit igitur, exempli gratia, locus intra vrbem in a, & fons extra in d, ex quo in illum aqua deducenda ſit, vt cõmodius id efficiatur, ſit intra vrbem altitudo alicuius turris, aut ędificij b c in cuius faſtigiũ c proſpectus pateat, tam ex a, quàm d. Incurrat autẽ per libellam recta ex a in b, quæ ſit a b, & alia ex d in g, quę ſit d g, ac ſigna d & a cõnectantur rectis cum c faſtigio. Deinde extra vrbem aſſumatur notum aliquod ſpaciũ rectilineum



d f, cuius f finis cum c etiam coniungatur. His conſtitutis, oſtendendum eſt, quomodo vtriuſq; a & d loci altitudinis ac ſitus differẽtia exploretur. Primò hîc manifeſtum eſt triangulum c b a eſſe ὀρθογώνιον, cuius c b cathetus altitudinem ſitus c ſupra b comprehendit. Si ergo per inſtrumentum (vt ſuperius explicatum eſt) obſeruemus angulum c a b & baſin a b in terra metiamur, per 29 primi Regiomontani, deinceps c b, aut alia ratione per 4 ſexti Elementorum ratiocinabimur. Eodem modo conſtat triangulum c g d eſſe ὀρθογώνιον & altitudinem c ſupra d, c g catheto comprehendi. vt ergo hunc liceat ratiocinari, primùm in triangulo d c f, ſi ex d intueamur inſtrumento c & f ſigna innoteſcet angulus c d f. eodem modo ſi ex f aſpiciamus c & d ſigna, offeretur angulus c f d. Sed antea per hypotheſin f d latus innotuit. Quare per 4 ſecundi Regiomontani c d latus colligemus. Ac deinde explorato acuto angulo c d g per 29 primi Regiomontani c g catheti abſoluemus dimenſionem. Ex his manifeſtum eſt, quòd ſi fuerit c g cathetus minor c b etiam altiorem eſſe ſitum d, quàm a. Sublato igitur c g ex toto c b, vtriuſque differentia g b relinquetur, quæ erat inquiſita. Quare conſtat aquam ex d in a facilè deduci poſſe.

PROPOSITIO CXI.

Vtrum aqua in fodinis à latere perfoſſo monte educi poſsit.

OCcurrente in aurifodinis aquâ, quam inſtrumentis plerumq; ſolent exhaurire, experiemur etiam, an maiore cõmoditate perfoſſo à latere monte in inferiorem ſuperficiem poſsit deriuari. Vt autem huius negocij ratio manifeſtius nobis conſtet, exquiſitis dimenſionibus explorandum erit, vtrũ aqua profundiorem locum occupet, an exterior terrę ſuperficies in quam fuerit deducenda. Id quod faciſlimè expediemus in hunc modum. Ex ſuperiori meatus foramine perpendiculum in aquam demittemus, quo totam illius altitudinem deprehendamus. Hoc operis expedito, in inferiorem aut ſubiectũ montis ſummitati locum deſcẽdemus, cuius ſitum ratione ſupremæ partis perpen-

diculi duabus obſeruationibus inſtrumento explorabimus. Ex cuius collatione cum perpendiculi quantitate vtriuſque altitudinis differentia manifeſtè innoteſcet. Ceterùm, vt euidentius hæc ſubiecto ſchemate demonſtremus, operæpretium fuerit. Sit igitur aqua monti incluſa in ſigno c, locus in quem deriuari debeat g, & meatus c g. Differentiam altitudinis c & g, quæ nobis inueſtigāda eſt, deſignet recta c d, cui πρὸς ὀρθὰς occurrat g d recta altitudo b, in quo ſigno conſtituimus ipſius meatus ingreſſum, ſupra g ſit recta b d, & profunditas aquæ infra b deſignetur recta b c, cuius collationem hîc cum b d conſiderare oportet.



His conſtitutis ex loco g fiat per Quadrantem obſeruatio ipſius b, & alterius cuiuſdam ſigni, nimirum f in inferiori plano conſtituti: tum apparebit angulus b g f. Si iterum in f ſimilem obſeruationem locorum b & g repetiuerimus, conſtabit angulus b f g. Et per quartam ſecundi Triangul. vbi nobis certa dimenſione conſtiterit f g, reliquum latus b g non ignorabitur. Deinceps explorabimus angulum b g d, cui altitudinis differentia b d prætēditur in hunc modum. Inſtrumēti baſin erigemus ſuper rectam b g ad finem: tum à circumferentia demiſſo, vt recta in centrum tendat, perpendiculo, apparebit quanto ſegmento reliquum latus à ſigno τῆς κορυφῆς diſtiterit, cui demonſtrauimus alibi adæquari alterum, quo baſis eleuatur ſupra libellam. Atque id nobis in Quadrante l k g deſignat h k. Conſtat ergo trigoni rectanguli d b g, acutus angulus b g d. Quare cum etiam detur hypotenuſa recti anguli b g, per 29 primi Triangulorum inuenientur reliqua latera b d & d g. Quòd ſi iam perpendiculum ex b in c demiſſum, minus fuerit b d recta, conſtabit rem expeditè abſolui poſſe: ſin minus alia via eam aggredi oportet. Sed hîc nobis, exempli gratia, minor conſtituitur b c, quàm b d. hinc deprehendemus totius meatus ex c in g longitudinem per 47 primi Elementorum, ſi b c ſubduxerimus ex b d. Nam hinc remanebit differentia c d, & paulò ante nobis inuenta eſt d g baſis. Deinde ex acuto angulo d c g, vt in antegreſsis exemplis oſtendimus, quomodo inter fodiendum paulatim ex c verſus g ſit iter inclinandum, patefiet. Vt autem agnoſcamus in quam mundi partem meatus c g deflectat, primum obſeruabimus ex b adminiculo Magnetis quo inclinet ſignum g. Hinc cum c ad perpendiculum conſiſtat ſub b, in eodem plano verticali ſtatuuntur & in eandem plagam vergunt c g & b g.

PROPOSITIO CXII.

Quomodo ſit intra conſtitutum tempus certa quantitas aquæ, è caſtello fontis educenda.

CVm hîc tractationem de aquis obiter ingreſsi ſimus, non inutile aut iniucundum diſcendi ſtudioſis fuerit, ſi conſideremus qua ratione per numeros certò liceat ratiocinari, vt ipſi etiam conſentiat experientiæ, intra conſti-

tutum

tutum temporis interuallum quanta pars aquæ ſit effluxura, ſi aliquot caſtelli,
in quod fons influit, fiſtulis obſtructis, reliquæ aperiantur. Et viciſsim conſtitu
tæ certæ aquæ quantitati, quantum temporis ad effluxum aſsignetur. Vt re-
cta ratiocinatione id colligamus, quanto temporis ſpacio ſingulæ fiſtulæ ſepa
ratim certam generis menſuram effundant, ſtatuendum erit. Deinde per cano
nem Gebri, ſiue vt alij vocant artem rei & cenſus, negociũ abſoluemus in eum
modum, qui ſequitur. Caſtello cuipiam 36 menſuras cuiuslibet quantitatis ca-
pienti infigantur fiſtulæ a, b, c, d: quarum a totam aquam exhauriat duabus
horis, b tribus, c ſex, d 8. & obſtructis fiſtulis a & c, quæratur quantum aquæ
effundant reliquę duæ b & d intra ſpatiũ Quadrãtis horæ. Cum ergo 3 horis
b effundat 36, cõuenient $\frac{1}{}$ tres, & d cum eaſdem exhauriat 8 horis, tribuen-
tur ¹ horę, 1 $\frac{1}{}$ quæ cũ tri ⁴ bus cõiũctę efficiũt ſimul 4 $\frac{}{}$ Sed viciſsim inquira
mus ⁴ quãto ⁸ tẽpore b & d ſimul apertæ 4 ¹ reddant. ⁸ Vt hoc inueniamus
primùm inquirimus quanto tempore ſimul ⁸ effundant 36, pro quo ſtatui-
mus 1. ℞. Cum iam effundat b 36 menſur. 3 horis ſtatuetur 1. ℞. tẽporis 12 ℞. &
cum d conſumat horas 8 cõuenient 1. ℞. 4 $\frac{1}{}$ ℞. Sed ſumma quæ colligitur
ex 12 ℞. & 4 ¹ ℞. nimirum 33 ℞. æquatur ² menſur. 36. Quare 1. ℞. producit
2 horas cũ $\frac{2}{}$, ³ Tanto tem ³ pore b & d ſimul effundunt 36 menſuras. Verũ
hoc verum ¹¹ ſit, licet experiri per regulam proportionis. Nam ſi 3 horis ef-
fluunt 36 menſ. 2 $\frac{2}{}$ exibunt 26 $\frac{2}{}$. Et ſi d 8 horis reddit 36, in 2 $\frac{2}{}$ dabit 9 $\frac{9}{}$.
Sed harũ ſumma ¹¹ reſtituit 36. ¹¹ Conſtat igitur nos verum colle ¹¹ giſſe nu ¹¹
merum. Et cum 36 effundantur ſimul apertis b & d, tempore duarum hora-
rum cum $\frac{2}{}$ elabentur 4 $\frac{1}{}$ vnius quadrantis ſpacio. Ita viceuerſa ex tempo-
re collegi ¹¹ mus certam ⁸ menſuræ quantitatem, & ex hac temporis effluxus
interuallum. Eadem calculandi ratione tantùm apertis a & b totam aquam
effluere in vna hora cum $\frac{1}{}$ ſed ex a & c idem euenire in 1 ¹, & a d 1 ¹. Verùm
omnibus ſimul apertis, ⁵ eadem aquæ quantitas effluit ² ¹ horæ. ⁵ Id quod
hinc manifeſtum eſt. Nam intra tantum temporis ſola a ⁹ effundit 16 men
ſuras, b 10 ², c 5 ¹ & d 4, quarũ ſumma reſtituit 36. Idem experiri licet in re-
liquis *συζυγίαις*, vt b c, c d, a c d, d b c, &c.

PROPOSITIO CXIII.

Quomodo per aquam Archimedes inuenerit quantum argenti aureę coronæ idolo ſuo conſecratæ artificis dolo immiſtum eſſet.

VItruuius hiſtoriam cõmemorat de Archimede, qui poſtulante rege Hie-
rone, aquæ adminiculo explorauit, vtrum aurea corona idolo ſuo pro-
pter victoriam partam conſecrata, opificis dolo argenti aliquid admiſtum ha-
beret. Ad cuius rei inquiſitionem primùm vaſi aqua repleto maſſam auri puri
grauitate ponderi fabrefactæ coronæ æqualem immerſit, aqua effluente colle
cta. Deinde repleto vaſi ęquale pondus argenti puri excepta aqua redundan-
te immiſit. Tertiò explorauit quantum aquę, immiſſa corona, efflueret. Ita con
ſiderata proportione effluxarum aquę partium, quantum argenti in aurea co-
rona lateret, ratiocinatus eſt. Sed cum Vitruuius rationem huius calculi expli-
catam non reliquerit, inueſtigabimus hîc, quomodo illud Archimedis inuen-
tum nobis liceat imitari. Id quod facillimè expediemus per canonem Gebri.
Statuamus ergo pondus coronæ fuiſſe trium librarum, qua vaſi immerſa, efflu
xerint $\frac{67}{}$ aquæ, per eiuſdem ponderis maſſam auri puri immiſſam, excepta ſit
$\frac{1}{}$ aquę ⁴²⁰ & per alteram argenti puri $\frac{3}{}$ redundarint. Ergo corona eſt conſtru
⁴⁰ cta 3 − ℞. auri, in cuius locum ſubſti ⁷ tuitur 1. ℞. argenti. Hinc ad inuentio-

nem æquationis procedimus. Cum 3 libræ auri puri effuderint ¹ aquæ, conue
niẽt 3–1. ℞. lib. 3—1. ℞. Et immerſo argẽti põdere, cum effluxe ⁴⁰ rint, 3 aquæ,
attribuẽtur 1 ℞. ¹²⁰ 3 ℞. lib. ex quarum ſumma per additionem colli ⁷ gẽtur
63†339 ℞. Hæc fra ²¹ gmenta adæquantur ⁶⁷ aquæ per hypotheſin, ſiue ob-
2520 ſeruationem, quæ per multiplicatio ⁴²⁰ nem in crucẽ, quę fit hoc modo
63†339 ℞. x 67 reducũtur ad huiuſcemodi denominationes 26460†142380 ℞
2520 420 & 168840. Si nunc ab his æqualibus ſubtraxerimus æqualia,
reſiduæ partes erunt æquales. Ergo vtrinq; auferantur 26460: tum reliquentur ęquales partes. Hinc manifeſtũ eſt, cum radices relictæ, tantùm ſemel contineãtur in 142380 numero, 1. ℞. efficere vnam libram argenti. Quare ipſius coronæ ſunt auri, & reſidui pars argenti. Id quod inueniendum nobis erat. Sed vtrum hoc conſentiat experientiæ per canonem proportionis licet experiri. Nam ratione 2 librarum auri effluet ¹ aquæ, & ratione 1. lib. argen. aquę, quorum ſumma fragmẽtorum reſtituit ⁶⁰ ⁶⁷ aquę. Et tantum aquæ effudit immiſſa corona. Conſtat ergo nos verum ⁴²⁰ numerum hoc modo aſſecutos.

Cum deeſſent characteres numerorum Coßicorum conſtituimus in ſuperioribus exemplis loco radicis Coßicæ ſignum ℞.

SECTIO SEXTA, COMPLECTENS ABSOLVTVM ARTIFICIVM EIACVLANDI SPHAERAS TORMENTARIAS.

PROPOSITIO CXIIII.

Ex quo fundamento ſit extructum artificium eiaculandi ſphæras è tormentis.

CVM de multiplici tormentorũ vſu tractationem hîc inſtituramus, forſan obiecerit aliquis hoc tempore, quę ſcribam, artificum vulgò ſatis perſpecta & vſitata eſſe: huic reſpõſum volumus lõge aliud eſſe rem ſimpliciter τὸ ὅτι intelligere & vſurpare, quàm eãdem τὸ διότι, ſiue ex primis fundamẽtis inueſtigare. Cõſtat enim aliquos ex opificibus magna cum dexteritate experientia duce ſuas operas abſoluere, verũ certas ac euidentes cauſas, ex quibus omnia tanquã ex veris fontibus deriuantur, acie ingenij perſpicere non poſſunt. Nos igitur cum in hoc opere Quadrantis vſum potiſsimũ explicemus, ad quem propriè ratio artificioſè ſphęras tormentarias eiaculandi pertinet, & in conflictibus noſtro tempore maximè ad hanc rem vſurpet[illegible] ituimus hîc non tantùm ſimplicem ipſius vſum declarare, ſed etiam demonſtrationes experimentorũ ex immotis Geometriæ Elementis extructas ſtudioſę iuuentuti in lucem proferre, de quibus an alij ante nos conſcripſerint, ingenuè profiteor me ignorare. Quantum ad abſolutum vſum attinet, ſicut alijs omnibus in rebus, ita hîc quoq; experientię multum cõcedimus. Nam etſi ἀκριβεῖς θεωρίαι veluti Parcarum tabulę, immutabiles permaneant: tamẽ inter experiundum multis de cauſis non pauca errata incidunt. Aut enim inſtrumenta non ſunt exquiſitè ad normam cõſtructa, aut in dimenſionibus hinc rei neceſſarijs obſeruandis exploratores ὑπὸ τῶν ἐποπτεύειν aberrant, aut in vera collocatione machinarum negligentiores ſunt, quàm res ipſa permittat. Sed nos, quæ ſunt in ſingulis propoſitionibus obſeruanda ſuis locis diligenter annotabimus, ſi

hic pręmiſerimus illam Euclidis propoſitionē, in cuius fundamento (exceptis obſeruationibus) tota huius tractationis ſumma fere conſiſtit. Ea verò 6 libro Element. Græcè ſic deſcribitur: τῶν ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί. id eſt, Aequiangulorum triãgulorum proportionalia ſunt latera, quæ circum æquales ſunt angulos, & ſimilis rationis, quæ ęquales angulos ſubtēdunt latera. Huiuſmodi duos trigonos, nimirum ęquiangulos in eiaculationibus ſphęrarũ è tormentis inueniri declarabimus. Ex his alter triangulus ὀρθογώνιος conſtituitur ex tribus lineis, quarum prima eſt hypotenuſa tormēti, ſeu via, quam ſphęra è principio, ſeu loco ſuo violentiſsimo motu expulſa in illud punctum vſq;, ex quo verſus terram delabitur, percurrit. Hanc verò exquiſitiſsimè adęquari rectę lineę conſentaneum non eſt, quãuis vtriuſq; differentia non ſit magna. Neq; enim violentus ille motus quo ſphera impulſa defertur, in tēporis momento ita abrumpitur, vt ſtatim ex præcipitio ſphera in terrã deuoluatur, ſed paulatim in itinere elangueſcit, donec tãdem in fine curſus omnino deficiat & euaneſcat. Atq; hac ratione fit, vt in ipſo fine decurſus ſphera non exactè ſupremam catheti altitudinem, quæ ex eleuatione tormenti in Quadrante colligitur, attingat, ſed paulò inferius in eundem incidat. Quãuis igitur non exactè rectam lineã ſphęra percurrat, tamen in ipſis eleuationibus tormēti, vt hypotenuſam loco rectæ lineæ accipiamus & cõſtituamus eſt neceſſe. Sed qua ratione hoc fiat, & quomodo hęc differentia percipiatur, inferius demõſtrabimus. Secunda linea eſt, quam ſphæra metitur, cum deficiente violento motu, natiuo impetu in terram ad rectos angulos delabitur. Hanc exactiſsimum trigoni rectanguli catheton conſtituere infallibilis omnium temporum experientia ſatis atteſtatur: id quod etiam Claudius Ptolemęus primo libro μεγάλης συντάξεως pulchrè his verbis comprobat: κἀκεῖνο δὲ μόνον προχειρότατον ἂν εἰς τὴν τοιαύτην κατάληψιν γένοιτο, τὸ, σφαιροειδοῦς, καὶ μέσης τοῦ παντὸς (ὡς ἔφημεν) ἀποδεδειγμένης τῆς γῆς τὰ ἅπασιν ἁπλῶς τοῖς μέρεσιν αὐτῆς, τάς τε προσνεύσεις, καὶ τὰς τῶν βάρος ἐχόντων σωμάτων φορὰς, λέγω δὲ τὰς ἰδίας αὐτῶν, πρὸς ὀρθὰς γωνίας πάντοτε καὶ πανταχῇ γίνεσθαι ὡς διὰ τῆς κατὰ τὴν ἐμπτώσιν ἐπαφῆς διεκβαλλομένου ἀκλινοῦς ἐπιπέδου. Tertia verò linea trigoni, nimirũ baſis ipſa conſtat illa diſtantia, quæ inter locum tormenti & cathetum, vbi rectum angulum vna comprehendunt, intercipitur, quæ Horizontis planæ ſuperficiei ſemper æquidiſtat. Secundus triangulus in Quadrante conficitur ex ſinu toto, ſinu recto eius circumferentiæ, ad cuius altitudinem machina eleuatur, & ſinu ipſius complementi, qui partem alterius trianguli βάσεως conſtituit, quemadmodum etiam ſinus maximus partem hypotenuſæ. Sinus rectus eleuationis tormenti maioris trianguli catheto æquidiſtat. Hæc in ſequenti figura demonſtrata, euidentius intelligentur. Demonſtrabimus igitur, quæ ſit horum τριγώνων ὀρθογωνίων ratio, quorum cõſideratione ad rectã tormentorum conſtitutionem maximè vtimur. Sit ergo tota, quam ſphæra percurrit hypotenuſa c l, quæ ſi exquiſitè recta conſtaret linea eſſet ipſa c k, verùm quia vis expultrix in hoc itinere paulatim elangueſcit, adeò, vt ſimul in ipſo motu nonnihil deſcendat, ſphæra infra k punctum in cathetum k m, quæ ratione d g circumferentiæ conſtituitur, incidit, id quod hîc fiat in ſigno l. Quæ ſit autem ratio deſcenſus in motu dum vis expellens paulatim imminuitur, in ſignis n p r l manifeſtè conſpicitur. Porrò ex l ſigno, in quo violenti motus vis ſubitò euaneſcit, ſphæra in ſubiectam baſin ad rectos angulos natiuo impetu delabitur in m punctũ: id quod immutabili omniũ temporũ experientia veriſsimum eſſe conſtat. Erit igitur diſtantia tormenti à loco delapſę ſphæræ c m. Cõſtituimus hîc etiã ex hypotheſi Quadrantis baſin c g in Horizontis plana ſuperficie conſiſtere, & in eandem rectã lineam cum g m incidere, &



centrum ſphæræ d ſignum exquiſitè præterijſſe. Qua ratione ſint hæc exploranda paulò poſt aperiemus. Conſtat igitur d f ſinum rectum circumferentię eleuationis d g παράλληλον eſſe k m perpendiculari. Inſuper aſſumamus c k rectam loco c l hypotenuſæ. Habemus hîc iam duos trigonos rectãgulos, quorum vnus c k m, alter c f d, cum d f ipſi k m æquidiſtet: nam d f eſt ſinus arcus c d, & c f æqualis ſinui complementi, & angulus k c m vtriq; eſt communis. Quare duo reliqui anguli c d f & c k m inter ſe æquales erunt. Eſt igitur per 4. ſexti Elementorum eadem ratio lateris c f ad f d, quæ eſt c m ad m k. Et his ita conſtitutis, manifeſtum eſt ſatis exquiſitè inueniri poſſe c k & k m, verùm c l & l m non ita facilè deprehenduntur, attamen quomodo k l differentia proximè inueniatur, inferius oſtendemus. Porro hîc conſiderandum eſt, quoties ſphæra ſit extorquenda, vt per cathetum in ſubiectum locum deferatur, vt centrum tormẽti exactè eleuetur iuxta lineam c k, ne inferius inclinetur ad c l hypotenuſam veram. Nam hac ratione futurum eſt, vt perpendicularem l m ſphæra rectius decurrat, ne vltra aut citra præſcriptum terminum deuoluatur.

PROPOSITIO CXV.

Obſeruationes quædam ad certas collocationes & omnem uſum tormenti neceſſariæ, ne à ſcopo multum aberremus.

CVm demonſtrauerimus præcipuum vſum tormentorum ex conſideratione trianguli ὀρθογωνίου extructum eſſe, ſequitur etiam, vt explicemus quænam obſeruationes hîc neceſſariæ ſint, vt ne obliqua aut diſtorta collocatione tormẽti huius trianguli ſtructura perturbetur. Nam in hoc præcipuè incumbendum eſt, vt ex certa eleuatione tormenti ad Quadrantem & eiuſdem diſtantia à loco delapſæ ſphæræ hypotenuſam ex ſinuum tabulis inuenias. In primis huc requiritur, vt baſis Quadrantis exquiſitè occupet planam Horizontis ſuperficiem: id quod facillimè (ſicut alibi demonſtrauimus) expedire licet, ſi perpendiculum ex ſupremitate ſuſpenſum alterum latus, quod eſt erectum exactè contingat. Hoc ita conſtituto, dicimus axem tormenti, ſiue lineam,

neam,quæ per mediam cauitatem tormenti & centrum ſphęræ tranſit,ſemper ad præfixam circumferentiam eleuandum, ex qua omnia trianguli orthogonij latera ratiocinando colligemus. Expeditè hoc operis abſoluitur, ſi in tormenti ſuperficie circulus eo artificio deſignetur,vt cauitati ex qua ſphęra egreditur, exactè æquidiſtet. Secetur hîc in Quadrantes ea ratione, vt ſuprema ſectio,tormento finitoris plano æquidiſtante verticali puncto reſpondeat, quæ ad latera fuerint intermediæ,finitoris planæ ſuperficiei. Ex his manifeſtè conſtat,ad quantamcunq; altitudinem, machina fuerit à terra eleuata,ſemper intermedias ſectiones cum axe æqualem in Quadrante eleuationem occupare. Inſuper ab his ſectionibus ad infimam tormenti partem ducantur rectæ lineę, quarum ſingulæ à ſuis initijs denominationem ſortientur. Quare ſi intermediæ ſectionis lineam ita ad certam Quadrantis circumferentiam eleuaueris, vt longius producta in centrum Quadrantis extendatur,exactiſsimè tormentum erit collocatum. Sed hæc quomodo fiant inferius copioſius explicabimus. Supereſt deinde,vt in ſingulis eiaculationibus idem ſit pondus ſphærarum, quæ emittuntur,& eadem vis pulueris tormentarij.

PROPOSITIO CXVI.

Quomodo ex ſingulis eleuationum aut inclinationum circumferentijs ὑποτείνουσα tormenti colligatur.

HActenus ea deſcripſimus,quæ ad ſequentium tractationem maximè neceſſaria videbantur,ſequitur nunc,vt progrediamur ad ſingulorum propoſiti nobis trianguli laterum inueſtigationem. Et cùm in primis neceſſaria ſit cognitio lineæ rectum angulum ſubtendentis,ab huius inquiſitione exordiemur. Quando igitur intermediæ ſectionis linea (ſicuti præſcripſimus) ad certam Quadrantis circumferentiam fuerit eleuata, diligentiſsimè obſeruandus erit locus in quem ſphæra primùm fuerit delapſa, cuius diſtantiam à Quadrantis centro dimetieris, quæ trianguli orthogonij baſin conſtituit. Ex hac non difficili ratiocinatione reliquorum laterum quantitates aſſequeris. Nam cum demõſtratum ſit per 4 ſexti Elementorum, eandem eſſe rationem ſinus arcus complementi ad ſinum totũ, quæ eſt huius diſtantiæ ad hypotenuſam tormenti, multiplicabis ſecundam magnitudinem in tertiam, & productã diſtribues in primã. hinc quarta neceſſariò innoteſcet. ſit igitur axis tormenti a b eleuatus ad circumferentiam b d, quę eſt 41 part. 24 ſcrupul. & ſphęra violẽto motu expulſa, in g punctum delapſa inueniatur. Igitur ex dimenſione a g lineę conſtat vnum ex lateribus trigoni rectanguli a f g. Deinde arcus b d ſinus rectus b c, & complementi ſinus a c, vnà cum ſinu



toto a b innoteſcunt. Multiplicabis igitur a g in a b, & productum in a c diſtribues. Cum arcus b d ſit 41 part. 24 ſcrupul. erit complementum 48 part. 34 ſcrup. cuius ſinus rectus, nimirũ a c eſt 75011. Diſtantia g a ſit inuenta 600 paſſ. Quare poſt abſolutam operationem prodibit linea f a ferè 800 paſſ.

PROPOSITIO CXVII.

In quantam altitudinem ad ſingulas eleuationes tormentum ſphæram excutiat.

INuenta nobis hac ratione tormẽti hypotenuſa, ex iiſdem fontibus magnitudinem perpendicularis educemus, cuius cognitionem etiam ſæpenumero vtilem & neceſſariam eſſe docet vſus. Nam ſi conſtitutum fuerit ea ratione ſphęram extorquere, vt per cathetum in pręfixum locum deiiciatur: opus erit, vt huius altitudinem cum ſinu recto eius anguli, ſupra quem machina eleuatur, diligenter conferas, qua de re inferius plura: nunc ad rem veniamus. Conſtituta nobis eſt circumferentia altitudinis tormenti d b 41 part. 24 ſcrupul. cuius b c ſinus rectus ex tabulis inuenitur 66131, ſed hypotenuſa a f conſtat 800 paſſ. Cum igitur ſit eadem ratio a b ad b c, quæ eſt a f ad f g, ex quibus tres magnitudines ſunt notæ, quarta etiam f g non latebit. Ex multiplicatione b c in a f conſurgit 52904800, qui numerus diſtributus in ſinum totum a b reſtituit 529 & $\frac{4800}{100000}$. Tantæ magnitudinis proximè eſt perpẽdicularis f g. Eandem etiã quantitatem inuenies ex penultima primi Elementorum. Cum enim inuenti lateris f a τετράγωνον adæquetur τετραγώνοις laterum g a & g f rectum angulum ambientium, & ex his alterum ſit notum, ſequitur, vt hoc ex illo ſublato, tertii lateris τετράγωνον remaneat. Quadratum f a eſt 640000, & a g 360000, quo ex illo ſubtracto, reſtat Quadratum lateris f g 280000. Ex hoc radix quadrata extracta, nimirum 529 & paulò plus, ipſius catheti magnitudinem f g patefacit, qui ſecundum exactam circuli rationem ex circumferentia d b colligitur. Sed cum violentus motus, quo ſphæra per totam hypotenuſam defertur, circa finem maximè imminuatur, ſequitur, vt ſphæra non exactè in ſupremam catheti f altitudinem incurrat, ſed aliquanto inferius in eundem incidat. Et ſi differentiam hanc aliquo modo metiri volueris, pręfigas tibi certum alicuius loci ſcopum, ex cuius altitudine & tota hypotenuſa iuxta exquiſitam circuli rationem angulum eleuationis tormenti inueſtiges. Nam hac ratione futurum eſt, vt finis hypotenuſæ exactè incidat in præfixum ſcopum. Hinc manifeſtum eſt ex impulſu ſphæræ ſtatim appariturum eſſe locum paulò inferiorem ſumma perpendicularis altitudine, quæ ex circumferentia eleuationis colligitur. Cæterùm hæc aliis curioſius perſcrutanda relinquam, cum ſola ferè experientia huiuſcemodi difficultates explicet. Quò fit, vt noſtras propoſitiones duntaxat ad ęxquiſitam circuli rationem accõmodemus. Manifeſtum eſt hîc etiam diſcentibus, qua ratione fiat, vt eiuſdem tormenti catheti, pro magnitudine angulorum ſupra quos axis eleuatur, ſemper immutentur, cum tamen hypotenuſa vbiq; retineat eandem quantitatem. Nam ſemidiametri in circulo vicem gerit.

PROPOSITIO CXVIII.

Quanta ſit diſtantia tormenti à loco, in quem ſphæra delabitur, ex ſingulis eleuationibus & hypotenuſa colligere.

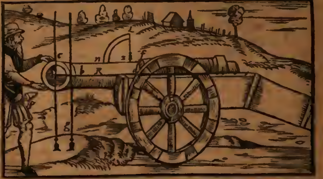
DEmonſtrauimus iam, qua ratione ex magnitudine rectæ lineæ, quæ inter centrum Quadrantis & locum delapſę ſphæræ intercipitur, vnà cum angulo eleuationis aut inclinationis tormenti, illa, quæ rectum angulum ſubtendit, &

dit,& perpendicularis colligantur:hîc viceuerſa ex conſtituta hypotenuſa & perpendiculari,aut complemento anguli eleuationis quanta ſit diſtantia tormenti à loco delapſæ ſphæræ, vbi cum catheto ſemper ad rectum angulum concurrit,peruestigabimus. Ac primo iuxta 47 primi Elementorum ex hypotenuſa & catheto eam inquiremus in hunc modum. Quadratum hypotenuſæ eſt 640000, catheti 280000. Hoc igitur ex illo ſubtracto,ſupereſt quadratū diſtantiæ 360000,cuius radix inuenietur 600 Sed cum pro diuerſa quantitate complementi anguli eleuationis etiam diſtantiæ creſcant, aut decreſcant, videamus quomodo ex ſinu complementi maioris eleuationis, & hypotenuſa quęſtionem ſoluere liceat. Conſtituamus igitur axem tormenti ad eleuationem 60 part. cuius complementum eſt 30 & ſinus rectus 50000. Iam verò ex multiplicatione 800 in 50000 conſurgit 40000000, qui numerus diſtributus in ſinum totum,reſtituit 400 paſſus. Igitur hæc diſtantia minor eſt altera 200 paſſ. Atqui tanta eſſet a g linea, ſi d b circumferentiam conſtituerenius 60 part. Rationem ſupputationis non difficulter intelliges. Nam eadem eſt ratio a b ad a c, quæ eſt a f ad a g. Quare multiplicatur f a in a c & productum diuiditur in a b. Non diſsimili ratione colliges ad quaſcunq; alias eleuationes baſium & perpendicularium quantitates.

PROPOSITIO CXIX.

Quomodo axis tormenti in libellam collocetur.

VT certas tormenti eleuationes diſcentes intelligant & commodius experiantur, operæpretium fuerit, vt exquiſitis rationibus conſtitutum habeant, quomodo axis in libellam ſit collocandus, id quod ſine omni difficultate licet explorare, ſi perpendiculo ſuperiori Quadrātis lateri appenſo quod ab eodem in neutram partem deflectat (vt alibi etiam oſtendimus) baſin in tormenti ſuperficiem conſtitueris. Sed tamen ad commodiorem vſum, velim vt propè extremam cauitatem, ex qua ſphæra egreditur, exquiſitè circulus deſignetur, qui ita ſecetur in Quadrantes, vt ſuprema ſectio reſpōdeat τῷ σημείῳ τῆς κορυφῆς, & intermediæ τῷ ὁρίζοντι ὡσπερεὶ παράλληλαι conſtituantur. Ex ſingulis harum ſectionum per ſuperficiem tormenti ducātur rectæ lineæ, quæ denominationem à ſuis initijs ſortientur. Atq; ſuperioris lineæ vſus erit, vt Quadrantis baſin ſuſtineat quoties perpendiculi adminiculo certam axis eleuationem (vt paulò poſt apertius explicabimus) experiri volueris. Si autem ad Quadrantem in terra conſtitutum placeat axem eleuari mediarum ſectionum lineis, quæ cum illo ſemper eandem occupant altitudinem, vtaris. Cæterùm, vt rationem inueniendi has ſectiones in deſignato circulo facilius intelligas, Quadrantis vſu in libellam axe conſtituto, obſeruabis ſuperiorē perpendiculi contactum, quod centro cauitatis ſiue axis exquiſitè prætenditur. Ab hoc in deſcripto circulo deorſum numerabis vtriuſq; 90 partes, quantarum totus circulus contineat 360. Nam in finibus harum partium occurrunt ea puncta, quæ finitoris planæ ſuperficiei æquidiſtant, & eundem poſsident cum axe tormenti ſitum. Quare rectæ lineæ ex his eductæ, cum machina ex libella eleuatur, eandem altitudinem cum axe occupabant. Sed puncta mediarū ſectionum ſimplicius etiam ſine diſtributione circuli in partes obſeruabis, ſi in eodem ſitu manente, machina alterius perpendiculi contactum vtrumq; ad exteriorem ſuperficiem notaueris. Nam inter contactus duarum perpendicularium, quarum altera per centrum tranſit, altera tantùm exteriorem contingat ſuperficiem, Quadrans circuli exquiſitè concluditur. At ne videantur hæc aliqua obſcuritate diſcentes remorari, euidenti demonſtratione ſtabilire non pigebit. Cōſtituatur enim axis tormenti d a, quem in cum ſinum collocare debeas,



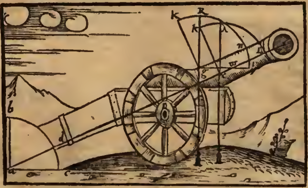
vt finitoris planæ ſuperficiei æquidiſtet,ſiue in libella quieſcat. Centrum cauitatis ſit a. Superiori machinæ ſuperficiei ita inſiſtat inſtrumenti baſis r n, vt perpendiculum exactè erecto lateri adhæreat, quod ſit l r. Aliud deinde perpendiculum prætendatur à cētro, quod ſuperius attingit machinam in e puncto, quod exquiſitè reſpondet ſigno verticali, à quo, ſi deorſum numeraueris quartam circuli partem, quæ finiatur hic in b, offendes etiam illud ſignum, ex quo producta recta b d, finitoris plano æquidiſtat. Sed recta linea, quæ educitur ex e, nimirum e f, omnium quæ in ſuperficie tormenti ſunt eſt ſuprema, cui baſis inſtrumenti impoſita, ſemper officio perpendiculi oſtendet, quātum axis à libella deflectat, aut ſub quanto illum ſecet angulo, vt poſtea apparebit. Porrò certum etiam habebis argumentum, quòd axis occupet libellam, ſi perpendiculum tam ſuperius quàm inferius æquabiliter cauitatis circumferētiam attingat, cuius rei euidentior eſt ratio, quàm vt explicatione indigeat. Diximus etiam intermediæ ſectionis punctum b ſine deſignato circulo facilius inueniri poſſe ſolo perpendiculo. Tranſeat ergo altera perpendicularis linea per a centrum, altera verò extremam circumferētiam leuiter attingat in b: tum dicimus punctum contactus b 90 partibus à verticali e ſigno diſtare, ſiue ſegmentum e b quadranti circuli adæquari. Occurrat enim ſemidiametro e a perpendicularis in centrum, quæ ſit k b a, vt circumferentiam ſecet in b: tum b e ſit quarta circuli: cum ergo rectę e a & b g ad rectos angulos in eandem ſuperficiem longius extenſæ incurrant, ſunt παράλληλοι. Sed in παράλληλα recta incidens per 29 primi Elementorum efficit exteriorem angulum æqualem interiori oppoſito ad eaſdem partes. Quare m angulus b a e ſit rectus, erit æqualis huic exterior, & interior deinceps e b a. Cum ergo ſit angulus a b c rectus, neceſſariò exiſtet in b ſectione per 18 tertij Elementorum, quam perpendiculum contingit. Id quod demonſtratione explicandum erat. Inuentis ergo hac ratione ſectionibus c & b educendæ erunt ex ipſis rectæ lineæ e f & b d, cum qua ſemper æqualem habet altitudinem in quolibet ſitu axis ipſe. Si ergo Quadrantem in terram conſtitueris, ſemper ad conſtitutam circumferentiam eleuabis b d lineam. Atque hac ratione nos inſtrumentum collocabimus ad euidentiorem ſequentium demonſtrationum explicationem. Sed quomodo conſtituto Quadrante in rectam f c, axis eleuari, aut inclinari debeat, deinceps perſequemur.

PROP

PROPOSITIO CXX.

De multiplici Quadrantis collocatione ad exquiſitam axis tormenti eleuationem explorandam.

VT euidentius & facilius ſequentium propoſitionum demõſtrationes extruamus in ſingulis axis eleuationibus Quadrãtis baſin in planam terræ ſuperficiem, quæ tamen in ſitu non declinet à libella, collocamus. Sed nõ ignoramus quàm moleſtum & ſæpenumero difficile foret, ſi in terra ſemper illud ſignum eſſet inueſtigandum, cui centrum inſtrumenti imponeretur, vt in rectam lineam incideret, quæ ab axe vlterius in rectum extenſo conſtituitur. Sępius etiam occurrit ea loci conſtitutio, vt baſis, cui machina inſiſtere debeat, non ſit exquiſitè plana & Horizontis ſuperficiei παράλληλα. Quare nobis hîc vigilanter eſt conſyderandum qua inſtrumenti collocatione artifices vbiq; locorum commodiſsimè & certiſsimè ſingulas axis altitudines experiantur. In antegreſſa propoſitione quomodo ex ſuperiore perpendiculi contactu ſummæ altitudinis linea in ſuperficie tormẽti inueniatur, explicauimus, cuius vſus ad præſentis negocij demonſtrationem commodiſsimè applicabitur. Si enim inſtrumenti baſin concinnè huic lineæ ad rectos angulos impoſueris, & tormentum in quancunq; altitudinem eleuaueris, dico demiſſum ex ſupremo circumferentiæ in centrum Quadrantis perpendiculum, tanto ſegmento exquiſitè à fine partis nonageſimæ deſtiturum, quantus ſit angulus eleuationis axis tormenti ſupra ſuam baſin. Idem etiam manifeſtè experieris, in quancunq; ſuperficiei partem Quadrantem tranſtuleris, modo rectam in ea lineam poſsideat. Sed nos maioris cõmoditatis & certitudinis cauſa ſupremæ lineæ ſitum baſis inſtrumenti loco aſsignamus. Hac ratione ſic conſtituta, ſemper exquiſitiſsimè axem tormenti ſupra cõſtitutos angulos eleuabis, ſi perpendicularem in centrum deſcendentem obſeruaueris, donec ab altero inſtrumenti, quod erectum eſt, latere tanto deflexerit interuallo, quantum reſpondeat oblatæ altitudini. Vt autem hoc indubitata demonſtratione cõfirmemus, euidentem huius rei figuram ſubijciemus. Sit igitur axis tormenti a l, g n ſupremæ ſectio-



nis linea, a p plana finitoris ſuperficies, ſupra quam in Quadrante a b c axis eleuatur ad circumferentiam c d. Hîc iam inueſtigandum nobis eſt, an cõmodè fieri poſsit, vt per alias Quadrantis collocationes eandem axis altitudinem experiamur. Ad huius rei demõſtrationem pertexendam ſtatuatur baſis eiuſdem Quadrantis, aut eidem ęqualis in ſupremę ſectionis lineam g n: tum per-

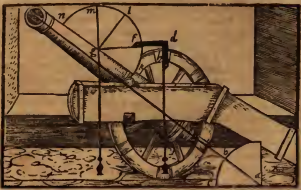
pendiculo per centrum g exquiſitè tranſmiſſo,quod à ſuperiori parte circumferentiam attingat in r,dicimus ſegmentum k r adæquari d c. Vt autem huius demonſtrationis complementum abſoluamus, perpendiculari lineæ r g in centro g ad rectos angulos occurrat h g,eidem æqualis. Quare ſi fines harum linearum deſignata circumferentia connectantur, erit r h ſegmentum quarta pars circuli, & æqualis toti k n. vtriq; eſt communis circumferentia r n,qua ſublata relinquitur r k æqualis n h. Inſuper cum duo ſint eiuſdem magnitudinis Quadrantes a b c,& r g h,quorum latera vnius ſunt παράλληλα lateribus alterius,nimirum r g ipſi b a (Nam vtrunq; πρὸς ὀρθὰς incidit in baſin a c p) & g h ipſi a c,quas recta linea ſecat a p,conſtituitur per 29 primi Elementorum angulus exterior l p h æqualis interiori & oppoſito d a c. Et cum g n æquidiſtet x λ,in quas incidit recta h g,per eandem 29 erit angulus l p h æqualis interiori n g h. Eſt igitur n g h æqualis d a c & circumferentia n h ipſi d c. Sed antea demonſtratum eſt n h adæquari k r. Concludimus ergo ſegmentum k r exquiſitè adæquari d c ſegmēto altitudinis.id quod demonſtratione ſtabiliendum erat. Ac,vt euidentius tota res diſcentibus innoteſcat, tormento eundem ſitum occupante,inſtrumenti baſin transferamus in axem ipſum x l,vt ſimul etiam deſcendat perpendiculum in centrum x. Iterum hic aſſeueramus diſtantiam perpendicularis, vbi circumferentiam contingit (vt hic in λ apparet) à fine partis nonageſimæ æqualem eſſe d c altitudini. Primum in confeſſo eſt duas λ x & r g lineas eſſe παράλληλας,cum ad rectos angulos productę in baſin deſcendant. Quare per 29 primi Elementorum angulus r x l,æqualis eſt angulo g r x, & per eandem cum æquidiſtent k g & r x latera,in quę recta linea incidit r g,ęquatur angulus g r x angulo k g r. Manifeſtum eſt igitur angulum r g k æquari r x l, & circumferentiam k r circumferētiæ r λ. Quare negari non poteſt r λ æqualem eſſe d c. Atqui hoc demonſtratione conſtituendum erat.

PROPOSITIO CXXI.

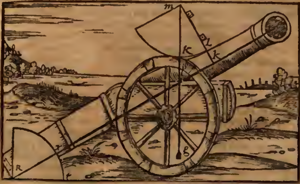
De duabus alijs Quadrantis collocationibus, quibus certam axis tormenti eleuationem experimur.

His ſubnectemus,& alios duos Quadrantē collocandi modos,quibus eandem axis tormenti eleuationem experiemur. Alterum horū expediemus adminiculo gnomonis & perpendiculi in hunc modum. Conſtituentes baſin Quadrantis in ſupremæ ſectionis lineam circumferentia verſus terram cōuerſa, attentè explorabimus, qua in parte eam ſecet ſuperius latus gnomonis, quando cuſpis in centrum exquiſitè dirigitur alterum latus occupantē perpendiculo. Hoc conſtituto, certum eſt ſegmentum circumferentiæ, quod inter ſectionem gnomonis & baſin Quadrantis intercipitur, æquale eſſe circumferentiæ, quæ inter axem tormenti & libellam ſupra quam eleuatus eſt, concluditur. Cæterùm, vt res ipſa euidentius intelligatur, ἀπόδειξις erit contexenda. Sit igitur axis tormenti a b g,qui ſupra libellam ſiue planiciem Horizontis a c eleuetur in Quadrante ad quantitatem circumferentiæ b c. In ſuperioris linea ſectionis k n conſtituatur baſis Quadrantis k g, ita vt circumferentia l k a ſignum ſpectet. Sit autem gnomon h d f,cuius d h latus occupet perpendiculum d r, ac alterius d f cuſpis in g centrum dirigatur, ita vt circumferentia l k ſecetur in f ſigno. His conſtitutis, dicimus f k ſegmentum adæquari b c,quæ eſt eleuationis axis circumferentiæ. Vt hoc euidentius demonſtretur, ſuper g centrum ad quantitatem g l deſignemus alterum l m n Quadrantem, ita vt coniuncti ſimul k l g, & g l n in eadem ſuperficie ſemicirculum

micirculum



micirculum abſoluant. Et ex circumferentia l n demittatur per centrum g perpendicularis m g. Cum igitur latus gnomonis d h ad perpendiculum cõſiſtat, erit alterum d f in libella, cui vlterius in g extenſo occurrit perpendicularis m g, vt neceſſe ſit angulum f g m eſſe rectum. Quare circumferentia f m conſtat abſoluto circuli Quadrante. Sed & l k per hypotheſin eſt Quadrans. Igitur l k & m f ſunt æquales, vtriq; autem eſt commune l f ſegmẽtum, quo ablato, per communem ſententiam neceſſe eſt ſegmentum f k æquale relinqui alteri l m. In antegreſſa propoſitione demonſtratum eſt l m adæquari b c eleuationis circumferentiæ. Cum ergo per communem ſententiam quæ eidem ſunt æqualia, etiam inter ſe ſint æqualia, manifeſtum eſt f k adæquari b c: id quod hic demonſtrari oportebat. Eandem eleuationis circumferẽtiam adhuc alia ratione conſtat explorari poſſe in hunc modum. Alterum latus inſtrumenti, cui ſunt infixa pinnacidia, ſi ad rectos angulos imponatur ſuperioris lineę ſectionis perpendiculum é centro per ſuperficiem demiſſum tanto ab eo latere ſegmento diſtabit, quanta fuerit circumferentia ſupra quam axis tormenti eleuetur, id quod euidentiore demõſtratione explicandum eſt. Sit igi-



tur axis tormenti r z k eleuatus ſupra libellam ad quantitatem circumferentiæ x t. Ac lineæ ſectionis ſupremæ p l imponatur latus Quadrãtis in l ad rectos angulos. Deinde perpendiculum m g ex m centro per planiciem de-

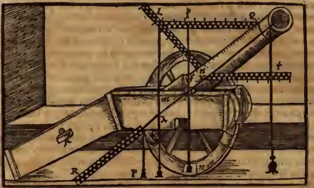
miſſum circumferentiam ſecet in k ſigno. Hoc cõſtituto dicimus l k ſegmentum adæquari x t eleuationis circumferentiæ. Vt hoc demõſtretur, m l latus vlterius extendatur in axem, cui occurrat in k ſigno. Eundem ſecat perpendiculum in z ſigno. Quoniam igitur p l & k z ſunt parallelæ, erit etiam angulus m k z rectus per 29 primi Elementorum. Sed etiam angulus r g z eſt rectus, quia perpendiculum incidit hîc in libellam. Vterq; igitur triangulus r g z & m k z eſt ὀρθογώνιος. Cùm autem lineæ r k & m g ſecent ſeſe in z ſigno certum eſt angulos τῶν κορυφῶν r z g & m z k eſſe æquales per 15 primi Elementorum. Quare per 32 primi eorundem Elementorum tertius z r g ipſi z m k adæquatur. Cum igitur ſit ęqualis (vt hîc conſtituimus) vterq; Quadrãs, certum eſt ſegmentum x t adæquari alteri k l. Quòd ſi Quadrans alter non ſit ęqualis alteri, tamen vtriuſq; ſegmentum ſimile conſtitui oportebit. Atqui hoc demonſtratione ſtabiliendum erat.

PROPOSITIO CXXII.

Quomodo per regulam, cui annexum ſit perpendiculum, multipliciter eiuſdem axis tormenti eleuationem experiamur.

SEquitur nunc, vt videamus qua ratione ſine Quadrantis vſu ſolius regulæ, cui perpendiculum ſit annexum, adminiculo, tam ex ſuperiore quàm inferiore parte certam axis tormenti eleuationem liceat explorare. Id quod facillimè poſſe fieri euidenti demonſtratione diſcentibus ante oculos cõſtituemus. Vt igitur ad conſtitutum quemlibet angulum axis attollatur, regulam mediocriter longam in minima, quantum fieri poteſt, ſegmenta diſtinctè partiemur. Si hac placuerit vti inferius, videlicet prope finem tormenti ad libellam, ita vt illa conſtituatur in axe, in trigono rectangulo ſinus maximi locum occupabit, & ſinum anguli eleuationis præfixæ perpendiculum ab eius ſummitate in planiciem Horizontis demiſſum, ac baſis ipſa comprehenditur recta linea, quæ eſt inter contactum perpendiculi, & ſectionem regulę cum libella. Hinc manifeſtum eſt, vt axis ſupra certum angulum eleuetur, operępretium eſſe, vt ratiotinando perpendiculi quantitatem colligamus per 29 primi Regiomontani. Deinde reliquum operis abſoluetur ſi conſtituta in axe regula, cuius ſummitati iuxta collectam magnitudinem perpendiculum ſit appenſum, in eam altitudinem eleuetur, vt infima pars eius contingat libellam. Hunc ſitum axe occupante certum eſt ipſum eleuatum eſſe à libella ad quãtitatem anguli conſtituti. Atque hoc modo negocium expeditur in planicie Horizontis: ſed triplici collocatione ſuperius in lineis per ſuperficiem tormenti deſignatis eadem regula cum perpendiculo ad eandem axis eleuationem conſtituendam, vel explorandam licet vti, ita vt perpendiculum tam hypotenuſæ quàm catheti locum ſubeat, ſed regula vbique baſeos vicem, quę fuit in inferiori triangulo, ſuſtineat. At hæc cum oculis ſubiecta facilius intelligantur, ad ſtructuram ἐκθέσεως progrediemur. Sit igitur axis tormenti r x s eleuandus ſupra libellam r n ad datum angulum, quem hîc conſtituimus k r p. Quomodo verò hîc explorari debeat, collocata notę magnitudinis regula r k in axe, ſi per 29 primi Regiomontani quantum eſſe debeat perpendiculum huic angulo prætendendum ratiocinemur, quale hîc eſt k p innoteſcit. Cum enim k p ad rectum angulum in r n decidens, eam rationem habuerit ad r k, quam ſinus anguli k r p conſtituti ad ſinum totum, certum eſt axem rectè eleuatum eſſe. Nunc transferamus regulam r k, aut aliam ęqualem (eundem tormento ſitum occupante) in ſupremæ lineam ſectionis n q, cui in n ſigno ad

rectos



rectos inſiſtat angulos, ac ipſi r p baſi trianguli orthogonij r p k ſtatuatur æqualis n l:tum ab l puncto demiſſo perpendiculo, quod ſecet m q, in m ſigno, dicimus trianguli ὀρθογωνίου m n l m n baſin æqualem effici k p catheto trianguli r p k, & l m perpendiculum ipſi r k hypotenuſæ. Vt ergo hoc demonſtremus, vlterius extendatur perpendicularis l m in x, vt nimirum ſecet axem in λ ſigno. Duabus igitur lineis in λ ſeſe interſecantibus, erit per 15 primi Elementorum angulus f λ x, æqualis ipſi l λ x, cui etiam propter æquidiſtantiam linearum λ s & m q, item k p & λ x, quæ nobis alibi eſt demonſtrata, per 29 primi eorundem Elementorum æquatur l m n & alteri r k p. Sed vterq; l n m & r p k eſt rectus. Iam autem angulo l m n prætenſum latus l n per hypotheſin æquatur baſi r p, quæ ſubtendit æqualem r k p angulum. Conſtat igitur per 26 primi Elementorum latus m n æquari k p perpendiculo, ac l m ipſi k r. Atq; hinc manifeſtum eſt, ſi propoſitum ſit axem ad angulum k r p, ſiue alium quemuis datum eleuare, facillimè negocium expediri poſſe, ſi per 29 primi Regiomontani collecta k p catheti magnitudine æqualem ipſi ſtatuamus in m q aliam rectam, vt hîc eſt m n: & in regula πρὸς ὀρθὰς propè finem erecta accipiamus æqualem trianguli orthogonij baſi, vt hîc eſt n l, quo conſtituto, attentè exploremus inter eleuandum, donec perpendiculum ab l ſummitate demiſſum exquiſitè incidat in alterum m finem, aut ſumpta in regula l n æquali r p, & æquali perpendiculo l m ipſi r k regulæ conſtituto eleuemus tantiſper machinam, donec finis m cõtingat ſupremam lineam q m. Eandem eleuationem conſtituere aut explorare adhuc alia licet ratione. Cum enim iuxta magnitudinem regulæ & anguli eleuationis conſtituti per 29 primi Triangulorum reliqua trigoni orthogonij latera ratiocinati fuerimus, æqualem in mediæ ſectionis linea datæ conſtituemus hypotenuſę, cuius inferiori fini regulam applicantes, quæ notatam habeat ęqualem baſi magnitudinem, ac alteri nempe ſuperiori fini perpendiculum appendentes, eleuabimus tormentum in eam altitudinem, donec ad rectos angulos ipſum perpendiculum pernotatum in regula ſignum tranſeat: tum manifeſtum erit angulum, quo ad ſe inuicem inclinant regula & mediæ ſectionis linea, æqualem eſſe illi, quo baſis eleuatur ſupra libellam. Sit igitur in mediæ ſectionis linea x s æqualis r k hypotenuſæ datæ, & ipſi r p baſi notetur in regula ęqualis x t, quę applicetur ipſi x ſigno: tum perpendiculum ab s demiſſum, quod angulum s x t conſtituent æqualem ipſi k r p, vt per t ad rectos angulos tranſeat, æquale dicimus eſſe k p catheto. Cum enim duæ perpendi-

culares lineæ s t & k p ſint παράλληλοι; ac incidant in x t & r p ad rectos angulos, etiam ipſæ r p & x t ſibi inuicem ęquidiſtant. Sed eaſdem ſecat axis s s. Quare per 29 primi Elementorum angulus s x t æquatur ipſi k r p. Cum ergo x t ſit æqualis k p, etiam s t æquatur k p, id quod ad ęqualitatem angulorum s x t & k r p requiritur. Eadem regula ac perpendiculo vti licebit in ſuperioris linea ſectionis. Nam ſi deſignetur ibi æqualis datæ linea hypotenuſæ, cuius ſuperiori parti applicata regula, in qua ſit ęqualis notata baſi magnitudo, demittat perpendiculum in finem deſignatę rectæ, quod æquale ſit catheto, angulus cui ipſum prætenditur perpendiculum æqualis erit inclinationi axis ad libellam. Sit igitur ęqualis in regula magnitudo p q baſi r p & q f in tormento ipſi r k, & in perpendiculo p n pars f p ipſi k p catheto: tum ipſum p q f angulum ęqualem eſſe dicimus ipſi k r p inclinationi axis ad libellam. Id enim ex 5 ſexti Elementorum ſatis euidenter innoteſcit, cum ſingula vnius triangulorum latera ſint ęqualia viciſsim lateribus alterius trigoni. Cęterùm & alia demonſtratione idem confirmari poteſt. Cum enim, vt alibi conſtituimus, παράλληλοι ſint t s & f q lineę, & perpendiculum ſecet axem in t, erit angulus p f q ęqualis p t s, cui ęquātur per 15 primi Elementorum r t n, & eidem r k p. Cum igitur duo latera p f & q f ſint ęqualia duobus r k & k p lateribus, & illa complectantur angulum p f q æqualem ipſi r k p, certum eſt per 7 primi Element. reliquos angulos ſub quibus ęqualia latera ſubtēduntur ſibi inuicem ęquari. Angulus igitur p q f ęqualis eſt ipſi k r p. Atq; hac ratione eandem axis ſupra libellam experimur eleuationem. Sed altera cum regula nimirum ad rectos angulos deſignatę q m rectę infigitur, in hunc vſum commodior fuerit.

PROPOSITIO CXXIII.

In quantam altitudinem ſupra baſin eleuandum ſit tormentum, ut ſphæra in locum præfixum per κάθετον deſcendat.

CVm igitur ſint explicatæ rationes eleuationum ac inuentiones omnium linearum orthogonij trianguli, in cuius fundamēto ferè totum artificium rectè eiaculandi ſphæras tormentarias conſiſtit: ſequitur nunc, vt ad principalem rationem πρᾶξιν deinceps progrediamur. Et cum duo tantùm ſint eiaculationum modi, nimirum vt ſphęra in pręfixum locum, aut per κάθετον deſcendat, aut per ὑποτείνουσαν in eundem excutiatur, de priori modo primò tractationem inſtituemus. Quādo igitur ὑποτείνουσα tormēti ex aliquot obſeruationibus tam exquiſitè quàm fieri poſsit, inuenta fuerit, diligenter opera danda, vt tormentum quàm proximè ad præfixum locum admoueatur. Hoc cōſtituto, per diligentes obſeruationes præfixi loci altitudinem, & eiuſdem à tormento dimetiaris interuallum. id qua ratione fiat ex antegreſsu propoſitionibus deprehendes. Ex his duabus lineis inuentis, vel per tabulam Gnomonicam Peurbachij, vel tabulam ſinuum, ſicut alibi explicauimus, quantitatem anguli, quem ſubtendit linea altitudinis præfixi loci, ſupputabis. Eadem ratione ex hypotenuſa tormenti, & eiuſdem à loco diſtantia earundem linearum inclinationis angulum deprehendes, quem ſi videris maiorem angulo prius inuento, certum habebis indicium, negocium expediri poſſe, ſin minus, aut tormentum erit propius admouendum, aut ſi hoc commodè fieri non poſsit, per hypotenuſam oportebit rem tētare, aut à labore omnino deſiſtere. Idem etiam facilius percipies, ſi tantùm ex altitudine loci & diſtātia per quadrageſimamſeptimam primi Elementorum lineam rectum angulum ſubtendentem inueneris, &

ris,& eandem cum hypotenuſa tormenti contuleris. Si enim hæc maior fuerit illa, etiam certò conſtabit rem eo modo abſolui poſſe, ſin minus aliam viam ingrediemur. Conſtat igitur ex his rationibus, quomodo experiamur an finem propoſitum conſequi poſsimus. Niſi enim hoc certò præuiderimus, ſæpenumero fruſtra laborem conſumemus. Cæterùm quærat aliquis, ſi in prima diſtantia rem fieri non poſſe perſpexerimus, quàm propè ſit accedendum, vt locum conuenientem inueniamus: reſpondemus hîc ex omnibus illis interuallis ſcopum attingi poſſe, in quibus anguli inclinationis tormenti exceſſerint angulos oblatæ loci altitudini reſpondentes, id quod ex hypotenuſis recti anguli colligemus, ſicut antea præſcriptum eſt, ita vt proximiora ſemper occupemus interualla. Quòd ſi curioſè volueris inquirere remotiſsimum locum operi conuenientem, inuentæ loci præfixi altitudini aliquot partes adijcies, ex qua ſumma deinceps & hypotenuſa tormenti per 3 huius tractationis propoſitionem diſtantiam deprehende. Iam verò ſi conſtituerimus exploratum nobis eſſe locum, in quo ſuperet hypotenuſa tormenti lineam ſubtendentem rectum angulum, quem ambiunt altitudo loci & diſtantia, conſiderãdum erit, quomodo ſit exquiſitè tormentum à baſi eleuandum, aut à perpendiculari verſus terram inflectendum. Indicauimus antea qua ratione ex ſinuum tabulis ſit inueniendus angulus inclinationis hypotenuſæ tormenti & diſtantiæ à loco præfixo. Numerabis igitur huius anguli circumferentiam in Quadrante ad quam ita diſpones tormentum, vt ipſius axis, ſiue linea, quæ per centrum ſphęrę & tormenti pertranſit eam exquiſitè occupet altitudinem, cuius rei modos & rationes multiplices indicauimus in præmiſsis propoſitionibus. Deinde opus eſt, vt eadem in tormento linea quantum fieri poſsit exquiſitè conſiſtat in eadem plana ſuperficie cum loco præfixo, id quod ſola viſus obſeruatione facillime conſequemur. Ex ſequenti ſchemate tota res euidentior erit.



Conſtituamus igitur ſphæram è tormento excutiendam, vt ex altiori loco delabatur in locum n, ex quo deducatur in ſubiectum planum κάθετος n o, diſtantia tormenti ab eo loco ſit c o, hypotenuſam c l notam cõſtituimus. Primò inueniamus ex lineis n o & c o per obſeruationem notis, ipſam c n, quæ ſubtendit rectum angulum c o n per penultimam primi Elementorum.

Dicimus igitur neceſſarium eſſe, ſi ex c loco ſphæra ſit eijcienda, vt ex præcipitio in n delabatur, vt c l ſit maior, quàm c n, & vt angulus l c o ſit maior angulo n c o. Cum enim duo ſint trigoni rectanguli c o l & c o n, quibus eſt communis baſis c o, & l o κάθετος maior ſit ipſo n o, erit etiam quadratum l o maius quadrato n o. ſed duo quadrata c o & l o per penultimam primi Elementorum adæquãtur quadrato c l, & per eandem quadrata c o & n o ſunt æqualia quadrato c n, & hæc duo ſunt minora illis. Ergo & quadratum n c minus eſt ipſius l c quadrato. Et per cõſequens l c linea maior n c. Idem etiam ſimplicius demonſtratur per 21 primi Elemẽtorum. Nam per hanc duo latera c n & n o minora ſunt duobus c l & l o, & angulus c n o maior eſt angulo c l o. Quare cum duo acuti anguli in ὀξυγωνίῳ triangulo conſtituant rectum, neceſſariò ſequitur angulum l c o maiorem eſſe altero n c o. Manifeſtum eſt igitur ſi tormentum ſphæram tantùm excuteret in d, cum c d ſit minor ex hypotheſi c n propius machinam admouendam. Nam aliàs ſphæra non deferretur in locum conſtitutum, ſed in ſubiectam ſuperficiem delaberetur in ſignum r. At fingamus tormenti vim tantum poſſe pertingere in d, & quærendus ſit proximus locus in c o plana ſuperficie, ex quo vis machinæ poſsit globum extorquere in κάθετον l o. Aſſumamus punctum aliquod in l o paulò ſupra n quod ſit in m ſigno, ex quo ducamus rectam m p in ſubiectum planum, quæ ſit æqualis c d, incidat autem in punctum p, erit igitur inuenienda diſtantia p o. In trigono rectangulo p m o nota ſunt duo latera p m ex hypotheſi & m o ex obſeruatione. baſis igitur o p per 26 primi Regiomontani non latebit. Quare ſi machina proueheretur in p ſphæra κάθετον attingeret in m. His intellectis videamus quomodo per exemplum res explicari debeat. Conſtituamus igitur totam vim tormenti poſſe deferre globum per c l, quæ ſit 1000 paſſuum, diſtantia verò c o ſit 600, altitudo n o 100. Quæritur hic primum, an vis tormenti poſsit extorquere globum aut ignem eouſq; vt in aliqua parte contingat l n cathetum. Primum multiplico c l quadrate, hinc conſurgit 1000000, deinde quadratum 600 eſt 360000, quo ſublato ex priori, remanet quadratum catheti 640000, cuius radix eſt 800 paſſuum, quæ cum 100 exuperet, non eſt de euentu dubitandum. Conſtat igitur in hac conſtitutione ſphæram ex aere delabi per 700 ferè paſſuum interuallum, donec attingat punctum n. Iam verò ſupereſt, vt inueſtigemus quantitatem circumferentiæ f r in quadrante ad quam debet eleuari media tormenti linea c f, id quod facillimè expediemus per ſinuum tabulas. Ex lineis l c & c o inquiritur angulus c l o in hunc modum. in primo loco ſtatuitur l c, id eſt 1000, deinde 600, tertiò ſinus totus 100000. Iam ex multiplicatione ſecundi in tertiũ conſurgit 60000000, qui numerus in primum diſtributus, reſtituit 60000 ſinum. Huius circumferentia ex tabulis inuenitur 36 part. 52 ſcrup. cuius complementum eſt 53 part. 8 ſcrupul. tanta eſt circumferentia f r, quæ erat inuenienda. Iterum ſtatuamus vim tormenti minorem eſſe, qualis eſt c d linea, cui aſsignemus 500 paſſus, ſi nunc eadem maneat diſtantia c o: tum manifeſtum eſt ſphæram in terram eſſe delapſuram, nec ad optatum ſcopum peruenturam, ad quancunq; altitudinem machina eleuetur, ſi hîc relinquatur eadem eleuationis circumferentia ſphæra decidet in k ſignum, & cum angulus c d k ſit 36 part. 52 ſcrupul. erit c k diſtantia ferè 300 paſſuum. Verùm inquiramus nunc ſignum p, hoc eſt, quantum eſſet antrorſum prouehenda machina, vt tamen incidat ſphæra in aliquam catheti partem, videlicet in m & ſtatuamus n m 20 paſſuum. Conſtat igitur m o paſsibus 120, cuius quadratum 14400 ſublatum ex quadrato 250000, reſtituit 235600, ex quo numero ſubtracta radix quadrata conſtat ferè 485 paſsibus, quibus ex 600 ſublatis, reſtant 115 paſſus,

paſſus, qui metiuntur lineam c p. Tantum igitur ſpacij proueheretur machina, vt ſphæra in m ſignum incideret. Quòd ſi iterum quæſiueris ad quantam circumferentiæ altitudinem tormentum attolli deberet, ſi in p collocaretur, ordinatis in hunc modum numeris, vt ſequitur, 500, 120, 100000 ſi multiplices ſecundum in tertium prodibit 12000000, quem numerum ſi diuidas in primum emerget tibi ſinus 24000, cuius circumferentia eſt 13 partium 53 minut. quæ erat inuenienda.

PROPOSITIO CXXIIII.

Qua ratione ſphæræ ſint è tormentis emittendæ, ut per hypotenuſam in præfixum locum incurrant.

QVi rectè aſſecutus eſt antegreſſam propoſitionem, hanc etiam facillimè intelliget. Hæc autem vtriuſq; differentia diligenter nobis eſt conſideranda, quòd illic potiſsimum habeamus rationem totius hypotenuſæ, videlicet, vt ſummam ipſius altitudinem in aere ad ſingulas eleuationes aut inclinationes tormenti, quam ſphæra metitur uſq; ad ſubiectum locum animaduertamus: Hîc verò non tam finem hypotenuſæ, aut catheti magnitudinem, quàm violentiorem ſphæræ impetum in hypotenuſæ decurſu obſeruemus, cùm ſolus hîc finis ſit propoſitus, vt arces in præfixis locis conſtitutæ quãtum fieri poſsit, maximè diſijciantur. Quamobrem hîc diligẽter inuigilandum eſt, vt tormenta propius locis admoueantur, ne in decurſu ſphęrę prope finem hypotenuſæ, vbi motus eſt multò languidior, in pręfixum ſcopum incurrentes, eundem leuius concutiant. In huius negocij conſideratione, quemadmodum in reliquis omnibus, duæ tantùm res non oſcitanter nobis ſunt perpendendę, ſcilicet an finem propoſitum poſsimus conſequi, & quibus rationibus. Primum igitur perſpiciendum eſt per exquiſitas dimenſiones, an ea linea, quam ex conſtituto loco vſq; in pręfixum ſcopum ſphæra percurſura ſit, magnitudine hypotenuſam tormenti excedat, an ab eadem ſuperetur. Niſi enim hoc conſtiterit, ſubinde futurum eſt, vt laborem & ſumptum fruſtra conſumas. Hanc lineam facillimè inuenies ex 47 primi Elementorum, ſi modò fuerint antegreſſæ dimenſiones altitudinis pręfixi ſcopi ſupra locum tormenti & eiuſdem baſis à tormento diſtantiæ. Nam ex ſumma quadratorum quæ ex his lineis ſeparatim in ſeſe multiplicatis cõſurgunt, extracta radix 1. ℞. inquiſitam magnitudinem producit, ſi hęc minor fuerit hypotenuſa tormenti ſecurè licebit rem expedire. Supereſt nunc, vt perſequamur inuentionem anguli inclinationis tormenti in Quadrante, vt pręfixum ſcopum exquiſitè emiſſa ſphęra contingat. cum inueneris altitudinem ſcopi, & eiuſdem baſis à tormento diſtantiam, totum negocium ex ſinuũ tabulis abſolues. Nam quæ fuerit ratio lineæ, quam ſphęra percurret ad altitudinem ſcopi eadem erit ſinus maximi ad ſinum eius circumferentiæ, ſupra quam tormentum eleuari debet. Quare ſi multiplicaueris ſinum totum in altitudinem inuentam, & productum numerum partitus fueris in pręd ictam itineris lineam, exurget ſinus anguli Inclinationis tormenti & baſis. Itaq; nihil reſtat, niſi vt hypotenuſa tormenti exquiſitiſsimè collocetur in eadem plana ſuperficie cum pręfixo ſcopo. Vt autem hanc tractationem diſcentes intelligant facilius, non pigebit eam figura & exemplo illuſtrare. Conſtituamus igitur in planæ ſuperficiei c g loco c tormentum aliquod in tantam quidem altitudinem à baſi eleuandum eſſe, vt ſphęram extorqueat in k ſcopum. Ex hypoteſi nihil hic deprehendimus notum præter ſolam hypotenuſam, ſed ex dimenſionibus primùm inueniuntur lineæ k g quæ eſt altitudinis ſcopi, & c g eiuſdem baſis à tormento diſtantiæ. Vtraq; harum



multiplicetur in ſeſe, id eſt quadratè: tum ex ſumma productorum per 47 primi Elementorum conflatur quadratum lineæ rectum angulum c g k ſubtendentis c k, ex quo radix educta ipſam c k lineam patefacit, quæ ſi minor fuerit explorata hypotenuſa, certum eſt negocium expediri poſſe. His conſtitutis ſupereſt, vt procedamus ad inuentionem circumferentiæ d m, ad cuius altitudinem axis tormenti c d attolli debet. Cum d f ſit perpendicularis ipſi c g, quod in principio demonſtrauimus, per 4 ſexti Elementorum eſt eadem ratio c k ad k g, quæ eſt c d ad d f, quæ linea eſt ſinus rectus propoſitam circumferentiam ſubtendens. Ex his tres ſunt notæ, nimirum c d, c k & k g. Quarta igitur d f per regulam proportionis innoteſcet, per quam ex tabulis & ipſa circumferenia d m inuenietur. Exemplum huius rei tale proponimus. Tormenti hypotenuſa ſit paſſuum 900, g k altitudo 100 & c g diſtantia 300. Quadratum g k eſt 10000 & c g 90000, ex quibus collectis conſurgit quadratum c k 100000, ex quo radix 1. ℞. extrahitur 316. Quare manifeſtum eſt ſphæram ex loco c violentiſſimo impetu in k ſcopum incurſuram, ſi ad iuſtam circumferentiam in Quadrante tormentum fuerit eleuatum. Ad illius inuentionem progrediemur in hunc modum. In primo loco ſtatuatur c k linea, quæ inuenta nobis eſt 316, ſecundo k g nimirum 100, vltimò ſinus maximus 100000, iam ex multiplicatione ſecundi in tertiū fit 10000000, qui numerus in primum diſtributus, reſtituit 31645 ſinum, cuius arcus ex tabulis inuenitur 18 part. 27 ſcrupul. Tantus erit igitur angulus inclinationis tormenti & baſis. Sed hunc quoque per radium viſiuum non difficulter explorant artifices. Memineris hic etiam nos altitudinis baſin g & locum c exquiſitè in libella conſtituiſſe: ſed in aliis ſitibus locorum, quomodo eundem ſcopum attingamus, alibi explicatum eſt.

PROPOSITIO CXXV.

Qua ratione, quæ in antegreſsis propoſitionibus numerorum adminiculo ſunt inuenta, ſolo perpendiculo in Quadrante abſoluantur.

IN antegreſsis propoſitionibus, quomodo artificium ſpheras tormentarias eiaculandi ſimplicisſimè ex veris & immotis Geometriæ fundamentis ſit extructum,

extructum,ita tamen,vt numerorum adminiculo ſingulorum ὀρθογωνίου τριγώνου laterum quantitates colligantur,explicauimus: verùm hac ratione tantùm illis cõſultum eſſe video, qui harum artium elementa mediocriter aſſecuti ſunt. Quare ſimpliciorem hîc viam aperiemus,qua expeditius & citra omnẽ vſum calculi perpendiculi officio omnium nobis propoſiti trianguli linearum magnitudines inueniantur. Atq; hîc iterum primò ad inquiſitionem hypotenuſæ progrediemur. Quam verò ſuperius tormenti & Quadrantis collocationem præſcripſimus,hîc firmam & immotam retinebimus. Sit igitur axis tor-



menti a d eleuatus ad circumferentiam d g, & ſphæra delapſa inueniatur in l ſigno (vt a k ſit hypotenuſa) cuius à Quadrantis centro diſtantia l a, trianguli nimirum a k l, baſis per dimenſionem terreſtrem facillimè innoteſcit. Nunc ab a cẽtro verſus g in baſi a g dinumeres tot partes ęquales,quot paſſibus ſiue menſuris totam a l conſtare deprehendiſti. Ad finem harum partium demittas perpendiculum,ita vt axem tormenti a d ſecet in b ſigno. His ita conſtitutis,per 2 ſexti Elementorum, conſtabit quomodo reliqua trianguli a l k latera a k & k l inueniãtur. Ea verò Græcè ſic habet: Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς. Cum igitur vtraq; linearum b c & k l ad rectos angulos in ſubiectam baſin a l incidant, ſunt παράλληλοι per 28 primi Elementorum. Ergo per præmiſſam trianguli a l k cum latera ſint proportionaliter ſecta per b c lineam proportionis omnium linearum inter ſe patefiunt. Iam verò trianguli a b c omnia latera innoteſcunt, ſi a b & b c in ſubiectam baſin expanſo circino tranſtuleris. Nam quot partibus ipſius a g adæquentur manifeſtum erit. Cum igitur notæ ſint proportiones omnium laterum trigoni a b c ad omnia latera trigoni a l k, & data ſit baſis a l per 6 primi Regiomontani reliqua latera a k & k l cognoſcentur. Qualium igitur partium a c eſſet 600, talium a b eſſet 800, & b c 529, quod exemplum antea cõſtituimus. Iam nunc ſtatuamus ex inuenta hypotenuſa a k & baſi a l axem tormenti eleuandum eſſe, vt per cathetum in l ſignum ſphæra decidat. Hîc ab a centro in baſi a g numerabis partes diſtantiæ à loco præfixo & in a d ſemidiametro partes hypotenuſæ tormenti,

quam cõſtat in eum ſitum diſponendam eſſe, vt ex b fine perpendiculum ſuſpenſum, in finem partium, quæ inuentæ diſtantiæ in baſi reſpondent, exactè deſcendat. Nam tum ſemidiameter in extremitate d circumferentiã, ad quam axis tormenti ſit eleuandus, extemplò indicabit.

PROPOSITIO CXXVI.

Quomodo ſine Quadrante tantùm officio regulę & perpendiculi, ea, quæ ſunt hactenus explicata, inueniantur.

DEmonſtrabimus nunc etiam ex conſideratione trigoni rectanguli ad omnem tormẽtorum vſum & certas eorundem collocationes Quadrantem neceſſariò non requiri, ſed huic negocio regulam oblongam & exquiſitam, cui perpendiculum ſit annexum abundè ſatisfacere. Et certè minori labore & difficultate per hanc rationem totam rem licet expedire. Nec minor eſt huius rei certitudo, cum ex iiſdem fundamentis extruantur omnia. Regulam igitur longam trium aut quatuor cubitorum in æquales ſectiones, quotcunque volueris, diſtribuas. cui ex altera parte perpendiculum appendas. Conſtituamus ergo primùm huius regulæ adminiculo colligendam eſſe tormenti hypotenuſam, id quod efficiemus hoc modo. Ad quamcunque altitudinem volueris à baſi regula cum axe tormenti ſimul eleuetur, & in eo ſitu expulſa ſphæra, diligenter locum in quem primum deuoluta fuerit inueſtiges, vt ipſius à tormento diſtantiam inde colligas. Tum regula in eodem ſitu permanente, ex ea tot æquales portiones circino excipies, quot paſsibus aut pedibus diſtantiam tormenti à loco delapſæ ſphæræ conſtare deprehenderis. Has ſectiones aut partes à centro, id eſt eo puncto, vbi regula terræ innititur, in ſubiecta baſi verſus perpendiculum dinumerabis. Quo facto, in finem partium idem perpendiculum traduces, & notata huius & regulæ mutua interſectione, inquiſitam tormenti hypotenuſam inuentam eſſe pronuntiabis. Quomodo verò ex conſtitutione regulæ in ſuperiore parte tormenti idem opus perficiatur, qui antegreſſas propoſitiones recte intellexerit non difficulter ratiocinabitur. Ex ſubiecto ſchemate res euidentius innoteſcet. Ad altitudinem perpendiculi d f, eleuetur axis tormenti a f, deinde expulſa ſphæra per hypotenuſam a g deuoluatur in h ſignum, cuius ab axe diſtantia h a per dimenſiones in terra facillimè innoteſcit, a b f regula in certas ſectiones diſtributa. His conſtitutis triplíciter inuenies quantitates laterum a g & g h. Nam ſi totã a h per certas partes dimenſus fueris, circino excipies in regula a b tot æquales ſectiones, quot his partibus reſpõdeant, quas ab a cẽtro verſus d dinumerabis. Incidat aũt finis harum ſectionum in c ſignum, à quo



erigatur

erigatur perpendiculum c b, ita vt regulam in b puncto interſecet. Hinc cõſurgit trigonus rectangulus a b c, cuius b c latus catheto g h ęquidiſtat, cum vtraq; linearũ b c & g h in ſubiectam baſin a h ad rectos angulos decidant. Conſtat igitur per proceſſum 2 ſexti Elementorum triangulorum a b c & a g h latera eſſe proportionalia. Nam cum ſit eadem ratio g b ad b a, quæ eſt h c ad c a, erit etiam coniunctim eadem ratio g a ad a b, quæ eſt h a ad a c. Etiam trigoni a b c omnia latera ſunt nota: nam b c facilè innoteſcit, ſi a b lateri admoueatur. Hinc conſtat ratio baſis a h ad a g, quarum hæc per certam menſuram eſt deprehenſa. Quare hîc iterum concludimus eodem modo, quo ſuperius per 6 primi Regiomontani a g hypotenuſam & g h cathetum latêre non poſſe. Quemadmodum igitur numerus c a ſectionum ęquatur numero partium a h, ita etiam a b adæquabitur a g, & b c, g h. Eaſdem etiam a g & g h magnitudines inuenies, ſi ad lineam diſtribueris in tot æquales portiones, quot ex dimenſione ipſius a h collectæ fuerint. Nam ſi a d baſin trianguli a f d admoueas hypotenuſę f a ſtatim vtriuſq; differentia apparebit, quam circino exceptam vicisſim baſi applices. Quot partibus æqualibus hæc adęquetur, etiam manifeſtè conſpicietur. Igitur ex baſis a d & prædictæ differentiæ ſumma conſurget tota f h hypotenuſa, cuius partium numerus a g quantitatẽ aperiet. Nec disſimili ratione perpendicularis h g inuenietur. Poteris eaſdem lineas adhuc tertia ratione deprehendere. Cum trianguli f a d hypotenuſa ex ſectionibus per hypotheſin ſit nota, ex mutua applicatione laterum a d baſis & f d perpendicularis innoteſcent. Et cum per dimenſionem in terra inueniatur latus a h & triangula f a d & g h a ex proportionalibus inter ſe cõſtructa ſint lineis, per regulam proportionis a g & g h latera cognoſcentur. Multiplices igitur numerum a h in a f & productum diſtribuas in a d: hinc tibi a g hypotenuſa prodibit. Eodem modo ducas a h in f d & productum diuidas in a d. hinc tibi cathetus g h innoteſcet. Sed iam conſtitutum ſit ex cognitione hypotenuſæ & diſtantiæ in quantam altitudinem axis tormenti ſit eleuandus à baſi, inueſtigare. Simplicisſimè hîc rem expedies, ſi in regula a b f & baſi a c d ab a centro numeraueris tot ſectiones, quot numero partium hypotenuſæ & baſis exquiſitè reſpondeant. Quo facto, in finem partiũ baſis, qui hîc vobis eſt in c conſtitutus, dimittas perpendiculum, & regulam attollas eouſq;, vbi videris finem ſectionum, quæ numero partium hypotenuſæ reſpondent, exquiſitè lineam perpendiculi attingere. Cæterùm hæc cum ſint ex eiſdem elementis conflata, ex quibus ſuperiora, obiter ita perſtrinxiſſe ſatis eſt, nunc iterum quadrantis vſum aggrediamur.

PROPOSITIO CXXVII.

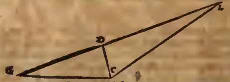
Si caſtrum aliquod in monte conſtructum ex inferiore loco per κάθετον uel ὑποτείνουσαν tormentis diruendum ſit, qua ratione negocium expediri debeat, ſequitur.

EXplicauimus hucuſq; ferè totum fundamentum, cui ſphæras tormentarias eiaculandi artificium innititur, ſed quæ nunc deinceps perſequemur, ad rationem dimenſionis multiplicium linearum pertinent, quæ diſtantias, altitudines, aut baſes comprehendunt, pro varia locorum conſtitutione, quæ ſæpenumero occurrunt. Ac primùm hîc conſtituamus arcem aliquam in monte conſtructam ex inferiore loco tormentis expugnandam, id quod rarius quidem fit per κάθετον, ſæpius verò & commodius per ὑποτείνουσαν. Sed cum ad inuentionem hypotenuſæ opus ſit cognitione καθέτου καὶ βάσεως, qui hîc magna ex parte ſub terra concurrunt, & ex horum παρεγένοις,

[illegible] conſlatur, inueſtigabimus rationem, qua poſsimus has lineas dimetiri, aut his prætermiſsis per alium triangulum idem operis expediemus. Sit igitur conſtitutum ex g loco ſphæras eiaculari in l ſcopum, ex quo per montem deducatur perpendicularis l m. Ad hanc extendatur baſis g m, ita vt ad rectum angulum vtraqꝫ concurrat, harum linearum magnitu-



dines inueniendę ſunt ex g & circũferentia eleuationis tormenti h k, eſt enim triangulum g l m rectangulum. Vt igitur inuenias l m & g m lineas, primò ſtatuatur inſtrumentum in c ſigno, & mobilis regula eleuetur in tantam altitudinem, vt per pinnacidia cõſpiciatur l ſcopus, quam hîc metiatur f d circumferentia. Ex hoc loco retroecedas in g, vt tamen ab exquiſita baſi g m nihil deflectas, & iterum ſublata regula per pinnacidia l ſcopum obſerues, cuius obſeruationis altitudinem h k circumferentia deſignet. His ita conſtiiutis, ex prima obſeruatione conſtat inuentum eſſe angulum l e m, qui ſublatus de ſemicirculo, reſtituit angulum g e l. Et ex ſecundæ obſeruationis circumferentia k h innoteſcit angulus l g c, ſiue l g m, qui idem eſt. Deinde g l c trigoni per dimenſionem in terra conſtat g e latus, quod comprehenditur locorum differentia primæ & ſecundæ obſeruationis. Tandem igitur concludimus, cum triangulus l g c tres angulos habeat notos cum latere g c per 52 primi Regiomontani, aut per quartam ſecundi eiuſdem, reliqua latera g l & l c inueniri poſſe.



Exempli gratia trianguli g l c, g c baſis conſtet 600 paſsibus, & primæ obſeruationis circumferentia d f ſit 80 partes, quibus ex ſemicirculo ablatis, reſtat angulus g e l 100 part. ſecundæ obſeruationis circumferentia h k ſit 30 part. quæ prętenditur angulo l g e. Erit igitur tertius angulus g l e 50 part. Iam nunc omnibus trigoni g l c notis angulis, ad inquiſitionẽ lateris g l procedamus primo per 52 primi Regiomontani in hunc modum. Igitur ex angulo g c l in oppoſitum latus g l ducatur perpendicularis d e, quæ per trigeſimamprimam

prim

primi Regiomõtani, cadit hîc intra trigonum. Et cum angulus d g c ſit 30 partium, cuius ſinus 50000 erit alter acutus g c d 60 part. & ſinus rectus 86602. Ad inuentionem lateris g d conſtituentur numeri in hunc ordinem 100000, 186602, 1600, & abſoluta operatione emerget g d 519 $\frac{61200}{100000}$. Iterum vt inueniatur perpendicularis d c, ſtatuentur numeri hoc modo 100000 |50000|600. Poſt abſolutam operationem exorietur latus d c 300. His ſuuentis progredieris ad inuentionem lateris d l trigoni d l c. Sinus anguli d l c eſt 76604. Quare numeri ordinabuntur hoc modo, cum alter acutorum d c l ſit 40 part. 76604|64278|300, & operatione perfecta, inuenietur d l latus 251 $\frac{55796}{100000}$. Quare ex ſumma coniunctarum g d & d l conſtabit tota g l linea 771 & aliquot fragmentis. Eandem g l inueniemus iterum per primam ſecundi Regiomontani in hunc modum. Cum angulus g c l conſtet 100 part. erit ſinus 98480. Quare numeri collocentur hoc ordine 76604|98480|600, & operatione ad finem perducta totum g l latus emerget 771 $\frac{26316}{76604}$. Cum autem trigonorum ὀρθογωνίων c l m & g k m innoteſcant latera c l & g l vnà cum angulis l c m & l g m per 29 primi Regiomontani ratiocinari licet cathetum l m cum baſibus c m & g m, quibus inuentis, facillimum fuerit ex collatione hypotenuſæ cuiuslibet tormenti & eius itineris, quòd ſphæræ percurrent (in quacunque parte ipſius g m machina conſtituatur) ſiue per rectam lineam in præfixum ſcopum, ſiue per cathetum in eundem; quomodo res expediri debeat. Nam ad quamlibet diſtantiam tormenti ab m loco per vigeſimamſextam primi Regiomontani totius itineris magnitudinem ratiocinabimur. ſi id vis tormenti poſsit emetiri citra iacturam ſumptus ac laboris, rei periculum facere licebit.

PROPOSITIO CXXVIII.

Si tormenta in montibus conſtituantur, qua ratione ſphæras in urbem, aut quemuis inferiorem locum eiaculari liceat.

NVnc quoties artifices ex montibus ſphæras eiaculantur in præfixa loca, quomodo rem ipſam expediant, hoc loci conſiderandum eſt. Interdum hîc contingit, vt ſcopi in arcibus aut turribus præfixi in eadem conſiſtant altitudine cum loco tormenti, in quo ſitu ſphæra per libellam decurrit, ſiue lineam Horizontis plano æquidiſtantem. Huius igitur opus erit exacta dimenſione, vt certò conſtet, vtrum hęc tormenti hypotenuſam excedat, an non: hoc negocij ſine omni difficultate expedies, etiam ſi in inferiorem planiciem non deſcenderis in hunc modum. Ex commodiſsimo vbi tormentum ſtatueretur, loco præfixum ſcopum & aliud quoddam ſignum in montis ſuperficie collocatum per quadrantem intuearis, quorum diſtantię angulum diligenter obſerues. Dehinc progrediaris in illum locum, vbi ſignum conſtitutum apparet, in quo ſimpliciter eandem obſeruationem repetas, ita tamen, vt præfixum ſcopum & primæ ſtationis locum per inſtrumentum inſpicias, & angulum diſtantiæ, ſiue poſitionis (vt vocant) etiam notes. Habes hîc iam triangulum, qualecunque ſit non refert, cuius duo anguli per obſeruationes ſunt noti, & vnum ex lateribus cõmodiſsimè per dimenſionem in terra deprehendi poteſt. Quare per quartam ſecundi Regiomontani reliquorum laterum magnitudines facilè inueniri poſſe cõcludimus. Ex ſequenti figura euidentius ipſa res intelligetur. Sint igitur conſtituti quatuor ſcopi a b c d, qui ex locis f k g tormentis ſunt infeſtandi. Ad hoc in primis opus eſt dimenſione linearũ f a, f b, f c, f d, & reliquarum ſimiliter, quæ ex g & k locis in eoſdem ſcopos deducuntur, quam



abſolues hoc modo. Ex f loco per inſtrumẽtum aſpicias a,b,c,d, & ſignum aliquod in g conſtitutum. Hinc anguli diſtantiarum d f g, & c f g &c. omnes innoteſcunt. Iterum ex g loco eodem modo, quo antè, intuearis d, c, b, a, & primæ ſtationis f locum. Hinc etiam anguli diſtantiarum d g f, a g f & reliqui ſtatim inueniuntur. Multos hîc iam trigonos conſtitutos habes, quibus omnibus eſt communis baſis f g linea, ſed qua ratione ſit hęc metienda, non eſt cur ego hîc admoneam. Omnium autem horum triangulorũ anguli ſunt noti, vt, exempli gratia, trianguli f d g, duo anguli d f g, & f g d per obſeruationes ſunt inuenti, qui ex ſemicirculo ablati, tertium f d g notum relinquunt: & baſis ipſa f g nota conſtituitur. Reliqua igitur latera f d & d g latêre non poſſunt. De reliquis omnibus idem eſto iudicium. Supereſt nunc, vt ex collatione videas, an vis tormenti has lineas exequi poſsit: ne fruſtra rem & laborẽ conſumas. Conſtat igitur ratio, qua ſphæras eiaculentur artifices, vt in præfixos ſcopos per libellam, aut altiora itinera incurrant.

PROPOSITIO CXXIX.

Qua ratione tormento in monte collocato, piceæ ſphæræ, ſiue ignis extorqueri debeant, ut per cathetum in inferiora loca deuoluantur.

ANtegreſſa propoſitio huic maximè inſeruit, vt ex mõtibus ignem aut piceas ſphæras ita in altum extorqueas, vt ex præcipitio in inferiora loca, quæcunq; fuerint præfixa, deuoluantur. Nam inuẽta linea diſtantiæ, & cognita tormenti hypotenuſa, quantus eſſe debeat angulus eleuationis ex præmiſſis facilè perſpicies. Sed exemplo hanc rem manifeſtius explicemus. In f turrim conſtitutum ſit emittere ſphæram piceam, vt ex præcipitio b in ipſam delabatur, hîc conſiſtente in a tormento, ex præcedente propoſitione inuenienda eſt a f diſtantia. Quare eam notam eſſe hîc conſtituimus, vnà cum hypotenuſa tormenti a b ex hypoteſi. Et cum angulus a f b ſit rectus, facilè circumferentiam eleuationis d c deprehendes.

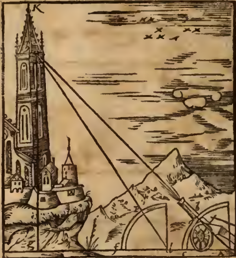


PROPOSITIO CXXX.

Quomodo ſphæræ ex caſtris in ædificia intra urbis mœnia conſtituta ſint eiaculandæ.

HIs conſtitutis, ſequitur vt expediamus quomodo ſphæræ tormētariæ ſint extorquendæ, vt in præfixa vrbis loca deferantur, quæ tamen intra mœnia conſtituuntur. Cum autem hîc ſit manifeſtum diſtantiam tormenti à loco præſcripti catheti per terram nullam dimenſionem admittere, alia via & ratione rem eandem aggrediemur: idq; adminiculo quartæ propoſitionis ſecundi Regiomontani in hunc modum. Quando tormentum eo loci collocaueris, ex quo proximè & commodiſsimè ſphæras eiaculari poſsis, aſſumpto inſtrumento angulum altitudinis præfixi ſcopi diligenter obſeruabis. Dehinc retroceſdes ad certum loci interuallum, ita tamen, vt à primæ obſeruationis recta linea in neutram partem deflectas, & iterum circumferentiā, quæ κάθετος præfixi loci obtenditur, dimetiaris: tum interuallo vtriuſq; obſeruationis locorū per exquiſitas dimenſiones explorato, dicimus totius itineris lineā, quam ſphæra decurret, per quartam ſecundi Triāgulorum inueniri poſſe. Id qua ratione fiat ex ſequentis ſchematis demonſtratione manifeſtius innoteſcet. Sit igitur conſtitutum in præfixum h ſcopum ſphæras eiaculari ex d loco, vt in eundem per hypotenuſam d h incurrat. Manifeſtum eſt hîc ſi acceſſus daretur ad g infimum catheti h g locum facillimè ipſam d h inueniri poſſe. Sed cum in terra d g dimenſionem non admittat, primùm ex d ſigno obſeruatur inſtrumento h locus, ex qua obſeruatione innoteſcit e f circumferentia eleuationis tormenti. Deinceps ex d retrorſum inſtituitur proceſſus in a locum: ita vt a d linea coeat in eandem rectam cum d g, ex quo iterum h ſignum conſpicitur, ſub angulo h a g. Iam nunc conſtitutum habemus triangulum h a d, cuius a d baſis per dimenſionem in terra ſine omni negocio deprehenditur, quæ duos angulos ſuſtinet, quorum d a h ex ſecunda obſeruatione inuenitur, ſed alter a d h, cum fuerit h d g angulus ex ſemicirculo ſublatus, reſtituitur. Quare tertius angulus a h d extemplo notus emergit. Supereſt nunc, vt per quartā ſecundi

Regiomontani ipſa d h hypotenuſa inueſtigetur in hunc modum. Cum ſinus rectus anguli a h d ad baſin a d eandem rationem conſeruet, quam ſinus anguli h a d ad lineam ipſum reſpicientem d h, ex regula proportionis totum negocium abſoluetur. Multiplicetur ergo ſinus anguli d a h in a d lineam, & productum diſtribuatur in ſinum anguli a h d. Hinc tibi tota d h hypote-



nuſa cognita prodibit, quæ ſi minor fuerit vi tormenti totam rem facillimè licet expedire. Neq; hîc opus eſt inuentione perpendicularis h g, aut baſeos d g, cum altitudinis arcus f e ex prima obſeruatione innotuerit. Sed iam fingamus occaſionem poſtulare, vt ſphæra picea, ſiue ignis eiaculandus ſit in altum, vt per κάθετον in h locum deuoluatur. Hîc requiretur nota magnitudo d g βάσεως, quam vigeſimamnonam primi Regiomontani ſubminiſtrabit. Nam trigoni rectanguli h d g. per obſeruationem cognoſcitur alter acutorum angulorum, vnà cum hypotenuſa recti anguli d h, quæ ſemper minor eſſe debet ipſius vi tormenti, antea per hypotheſin cognita. Tandem 27 primi Triangulorum circumferentiam eleuationis tormenti, quæ neceſſariò (ſicut anteà demonſtrauimus) in hoc ſitu maior eſt ipſa f e, in lucem producet. Hîc ſcire licet eãdem ferè demõſtrationem eſſe huius propoſitionis & illius, in qua rationem oppugnandi arces in montibus conſtructas tradidimus, ſed craſſiore Minerua hæc explicare volui: vt cõmodius etiam diſcentibus inſeruirem.

PROPOSITIO CXXXI.

Quomodo intempeſta nocte tormenta ſint collocanda, ut in quoſcunq; ſcopos præfixos eadem commoditate, qua in medio die, exquiſitè ſphæras eiaculentur.

NOn eſt exigua cõmoditas, quòd eadem facilitate & certitudine in denſiſſimis noctis tenebris quęlibet pręfixa urbis loca ſphæris tormentarijs liceat expugnare, qua in media & clariſſima diei luce. Ac ſanè minimo negocio, ſi attentius tecũ expenderis, tota res abſoluitur. Etenim cum ad exquiſitas eiaculationes

culationes maximè neceſſaria ſit cognitio diſtantiæ tormenti à baſi pręfixi ſcopi, & eius itineris, quod ſphęræ dimetientur, cōmodiſsimè hę duę partes in clara luce perfici poſſunt. Verum, vt axis tormēti in tātam altitudinem exactè ad quadrantem eleuetur, vt in eandem rectam lineam cum præfixo nobis ſcopo coeat, ex antegreſsis propoſitionibus facillimè intelligitur. vt tamē euidentius huius negocij totam rationem diſcentes perſpiciant, explicatius & copioſius, quædam hîc euoluenda videntur. Igitur quęcunq; loca nocte, aut etiā die cum nebulæ conſpectum eorum oculis intercipiunt, tormentis infeſtare conſtitueris, exquiſitiſsimis dimenſionibus in clara luce (ſicut antea præſcriptum eſt) quātum ab ijs locis, in quibus machinæ collocandæ ſunt, ea diſtiterint, & ſupra eadem eleuentur, experiaris, vt hinc deinceps ſingulorum colligas hypotenuſas. Quo expedito, collocabis quadrantem in eum ſitum, vt cum præfixo loco in eadem plana cōſiſtat ſuperficie, ſecundum cuius ductum in ſubiecta baſi rectam lineam deſignabis. Eodem modo in reliquis locis negocium expedies. His ita confirmatis, ſi axis tormenti iuxta diſtantiam & inuentam antea hypotenuſam ſupra deſignatam lineam attollatur, quocunq; tempore id contigerit, eadem ratione res ſuccedet. Ac ſi ex vno eodemq; loco plures tibi ſcopos feriendos conſtitueris, per circumferentiam ducti circuli deſignatas lineas optimè diſtingues. Conſtituamus ergo de nocte ex aduerſa parte feriendos eſſe



ſcopos, e, f, c, d, n, quorum ſinguli ſuis cōſtant triangulis: vt locus e triangulo e t l, ita vt e t ſit hypotenuſa, e l cathetus, & l t eiuſdem baſis, ſiue à tormento diſtantia, cuius partem aliquam prope t in terra ſignandam eſſe dicimus. Eodem modo reliquorum triangulorū baſes, nimirū s r, n s, t h, & c k per partes ordine deſignabis, quas deinceps (ſicut in cōſtituto ſchemate perſpicitur) du-

ctis ex centris s & t circũferentijs, aut adſcriptis ſingularum nominibus diſtinguere licet. Hîc iam conſtituimus ex baſibus & cathetis per antegreſſas propoſitiones ſingulorum inuentas eſſe hypotenuſas, quæ facta collatione breuiores ſint ijs tramitibus, quos vires tormentorum exequũtur. His ita expeditis, eodem modo quo de die, axes tormentorum ad inuentas ex hypotenuſis & cathetis circumferentias eleuabis. Nec diſsimili ratione rem tentabis, ſi ignem aut ſphæras piceas ex perpendiculo in ſubiecta loca volueris deuolui. Cæterùm ipſa res cum ex his ſatis manifeſta ſit, ad ſequentium tractationem progrediamur.

PROPOSITIO CXXXII.

Ex urbana turri ſphæras in caſtra hoſtium eiaculari.

EXploremus nunc deinceps, quomodo ratio ſit inſtituenda, vt ex turribus vrbanis in caſtra hoſtium ſphæræ per καθέτους deijciantur. Nec enim alia ratione licet rem expedire, quoties hoſtium ſedes firmiſsimis propugnaculis à fronte ita ſeptæ aut munitæ fuerint, vt ab hac parte extra omnem periculi metum cõſiſtant. In primis huc requiritur exquiſita dimenſio eius itineris, quo caſtra diſtiterint à baſi huius loci, ex quo ſphæræ ſint eiaculandæ. Hoc operis ſatis cõmodè & exactè abſolueris, modò ſuprema loci altitudo nõ omnino exigua fuerit, ita vt manifeſtã ad ipſius diſtantiæ lineam obtineat rationem quam oculorum proſpectus cõprehendere, aut ſatis aſſequi poſsit. Quo conſtituto, per 29 primi Regiomõtani oblatam quæſtionem explicabis in hunc modum. Ex ſuprema loci, ad quam pateat acceſſus, altitudine aſſumpto inſtrumento angulum interualli inter caſtra præfixa, & baſin huius loci intercepti exquiſita dimenſione obſeruabis. Quo inuento, etiam obſeruationis tuæ loci altitudinem ſupra baſin inueſtigare oportebit. Habes hîc iam triangulum ὀρθογώνιον cuius alter acutorum angulorum per obſeruationem, & perpendicularis linea innoteſcunt. Eſt autem eadem ratio (vt ſæpius oſtendimus) ſinus anguli complementi ad inuentam altitudinem, quæ eſt ſinus anguli obſeruationis ad diſtantiam locorum inquiſitam, ex quibus magnitudinibus tres quidem innoteſcunt. Quarta igitur per regulam proportionis latêre non poteſt. Quando hæc locorum diſtantia ita fuerit depræhenſa, vigilantiſsime conſiderandum eſt, vt cum in editioribus locis tormenta conſtituantur, & ſphæræ ſint in altum extorquendæ, vt in eleuationibus axium (non ſecus quàm in terra) libramenti rationem habeas. Nam æquè hîc neceſſarium eſt, vt axes attollantur ſupra lineam παράλληλον ἐπὶ δὲ τὸ τὴν ἐπιφάνειαν ἐπιφανῆς διαβαλλομένην ἀκλινεῖ πεδίῳ, ſicut ex ſequenti ſchemate manifeſtius eluceſcit. Sint igitur ex locis d & c eiaculandæ ſphæræ piceæ, vt per κάθετον l n in ſubiecta caſtra deuoluantur. Primum ex ſuperiore turris altitudine f ſub angulo h f g obſeruetur locus n & ex f ſigno deſcendat perpendicularis in n b ſubiectam baſin f b, quam dimiſſo perpendiculo, aut ex certa dimenſione cognitam habere oportebit. Erit igitur baſis n b diſtantia, cuius magnitudo per obſeruationem inquiritur. Iam verò conſtat τριγώνου ὀρθογωνίου, n f b vnum latus, nimirum f b, cum altero acutorum angulorum, ſcilicet n f b. Quare per vigeſimamnonam primi Regiomontani, baſis n b latêre non poteſt, cui ex locis c & d per trigeſimamprimam primi Elementorũ agantur ęquidiſtantes lineę c m & d k, in l n catheton, quas inter ſe ęquales eſſe conſtat. Super has dicimus eleuandos eſſe axes tormentorum, qui ſunt in rectis lineis d l & c k iuxta quãtitatem anguli ex hypotenuſis & recta n b adminiculo tabularum ſinuum collecti, vt exactè ſphæræ delabantur in n caſtra. Sed quomodo in eleuationibus libramentum, quod conſiſtit in lineis c m & d k poſsit obſeruari, id alibi copioſè demonſtrauimus:



ulmus: nimirum, vt ſuſpenſo ad quadrantem perpendiculo, quod in baſin ad rectos angulos decidat, ſubiectam in plano ſuperficiem conſtituas, vt illi æquidiſtet. Manifeſtum eſt hinc, ſi linea diſtantiæ æqualis eſſet tormenti hypotenuſæ, axem non eſſe ſupra libellam eleuandum, ſed exquiſitè in eandem collocandum.

PROPOSITIO CXXXIII.

Si tormenta intra urbis mœnia conſtituta fuerint, quomodo ſphæræ ſint in caſtra hoſtium extorquendæ.

HOc loci conſiderandum eſt nobis qua ratione fieri poſsit, vt conſtitutis intra mediam vrbem tormentis ſphæras artificioſè eiaculeris, vt in caſtra hoſtium exquiſitè deuoluantur, id quod commodiſsimè & tutò ſanè licet expedire. Nec enim illi, qui ſunt in caſtris, indicio fumi aut ignis, ex quibus locis excutiantur ſphæræ, certò poſſunt deprehendere. Sed hoc negocium exactam in primis requirit eius itineris dimenſionem, quod inter locum conſtitutæ machinæ & caſtra, aut aliud præfixum ſignum concluditur. Igitur in huius inuentione tota præſentis tractationis ſumma conſumetur: nam hypotenuſam tormenti antea ex hypotheſi notam eſſe conſtituimus. Vt autem hoc operis commodius abſoluatur, inueſtigandus erit in mœnibus locus, qui conſiſtat in eadem cum præfixis caſtris & axe tormenti plana ſuperficie, quæ ad rectos angulos adminiculo perpendiculi ſupra Horizontē ſit erecta. Hunc ſine omni difficultate deprehendes, ſi planā tabellam in eum ſitum conſtitueris, vt radio viſus à ſuperficie illius nihil declinante, & caſtra, & conſtitutus machinę locus aſpiciantur. Ex cuius inuentione cōſtabit (vt vocant) angulus poſitionis. huius obſeruationis vſus eſt, vt illam mundi partem deſignes, in quam ſit axis tormenti conſtituendus. Per hanc obſeruationē loco ſic inuento, vteris ad inueſtigationem lineę inter caſtra & locū tormenti interceptę: idq; in hunc modum. Ex conſtituto loco diligenter obſerues per quadrantem ipſius alti-

tudinem,tam ſupra ſcopum tibi præfixum,quàm ſitum tormenti. Id autem efficies,ſicut alibi demonſtrauimus,per primam ſecundi Regiomontani, vel ea ratione, qua ſuperficies terræ ad libellam æquari oſtendimus. Sed hîc optimum fuerit per deſcriptionem circumiacentium locorum, quam alibi explicauimus,diſtantias caſtrorum ab ipſis mœnibus multo antè exactè conſtitutas habere, quæ poſtea ad omnes occaſiones promptiſsimè vſui eſſe poſsint. Exemplo facilius rem ipſam intelligent diſcentes. Conſtituantur ergo intra

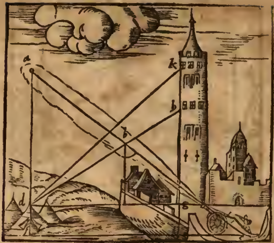


vrbis mœnia tormenta in locis a, d, g, k, ita vt ex a ſphæræ expulſæ in b deuoluantur ex d in f,g in h,& k in l:manifeſtum eſt hic opus eſſe dimenſione linearum a b, d f, g h, & k l, quæ comprehendunt diſtantias inter præfixa loca & tormentorum ſitus interceptas, idq́ non tantùm, vt circumferentias in quadrante, ſupra quas axes machinarum eleuari debeant, metiri poſsis: verumetiam, vt in quas mundi partes ſint deflectendi, ne extra planas ſuperficies finitori πρὸς ὀρθὰς inſiſtentes, collocentur, quæ ſingulis diſtantiarum lineis,tanquam baſibus ſuſtineantur, certiſsimè conſtet. Vt autem melius ipſa res intelligatur,aſſumamus triangulum k p l,cuius vnum latus,ſcilicet rectum angulum ſubtendens k p ex hypotheſi notum cōſtituimus,ſed baſis k l,cum magna ex parte ſub terra occultetur, inquiri debet. Memineris hîc etiam nos k & l in eandem altitudinem cōſtituere,& ex r loco,qui eſt in mœnibus, tam l ſignum præfixum,quàm k ſitum tormenti poſſe videri.Sed huius rei demonſtrationem,vt cōmodius explicemus,aliam figuram deſignabimus. Primum nobis hîc inueniendus eſt r locus intra vrbis mœnia,ex quo per ſuperficiē planæ tabellæ f h g,cui ex ſuprema parte perpendiculum appendimus, vt illa ſupra Horizontem ad rectos angulos collocetur, commodè inſpiciatur tam l, quàm k loca,& l quidem per rectam g l,k verò per f k lineam. Inuento igitur r puncto, perpendicularis dimittatur in l k baſin, quæ ſit r m. Hanc dicimus inueniri poſſe ſi r & k loca (ſicut alibi oſtendimus) ad libellam æquaueris, aut poſt k locum per duas obſeruationes, auxiliante prima ſecundi Regiomontani, quemadmodum ſuperius manifeſtè videre licet. Iam

verò



verò trianguli r m k conſtituto vno latere, nimirum r m,& angulo r k m per alteram obſeruationem cognito, etiam baſis m k latêre non poteſt. Porrò cum r m ſit perpendicularis ipſi l k, erit etiam triangulus r l m ὀρθογώνιος, cuius vnum laterum, ſcilicet r m eſt notum,& alter acutorum angulorum, nimirum l r m per obſeruationem deprehenditur. Quare per vigeſimamnonam primi Regiomontani baſis l m facillimè inuenietur. Ex coniunctis autem l m & m k tota l k conſtituitur. Diſtantia igitur inter præfixum ſcopum & k locum tormenti cognoſcitur. Tota verò k p tormenti hypotenuſæ adæquatur. Ergo per vigeſimamſeptimam primi Regiomontani angulus eleuationis non latebit. Et hoc tandem conſiderandum eſt, vt axis tormenti collocetur in eandem ſuperficiem cum r ſigno. Cęterùm, vt exactius cognoſcas, vtrum locus l eandem occupet altitudinem quàm k.conſultius id fuerit multo antè per accuratas obſeruationes experiri. Quòd ſi hoc neglectum fuerit, difficilius quidem intra vrbem negocium perficietur: attamen qua ratione id fieri poſsit, non inutile fuerit, vt conſideremus. Primùm ergo collocemus caſtra in altiorem ſuperficiem, quàm ſit locus tormenti intra vrbem: vt in ſequenti figura perſpicitur. Sit conſtitutum ex c loco ſphæras eiaculari, vt ex præcipitio in d incidant. Vt hoc commodè fieri poſsit, opus eſt dimenſione lineæ c f, quæ tota ferè ſub terra latet. Ad hoc aſſumo altitudinem cuiuſdam vicinæ turris, ſcilicet k l, ex cuius altitudine ſumma k per inſtrumentum obſeruetur ſignum d. Hinc innoteſcit angulus d k g. Iterum ſi infra k ex h loco intuearis d, offeretur angulus d h g, qui ſublatus ex ſemicirculo, reſtituit angulum d h k. Iam verò trianguli k d h inuentis duobus angulis, & vno laterum ſcilicet k h, quod demiſſo perpendiculo facillimè licet dimetiri, conſtituto per 52 primi Regiomontani, aut per quartam ſecundi eiuſdem reliqua latera innoteſcent. Deinde aſſumas triangulum rectangulum d h g, cuius ex ſecunda obſeruatione alter acutorum angulorum, nimirum d h g innotuit, & per quartam ſecundi latus rectum angulum ſubtendens h d. Quare per vigeſimamnonam primi Regiomontani d g baſis inueniri poteſt, cui æquidiſtat, & æqualis eſt f l linea. Sed l c linea ex dimenſione in terra facilè deprehenditur, & ex ſumma cōiunctarum f l & l c tota f c cōſtituitur. Et cum trigoni rectanguli d f c inuenta ſint duo latera, ſcilicet d c & c f, per vigeſimamſeptimā primi



Regiomontani angulus eleuationis f c d cognoſcetur. Tandem, vt axis tormenti collocaretur in eandem ſuperficiem cum d loco præfixo, conſtitutum eſt b ſignum, ex quo tam c quàm d commodè videri poſsit. vtriuſq; verò altitudinis differentiam, quæ conſtat d f, item æquali g l non difficile fuerit metiri, ſi k g ex k l auferas. Sed iterum inuerſo ordine collocemus caſtra in inferiorem locum, & tormenti ſitum in ſuperiorem, tum paululum mutata ratio erit. Sint ergo caſtra in c, tormenti ſitus in a, ex quo ducatur recta linea a d,



ita vt in libella conſiſtat, & ſupra c locum finiatur. Ad huius inuentionem tota reficiatur demonſtratio. Differentiam altitudinis in vtroque loco deſignant perpendiculares lineę d c & l g, hypotenuſa tormẽti a f catheius f c. Hic iterum

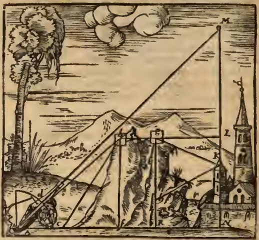
rum ad dimenſionis rationem vſurpetur vicinæ turris altitudo h l, quæ extendatur vſq; in g ad altitudinem æqualem c, & ex ſignis h, k ducantur rectæ in c. Ex prima obſeruatione cōſtat angulus e h g, ex ſecunda verò c k g, qui ſubductus ex 180 part. circuli, relinquit angulum c k h, ſed latus h k trianguli h c k metitur perpendiculum. Ergo per quartam ſecundi Triangulorum e k latus innoteſcit. Iam nunc trigoni rectanguli c k g conſtat vnū latus cum acuto angulo c k g per ſecundam obſeruationem. Quare laterum e g & k g rectum angulum ambientium magnitudines 29 primi Regiomōtani notas producet: ſi iam ſubtraxeris k l ex k g, altitudinum differentia g l patefiet. Porrò æqualis eſt e g ipſi d l per 33 primi Elementorum, quæ copulata l a lineæ totam d a conſtituit. Et cum a f hypotheſis inuentam eſſe conſtituat, angulus eleuationis f a d non latebit: b ſignum vtriuſq; obſeruationis locum hic iterum deſignat, vt axis tormēti in eandem ſuperficiem deflectatur. Ita vides eandem demonſtrationem vtriq; locorum conſtitutioni ſatisfacere.

PROPOSITIO CXXXIIII.

Quomodo collocatis poſt montem tormentis, ſphæræ in urbem poſsint extorqueri.

ETſi caſtra propugnaculis à fronte ſatis muniri poſsint, vt citra periculum ſphæras in vrbem liceat eiaculari, tamen occaſione oblata, ſi poſt montem conſtituta fuerint tormenta, etiam commodiſsimè rem expediri poſſe oſtendemus. Tota ferè linea diſtantiæ, quæ inter loca tormentorum in hoc ſitu & præfixos ſcopos intercipitur, ſatis profundè ſub terra deliteſcit, ſed tamen eius magnitudinem inueniri poſſe infallibili demonſtratione declarabimus. Primò omnium in ſumma montis ſuperficie, ex qua proſpectus pateat in præfixa loca, breuiſsimam diſtantiæ lineā per duas obſeruationes (vt ſuperius explicauimus) exquiſitiſsimè dimetiaris. Hoc in loco relicto ſigno retrocedas per rectam lineam in eam vſq; partem, ex qua locum in quem tormentum collocabitur in vna eademq; ſuperficie certiſsimè conſpicias. Id operis non difficulter abſolues, ſi duas planas tabellas, ita in eandem rectam lineam conſtitueris, vt per vnius, quæ vrbem ſpectat, planam ſuperficiem præfixum ſcopum intuearis, per alterius verò, locum, in quem tormenta conſtituentur. Diſtantiam harum tabellarum facile metiri licet, ſi loca earum, modò ſuperficies interualli inæqualis fuerit, ad libellam æquaueris. His conſtitutis ſupereſt, vt exquiſitis dimenſionibus obſerues quanta ſit diſtantia loci tormenti à baſi perpendicularis, quæ ex poſterioris tabellæ loco in ipſam deducitur. Id autem experieris per duas obſeruationes auxiliante quarta ſecundi Regiomontani, vt ſæpius oſtendimus. Ex his dimenſionibus cognoſcuntur tres lineæ, quarum ſumma totam inquiſitæ diſtantiæ magnitudinem conſtituit. Hic iam vlterius conſiderandum eſt, an axis tormenti poſsit in tantam altitudinem eleuari, vt ſupra montis ſuperficiem ſphæræ poſsint extorqueri, id quod non difficulter deprehendes, ſi angulum eleuationis tormenti, qui ex hypotenuſa & oblata diſtantia colligitur, cum eo contuleris, qui ex altitudine poſterioris loci obſeruationis in montis ſuprema ſuperficie, & eiuſdem à loco tormenti interuallo conſtituitur. Semper enim hic neceſſarium erit, vt hunc minorem habeas illo, niſi omnem operam & ſumptum fruſtra volueris conſumere. Tandem, vt axem tormenti exactè conſtituas in eandem planam ſuperficiem cum loco præfixo in poſterioris obſeruationis loco ſignum relinquas, cuius intuitu vel indicio faciliimè id expedies. Nam hoc eandem occupare ſuperficiem ex hypotheſi antea cōſtitutum eſt. Inuenta igitur linea diſtantiæ, & communi

ſuperficie ſecurè negocium licebit experiri. Sed ex ſequenti figura omnia m niſeſtius intelligentur. Sit ergo conſtitutum ex a loco ſphæras eiaculari, vt in k ſcopum deuoluantur. An hoc commodè fieri poſsit experiri licet ex dimenſione diſtantiæ a n, in quam duҁta eſt ad reҁtos angulos k n. quæ præfixi loci eſt perpendicularis linea, ſed a n reҁtę adæquantur tres lineæ, nimirũ g l, b g,



& a f cum eidem æquidiſtent. Primum ex montis ſumma ſuperficie per inſtrumentum intuearis & k præfixum ſcopum, & aliud in montis latere ſignũ; quod ſit h. hinc innoteſcit angulus h g k. ſimilem obſeruationem ſi repetiueris in h, ita vt k & g ſigna inſpicias, offeretur angulus g h k, ſed lineam h g in montis ſuperficie licet metiri. Cognitis ergo trianguli g k h duobus angulis cum vno latere, quarta ſecundi Regiomontani g k lineam ſubminiſtrabit. Conſtituimus autem g l lineam in direҁtum ipſius b g, cui r g perpendicularis occurrit in g punҁto. Quare angulus r g l eſt reҁtus. ſi nunc conſtituamus quadrãtem intra angulum r g l ac inſpiciamus per regulam pinnacidia k ſignum offeretur angulus k g l, eiuſdem trigoni reҁtanguli. Cum ergo conſtet g k per 29 primi Regiomontani g r latus notum conſtituetur, cui æquidiſtat & æqualis eſt r n. Ex g ſigno retrocedas in b, quem locum in eo ſitu eſſe conſtituimus, vt per eandem planam ſuperficiem, quæ libellam ad reҁtos ſecet angulos, radius viſus tam in a, quàm in g deſcratur, b g lineę dimenſio ſecurè experitur, cui æqualis f r. His ita cõprobatis, reliҁto in b ſigno, deſcendendum erit in inferiorem planiciem, vt experiaris f a lineæ magnitudinem. Duabus obſeruationibus hanc rem expedies, quarũ prima fiat hic in c, ex qua innoteſcit angulus b c f, qui ſublatus ex ſemicirculo reſtituit angulum a c b. Secunda ſit in a, quæ producit angulum b a c. Sed a c obſeruationũ diſtantia per dimenſionem in terra cognoſcitur. Quare per primam vel quartam ſecundi Regiomontani a b latus trianguli a c b patefiet, & hoc cõmune eſt trigono reҁtangulo a b f, cuius alter acutorum angulorum ex obſeruatione inuentus eſt. Ergo 29. primi Regiomontani baſin f a notam conſtituit, & ex ſumma coniunҁtarum f a, f r, & k n tota a n conflatur, quę inueniẽda erat. Iam autem cognita hypotenuſa tormenti a m, angulus eleuationis a m n per 27 primi Regiomontani

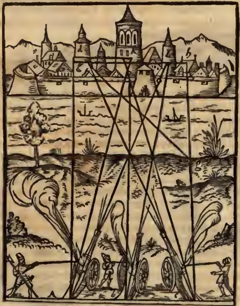
montani

montani patefiet. Cæterùm, vt antea admonui, vigilanter eſt obſeruandum, an ex hac eleuatione ſphæra poſsit extorqueri, ne infra b ſignum in montem incurrat. Quare angulus b a f conferendus eſt cum angulo m a n, qui ex conſtituta hypotenuſa, & diſtantia n a deprehenſa colligitur, vt ſemper hic magnitudine vincat illum. Tandem exquiſitè collocetur axis tormenti ſupra f a lineam, quæ eſt in communi ſuperficie cum præfixo k ſcopo.

PROPOSITIO CXXXV.

Tormentis vltra flumen conſtitutis, quomodo ſphæræ debeant extorqueri in præfixa urbis loca.

COmmodiſsimè etiam fieri poteſt, vt collocatis vltra fluuiũ vrbem præterlabentẽ tormentis, in quæuis præfixa loca ſphęras eiaculeris. Sed quibus obſeruationibus dimenſionem interualli inter cathetũ pręfixi loci & tormentum concluſi liceat abſoluere, etiam neglecta latitudinis fluuij quantitate, hoc loci nobis conſiderandum eſt. Primùm in ſuperficie maximè plana, vbi proximus detur acceſſus, aſſumpto inſtrumẽto, præfixum ſignum inſpicias. Dehinc retrocedas per eandem rectam lineam ad quãtam volueris loci diſtantiam, vt eandem obſeruationem repetas. Sin autem ſuperficies oblata fuerit inæqualis, eam ad libellam æquari oportebit, vt diſtantia inter obſeruationum loca intercepta exquiſitè innoteſcat. His cõſtitutis 52 primi, vel prima, vel quarta ſecundi Regiomontani negocium abſoluet. Nam ex obſeruationibus noti ſunt duo anguli, quos baſis nota ſuſtentat. Quare reliqua latera non latebunt. ſed per exemplum melius ipſa res intelligetur. Sint ergo pręfixi in vrbe ſcopi, in quos



ſphæras exactè velis eiaculari k, l, & f, ex conſtitutis in terra locis a, b, c. Si ergo ex a in k eiaculeris, erit linea diſtantię, quæ cum præfixi loci catheto ſub terra

concurrit a d,ſi in l,erit a g.Sin autem ex b in l,erit linea diſtantiæ b k. Sed ſi ex c in f,diſtantiam comprehendet c h linea. Videamus nunc qua ratiocinatione poſsint harum linearum magnitudines colligi. Ad hoc nobis aſſumatur c f h triangulus.Primum hîc ſtatuatur in g inſtrumẽtum,vt ſublata regula per pinnacidia intuearis f ſignum.Ex hoc loco regrediaris in c, ita vt à recta linea c h in neutram partem deflectas: ex quo eandem obſeruationem loci f repetas.Iam ex prima obſeruatione oblatus eſt angulus f g h,qui ſublatus ex ſemicirculo, relinquit angulum c g f,ex ſecunda obſeruatione innotuit angulus f c g.Sed obſeruationum diſtantiam hîc notam conſtituimus,cum in terra facillimè deprehendatur.Cum ergo trianguli c g f conſtituta baſis c g duos ſuſtineat notos angulos, per 4.ſecundi Triangulorum c f & g f latera patefient. Quòd ſi nunc hypotenuſa tormẽti longè maior fuerit c f latere,ex c loco rem licebit experiri,ſine cognitione diſtantiæ.Sed vim tormenti minorem eſſe,aut in tanto itinere nimis langueſcere ſtatuamus. Erit ergo conſultius, vt proximè admoueatur g loco,ita vt g f ex triangulo c f g cognitam minorem habeas, quàm ſit hypotenuſa tormenti. Et hîc angulus eleuationis f g h ex prima obſeruatione cõſtat.Quòd ſi hinc diſtantiæ g h,aut totius c h, quæ tamen ad eiaculationes per hypotenuſam neceſſaria non eſt, niſi ad eiaculationes per cathetum inueſtigare volueris,facilè id efficies ex trigonis rectangulis c f h, & f g h.Nam vtriuſq; conſtat vnum latus,cum altero acutorum, quare reliqua latera non latebunt.Eadem vteris demonſtratione in locis a & b.At conſtitutum ſit ex g ſphæras emittere,vt per cathetum in f deſcendant.Hîc cõſtat linea rectum angulum ſubtendens f g cum acuto angulo f g h. Quare 29 primi Regiomontani g h baſin aperiet.Et quantum hæc angulum cõſtituat cum hypotenuſa tormenti vigeſimamſeptimam primi Regiomontani indicabit, quem ſanè maiorem eſſe oporteret angulo f g h.Si machina collocaretur in c,diſtantia c h ex trigono f c h innoteſceret.

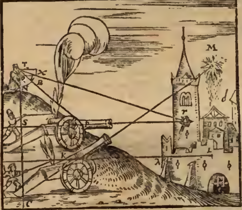
PROPOSITIO CXXXVI.

De ratione eiaculandi ſphæras ex ijs locis,quæ cum præfixis ſcopis aut altiorem aut æqualem ſitum occupant.

SAepenumero multiplices locorũ ſitus occurrunt,ex quibus in ſcopos pręfixos ſphæræ ſunt eiaculandæ.Nec enim vbiq; eſt ea loci conſtitutio, vt ſuperficies ſit exquiſitè plana,& ſimul in libella conquieſcat.Attamen quæcunq; hîc offeratur occaſio,ſemper ingenioſi artifices induſtria opus eſt, vt exquiſitis dimenſionibus exploret itinerum magnitudines,quas emetientur ſphæræ, niſi ſumptuũ & laborum iacturam ſubinde velis expectare.In illis quidem eiaculationibus,quę per ὑποτένουσαν abſoluuntur, facilius ac certius rem expedire licet,quàm cum ex perpendiculo in ſubiecta loca ſphærę deuoluuntur. Quare generalem hîc dimenſionis rationem cõſtituemus,qua diligenter intellecta & obſeruata,qui alicuius ſint ingenij,quomodo in alijs infinitis locorũ ſitibus res ipſa ſit tentanda,ne infelicem ſortiatur exitum,facili ratiocinatione colligent. Ac primùm hîc eam loci ſuperficiem aſſumamus,cuius partes ſuperiores altitudinem pręfixi loci excedant,ſed inferiores infra eiuſdem ſitum conſtituãtur. In hac collocandum ſit tormentum, vt ſphęra per libellam in ſcopũ decurrat, cuius itineris magnitudinem,ideo cognitũ vtilem eſſe noueris, vt ex eiuſdem collatione cum hypotenuſa tormenti exactè deprehendas quãto cum impetu in conſtitutum locum ſphęra ſit incurſura,neq; fallaris languidiore & ſegniore motu,quo defertur in fine curſus. Quo conſtituto,primã ex loco tormenti obſeruationem aggredieris,in qua neceſſe eſt viſus radiũ ita per pinnacidia transmitti,vt perpendiculum alteri quadrãtis lateri exquiſitè adhęreat.Ex hoc loco

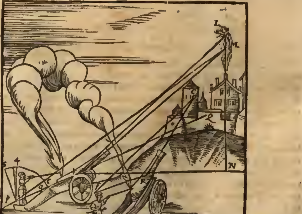
retrocedas

retrocedas ad quantamcunq; volueris loci diſtantiam, vt iterum inſtrumento obſerues,& primę obſeruationis locũ & ſcopum præfixum. Deinde opus erit, vt obſeruationũ loca ad libellam metiaris, & ſimul cognoſcas qua in parte ſecuerit ſinum rectum obſeruationis ſecundę radius viſus, qui in primę obſeruationis locum extenditur. Hoc cõſtituto, dicimus lineam diſtantiæ, quę ex pręfixo ſcopo in perpendicularem loci poſterioris obſeruationis πρὸς ὀρθὰς deducitur, à viſus radio eadem ratione ſectam eſſe cum ſinu recto eiuſdem obſeruationis, qui nimirum inter cathetum & dimenſionis lineam cõcluditur. Proinde cum ſit eadem ratio ſegmenti primi ipſius ſinus ad ſegmentum ſecundum, quę eſt diſtantię locorũ vtriuſq; obſeruationis in libella, ad interuallum quod inter prioris obſeruationis locum & ſignum pręfixũ intercipitur, ex 19 primi Triangul. totum negocium abſoluetur. Cõſtabit hinc tota magnitudo itineris, quod per libellam ſphæra decurret. Et hac inuenta, ſi per κάθετον ſphæras eiaculari debeas, antegreſſas propoſitiones conſulas. Cęterùm, vt euidentius rem intelligant diſcentes, figuram ſubijciemus. Sit ergo ſuperficies loci è regione vr-



bis, quę paulatim ex λ altius aſſurgat in n. Et in loco p collocãdum ſit tormentum, vt per libellam ſphęras eiaculetur in præfixum r ſcopum. Primò omnium hîc manifeſtum eſt p r diſtantię magnitudinẽ eſſe metiendam, vt exquiſitè explores an hanc emetiri poſsit vis tormenti. Quare cum expertus fueris p locũ tormenti in eadem altitudine conſiſtere cum r, retrorſum aſcendas in n locũ. Tum obſeruanti ex t ipſum r offeretur angulus diſtantię n t x, & intuenti p locum conſtituatur angulus n t b. Iam verò ſegmento n x ſubtendatur ſinus rectus x q. Et cum ſegmẽtum n b ſit minus radius viſus hunc ſinum in z ſecat. Porrò ex t deſcendat perpendicularis t c, cui ad rectos angulos occurrat longius extenſa r p recta in ſigno ſ. His ita cõſtitutis, dicimus eandem eſſe rationem q z ad z x, quæ eſt s p ad p r. Etenim cum duæ rectæ, nimirum x q & r s ad rectos angulos incidant in perpendicularem t c, conſtituuntur ipſæ per vigeſimamoctauam primi Elementorum παράλληλαι. Quare duo τρίγωνοι ὀρθογώνιοι t q x & t s r ſunt æquianguli, cum alterum acutorum, nimirum q t x habeant communem: & per quartam ſexti Elementorum latera, quæ iiſdem angulis ſubtenduntur, ſint proportionalia. Inſuper hi trigoni ſecantur à recta linea t p, in ſignis z & p. Hinc per ſecundam ſexti Elementorum concludimus eandem eſſe rationem q z ad z x, quæ eſt s p ad p r. Ex his quan-

titatibus três notas eſſe dicimus. Nam φ x eſt ſinus rectus arcus n x: cuius media ſectio z innoteſcit ex ſegmento n b, quod eſt obſeruationis loci x. Sed s p diſtantia pateſit ex dimenſione æquationis locorum n & p ad libellam. Quarta igitur magnitudo p r per decimamnonam primi Regiomontani in lucem prodibit. Iterum conſtituamus ex k eiaculandas eſſe ſphæras piceas, vt in d locum ex præcipitio delabantur. Sit autem linea diſtantiæ, quæ cum præfixi ſcopi catheto πρὸς ὀρθὰς concurrit k l tormenti hypotenuſa k m. Opus erit hîc inquiſitione anguli l k m. quem dimetieris ex lineis l k, quæ antegreſſa dimenſionis ratione conſtat, & k m per hypotheſin conſtituta, idꝗ adminiculo 27 propoſitionis primi Regiomontani. Sed tamen hîc altitudinem d l conferendam eſſe cum perpendiculari, quæ ex m deſcendit in l, vt hæc ſemper illa ſit maior, nemo non intelligit. His itaꝗ confirmatis, conſtituamus alteram loci ex aduerſo vrbis ſuperficiem, quæ paulatim vergat deorſum. In hac dimenſionum ratio, quæ ad eiaculationes requiruntur, nonnihil variata apparebit. Et manifeſtum eſt in huiuſcemodi ſitu ſphæras non per libellam, ſed ὑποτείνουσαν, aut κάθετον tranſmitti. Si ergo per ſolam ὑποτείνουσαν locum præfixum velis infeſtare aut concutere, per duas obſeruationes auxiliante quarta ſecundi Triangulorum tota res expeditè abſoluetur. neꝗ hîc requiritur, vt baſis trianguli aut inſtrumenti in libramento conſiſtat, ſed explorato itineris totius decurſu, cuius collationem cum vi tormenti inſtituis, ſola viſus obſeruatione exquiſitam axis conſtitutionem deprehendes. Cæterùm ſi per κάθετον volueris ignem eiaculari, qui ex duabus obſeruationibus conſtituitur triangulus, etiam hîc nobis vſui eſſe poterit, ſi quantitatem anguli, quo ſupra libellam baſis eleuetur, abſolutè dimetiaris. Huius adminiculo colligetur linea diſtantiæ, quæ ex aſsignato tormenti loco ad perpendicularem præfixi ſcopi ad rectos angulos excurrit: ſicut ex ſequenti demonſtratione & figura manifeſtè apparet. Statuamus terræ ſuperficiem, quæ à mœnibus deſcendat q p. Sed



ex r loco ſphæræ ſint eiaculandæ in c præfixum ſcopum. Quare dimetienda erit tota r c itineris quantitas, quod ſphæræ decurrent. Prima obſeruatio loci c fiat ex r, ſecunda ex f. Hinc diſtantia r f ex dimenſione in terra innoteſcit, & anguli c f r, & f r c. Proinde per quartam ſecundi Triangulorum latus r c trianguli f r c pateſiet. Quare ſi tormenti ὑποτείνουσα maior fuerit r c, ſecurè,

licebit

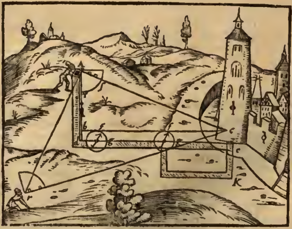
licebit ex r eiaculationes experiri. Manifeſtum eſt autem baſin huiuſcemodi trianguli in quamcunque partem poſſe transferri ad inueniendam r c magnitudinem. Iterum collocetur machina in k, ex quo loco ſphæræ piceæ ſint extorquendæ, vt ex præcipitio in m ſcopum deuoluantur. Sit autem ὑποτείνουσα tormenti k l, κάθετος l n & baſis n k, quæ nobis hîc eſt inuenienda, vt conſtet angulus eleuationis l k n. Fiat ergo prima obſeruatio loci m ex k. Inde innoteſcit quantitas anguli m k q, quo ex ſemicirculo ſublato, reſtat augulus p k m. Secundam obſeruationem conſtituimus in p, ex qua in lucem prodit angulus m p k. Diſtantiam locorum p & k per dimenſionem in terra licet deprehendere. Proinde ex quarta ſecundi Triangulorum conſtabunt reliqua latera, ſcilicet k m & p m trianguli p k m. Conſtat hinc, ſi deprehenderis k m latus breuius eſſe tota vi tormenti tutò rem expediri poſſe. Cęterùm ad certam axis tormenti eleuationem etiam opus eſt dimenſione anguli n k q, qui adiunctus prius inuento angulo q k m, totum m k n producet. Conſiderandum eſt igitur quantum ſuperficies q p decliuis libramentum excedat, id quod manifeſtè conſtabit, ſi quadrantis baſin q p lineæ, vt ad rectos angulos conſiſtat, impoſueris, & ſimul obſeruaueris perpendiculi, quod recta in centrum deſcendat, cum circumferentia contactum, quod hîc ſit t p, & quæ declinat à perpendiculo circumferentia t s. Hanc à nobis demonſtratum eſt alibi æqualem eſſe circumferentiæ, ſupra quam baſis p q eleuatur. Iam verò cum baſis ὀρθογωνίου τριγώνου k n ex hypotheſi libramentum occupet, erit per 29 primi Elementorum ęqualis huic inuentæ circumferentiæ, ea quæ angulo n k q prætenditur, ſed antea cõſtitutus eſt nobis angulus m k q. Totus ergo m k n non latebit. Et cum innotuerit m k linea per 29 primi Triangulorum baſis n k nota prodibit. Inſuper trigoni rectanguli l k n inuentis duobus lateribus, ſcilicet l k per hypotheſin, & k n baſi, per vigeſimamſeptimã primi Regiomontani angulus l k m, qui eſt eleuationis ipſius axis, notus emerget. Atque hoc eſt, quod demonſtrari oportebat.

PROPOSITIO CXXXVII.

Quæ ſit ratio dimenſionis in effodiendis cuniculis ſub mœnibus.

INueſtigabimus etiam quibus dimenſionibus opus ſit, vt recto itinere ſub quouis apparente intra vrbis mœnia loco cuniculi effodiantur. Et primò exquiſitis obſeruationibus totius meatus quantitatem, qui videlicet in perpendicularem præfixi nobis loci ad rectos angulos deducitur, facillimè deprehendemus. Deinde Magnetis adminiculo, ne in alteram partem ab eodem deflectamus, licebit efficere. Cæterùm, vt exactè tãtam in fodiendo altitudinem obtineamus, quanta pręſenti negocio cõueniat, & occurrentibus in recto tramite impedimentis, in quam partem declinandum ſit, vt cõmodè in pręſcriptã viam redeamus, ex ipſo locorum ſitu & conſtitutione accuratiori cõſideratione colligendum eſt. Et quãuis in huiuſcemodi locorum ſitibus multiplex admodum varietas offerri poſsit, tamen hîc ſimplicem rationem conſtituemus, cuius ductu & quaſi indice quid alibi ſit efficiẽdum induſtrij artifices non difficulter ratiocinari poſsint. Vt autẽ ad rem ipſam propius accedamus, duabus obſeruationibus magnitudinem totius tramitis, quem in fodiendo perſequemur, auxiliante 4 ſecundi Regiomõtani inueniemus in hunc modum. Ex conſtituto foſsionis loco aſſumpto inſtrumẽto exquiſitè obſeruabimus angulum diſtantiæ alterius cuiuſdam in terra ſigni & præfixi ſcopi. Similem obſeruationem repetemus in loco apparentis ſigni, ita vt in cõſpectum veniat & ſcopus & foſsionis locus. Hinc etiam angulus diſtãtiæ innoteſcet. Quare per 32 primi

Elementorũ tertij anguli quantitas non latebit. Sed magnitudinem interualli, quod inter foſsionis locum & pręſcriptũ nobis ſignum intercipitur, per dimenſionem in terra ſine negocio explorabimus. Qua inuenta, innoteſcet etiã quantitas eius linee, quę ex foſsionis loco vſq; in pręſcriptum excurrit ſcopum. Supereſt igitur, vt demiſſo perpendiculo ex quadrantis centro angulum inclinationis, qui catheto & hac linea comprehenditur conſideremus. Hoc cõſtituto, innoteſcit baſis trianguli orthogonij, quæ nimirum ex præſcripto ſcopo πρὸς ὀρθὰς in hunc cathetum extenditur. Atqui hęc totius meatus effodiendi, qui recto itinere ſub centrum ſcopi deducit, magnitudinem in lucem profert, cuius indicio manifeſtè conſtabit, ne vltra præſcriptum terminum præteruehamur, néue citra eundem conſiſtamus. Vt tamen conſtitutum meatum rectè ingrediamur, ne errore ſeducti à vero itinere declinemus, Magnetini indicis vſu conſequemur. Diligenter enim ex foſsionis loco per inſtrumẽtum obſeruabimus circuli ſegmentum quo à certa mundi plaga ſitus pręſcripti loci diſtiterit. Tum vigilanter operam dabimus, vt in toto itinere inter fodiendum Magnetis index eundem ſitum oſtendat, quod fiet ſi diſtantiæ huius ſegmentum vbiq; idem permanſerit. His ita exploratis ſicubi à vero itinere obſtantibus offendiculis, aut in alteram partem digrediundum fuerit, aut occaſione ita poſtulante, altius ſodiendum, quomodo regreſſus inſtituendus ſit pro magnitudine diuerticuli, vt in ſequenti ſchemate demonſtrabimus, facillimè licet intelligere. Et cum ipſa res per ſe obſcurior videri poſsit, quantum fieri poteſt, figura eam illuſtrabimus. Sit igitur, exempli gratia, intra vrbis mœnia c ſco-



pus præfixus, ad cuius perpendicularem vſque ſub terra excauandus ſit meatus d l, quem intelligimus hîc exquiſitè libellam occupare. Sed antequam ad initium d perueniatur, ex ſuperiori a parte, quæ in ſuperficie terræ ad perpendiculum ſupra d conſiſtit, effodienda eſt cauerna a d, cuius profunditatem ex conſideratione ſitus loci æſtimandam eſſe dicimus. Et cum d l quantitatis dimenſio ſit omnino neceſſaria, quomodo hęc deprehendatur, primùm conſiderabimus. Ex conſtituto a loco per quadrantem obſeruabimus c ſcopum & aliud quoddam in terra ſignũ, nimirũ r. Hinc innoteſcit angulus r a e eiuſdem triãguli. Secunda fiat obſeruatio locorũ a & c ex ipſo r, tum patefiet angulus

a r c.

a r c. Quare per 32 primi Elementorũ, tertius a c r angulus non latebit, quem ſubtendit baſis a r, quę dimenſionẽ in terra facilè admittit. Ergo per 4 ſecundi Regiomontani reliqua latera r c & a c cognoſcentur. Hoc conſtituto, occurrat ex c in rectã a d ad rectos angulos in ſigno b ipſa c b. Triangulus igitur a b c erit ὀρθογώνιος, cuius angulum b a c inueniemus, ſi perpendiculũ ex a centro demiſerimus, quod circumferentiam inſtrumenti attingit in τ, cũ eandem ſecet viſus radius in s. Conſtat hinc angulus c a b per ſegmentum s τ. Et cum in trigono ὀρθογωνίῳ conſtet alter acutorum cum vno laterum per 29 primi Regiomontani b c baſis inuenietur. Hęc autem ad eoſdem angulos incurrit in rectam a d, ad quos ipſa l d, quę παραλλήλοις lineis clauduntur. Proinde per 33 primi Elementorũ ęqualis eſt b c ipſi d l. Cæterùm ex eodem b a c triangulo conſtat altitudo ipſius a ſupra c locum. Iam verò cùm totius meatus b l longitudo nobis ita ſit deprehenſa, exploranda erit ex a quantitas circumferentiæ, qua ſitus pręfixi c ſigni ab indice magnetis deflexerit, quàm hîc conſtituimus f g. Manifeſtũ eſt igitur ſi ex d ita recta proceſſerimus, vt ſemper idem f pũctum index Magnetes exquiſitè ſpectet, futurum, vt à recto d l itinere in neutram partem declinemus. Porrò quãtitas totius d l antea nobis deprehenſa, facilè indicabit vbi ſubſiſtendum ſit, vt perpendicularem ex c deductã exquiſitè attingamus. Sed fingamus cum in γ peruentũ fuerit, obſtante impedimento in alteram partem diſgrediendum, vt hîc conſtituimus ex γ in h. Iterum adminiculo magnetis curſum reflectemus per ęquidiſtantem ipſi d l, quę ſit h k, cuius longitudinem diligenter obſeruabimus, ne exuperet complementum ipſius d γ, quod hîc eſt d l. Vt autem regrediamur in rectam d l, ex dimenſione diuerticuli ipſius γ h manifeſtè conſtabit, vt hîc eſt k l, quam ipſi æqualem & παράλληλον conſtituimus. Atq; hoc modo etiam progreſſi ſumus ad κάθετον c præfixi ſcopi, id quod demonſtrari oportebat.

PROPOSITIO CXXXVIII.

Quomodo ſit aqua ex fouca urbis mœnia ambiente educenda.

NEq; pręter inſtitutũ fuerit, ſi vlterius hîc rationem inquiramus, qua commodiſsimè fieri poſsit, vt oblata ex loci ſitu occaſione, aquã vrbis mœnia aut alium munitiorem locũ cingentem per cæcos ſub terra meatus exhauriamus, ac aliò deriuemus. Et ſi autem ex conſideratione ſitus loci, vtrum deduci poſsit aqua artifices ſine difficultate colligant, tamen hîc certis dimenſionibus explorabimus non ſolùm exquiſitam locorũ ſitus conſtitutionem, verũetiam ipſorum meatuũ quantitatem, & in quas mundi plagas deflectant, ne inter fodiendum à recto itinere aberremus. Cum aũt ſit omnino neceſſariũ, vt aquam per decliuiora loca educamus, opus erit diligenti collatione altitudinis ipſius aluei cum loco, in quem ſit aqua decurſura, niſi ſumptũ & laboris iacturam temerè velis experiri. Si ergo conſtiterit hunc eſſe inferiorem illo, ſecurè licebit rem expedire. In primis ipſa res poſtulat, vt aluei profunditatem exploremus, qua conſtituta, in eum vſq; locum à ripa deſcendamus, qui infra eam æqualem occupet altitudinem. Sed hunc ſatis exactè deprehendemus, ſi per dimenſiones, vt alibi oſtendimus, ipſam terrę ſuperficiẽ ad libellam æquauerimus. Hinc etiã ipſius loci à ripa diſtantia innoteſcet, cum angulo acuto, cui vtriuſq; altitudinis differẽtia prætenditur. Ergo totius etiã meatus ſubterranei longitudo patefiet. Cæterùm in quã mundi plagã hic declinet officio indicis Magnetini, vt in antegreſſa propoſitione demõſtrauimus, licet experiri. Supereſt nũc, vt deſignato ſchemate euidẽtius hęc declaremus. Sit ergo decliuis terrę ſuperficies b g, vt omnino manifeſtè cõſtet in ea inueniri locũ, in quẽ ex a alueo deriuari poſsit aqua. Cõſtituitur nobis hic in g ſigno, quod neceſſariò aut ęqualem oc-



cupabit altitudinē cum a, aut ipſo inferiorē. Sed b punctū qđ eſt in extremitate ſuperficiei aquę ad perpendiculū ſupra a cōſiſtere intelligimus. Si iam a ſortiatur eūdem ſitum cū g, eadem altitudine conſtituitur b ſupra a & g. Quare explorata profunditate b a, ſi per rectam b d g proceſſerimus, eò vſq; vbi b videatur exuperare tāto exceſſu, loci ſitum, inuentū habebimus locū g, in quem videlicet aqua educi poſsit. Licebit tamen, vt manifeſtum eſt, in humiliorem locum, quàm ſit g deſcendere, vt maiore impetu aqua decurrat. Sed iam conſiderandum eſt nobis qua ratione dimenſionis g ſignū inueniatur, vt ſine dubio cōſtet eandem eſſe profunditatē loci g infra b, quę eſt ipſius a infra eundem. Vt exquiſitè hoc deprehendamus, inſtituatur proceſſus ex b in d. Differētiam ſitus horum ſignorum, quę conſtat recta d c, inſtrumento obſeruabimus, cū videlicet deprehenderimus in eadem altitudine c & b, vt alibi demonſtratum eſt. Hac ſubtracta ex magnitudine b a, relinquetur differentia, qua d excedit locum g. Igitur vlterius retrocedendum eſt, vt in eadem recta, quę ex b cōtinuata educitur, exceſſus hic quem g f metitur per obſeruationē offeratur. Cōſtat igitur ex ſumma coniunctarum d c & g f linearum collectam eſſe magnitudinē æqualem ipſi b a. Itaq; g locus hoc modo eſt inuentus. Quo explorato, non difficile fuerit totius meatus ſubterranei, nimirum a g longitudinem ratiocinari. Cū enim b a ex hypotheſi πρὸς ὀρθὰς incidat in rectā a g, triangulus a b g eſt ὀρθογώνιος, cuius b a latus dimenſione profunditatis notū cōſtituimus, & b g in terrę ſuperficie licet metiri. Notis ergo duobus trigoni rectanguli lateribus per 26 primi Regiomōtani tertiū a g patefiet. Eandem verò a g quantitatē etiam ſine vſu b a cōſequemur. Nam cū b a & f g perpendiculares ſint ipſi a g, etiā ſunt παράλληλαι. In has incidit recta b g. Quare per 29 primi Element. ęqualis eſt angulus b g f ipſi a b g angulo. Sed ille deprehendi poteſt, tam ex lateribus d g & g f, quā inſtrumēto in terra cōſtituto. Ergo b g latere inuēto innoteſcit etiā a g per 29 primi Triang. Vt tamē inter fodiēdū à recto itinere g a nihil aberremus, ex g magnetis indicio explorabimus, in quā mūdi partē b ſignū declinet.

PROPOSITIO CXXXIX.

Quomodo latitudinem labentis fluminis liceat metiri.

MAgnam alij difficultatē conſtituunt in metienda fluminis latitudine, aut quauis alia magnitudine, quæ in Horizontis planicie ſita eſt, propterea quòd humani corporis ſtatura, qua vice catheti vtimur tam ſit exigua, vt in trigono rectangulo acutiſsimus fiat angulus, qui radio viſiuo & apparenti latitudine cōprehenditur: maximè verò ſi conſpectæ magnitudinis finis admodum

remotus

remotus fuerit, adeò vt vix vlla notati poſsit differẽtia inter hypotenuſam recti anguli & baſin. Itaq; fit, vt cathetus certum non adferat argumentum, cuius ductu inquiſitam magnitudinem liceat ratiocinari. Quare ſcalas erigunt in ripa, vt euidentiorem ſortiatur altitudinem cathetus & rationem ad reliqua trigoni orthogonij latera. Nos verò paululum mutata ratione nullius quãtitatis dimenſionem facilius expediri poſſe demonſtrabimus, idq; per 26 primi Elementorum. Nam vnica duntaxat obſeruatione iuxta fluminis ripam cõſtituemus aliud locorum interuallum, quod exquiſitè ſit ęquale conſpectæ fluminis latitudini, aut alij quorũuis ſignorum in finientis circuli planicie apparenti diſtantiæ. Vt ergo rem intelligant diſcentes, quoties propoſitum fuerit labentis fluuij explorare latitudinem aſſumpto inſtrumento diligenter obſeruabimus officio perpendiculi & mobilis regulæ, aut pinnacidiorum alterius lateris, ſub quanto magnitudo inquiſita appareat angulo. Quo conſtituto in obliquum circumducemus inſtrumentum iuxta longitudinem ripæ, aut alterius diſtantiæ, quæ ſit in Horizontis planicie, ac ſignum aliquod ſub inuento intuebimur angulo, cuius diſtantiam à perpendiculo in obſeruationis locum demiſſo æqualem exquiſitè dicimus conſtitui inquiſitæ fluminis latitudini. Nulla igitur opus eſt hîc ratiocinatione, cum oblatum ſpacium in terra facillimè liceat metiri. Quòd ſi totam interualli in terra conſpecti magnitudinem nobis explorare per dimenſionem alicuius partis duntaxat officio regulæ proportionis eundem ſcopum aſſequi licebit. His rationibus non tantùm fluminis latitudinem, verumetiam (quantacunq; ſit) apparentem in Horizontis planicie longitudinem, aut diſtantiam locorum certiſsimè licet metiri. Sed hæc, vt perſpicua fiant, ac euidentiora diſcentibus, demonſtratione ſtabilirc & pictura illuſtrare non pigebit. Sit igitur latitudo fluminis metienda d f, aut m g. Vt hoc operis expediamus in d ſigno erigatur perpendicularis a d, cui admoto inſtrumento, vt apparet, conſpiciatur locus f ſub angulo f a d, qui ex circumferentia b c facillimè innoteſcit. Eũdem angulum experiemur in m loco, ſi æqualis fuerit latitudo m g ipſi d f & excitetur cathetus k m æqualis a d, dum per lateris pinnacidia g locũ intuemur, demiſſo in terram perpendiculo k m, quod circumferentiam ſecet in l ſigno. His conſtitutis, duabus rationibus explorabimus d f & m g magnitudines. Primò in planiciẽ terrę n r, quę ſit iuxta ripam, conſtituatur perpendicularis n v æqualis a d aut k m, cui applicetur eodem modo quadrans n p s, in quo



ſumatur s p ſegmentum æquale ipſi b c, tum radio viſus per ſignum p in r locum incidente, dicimus r u diſtantiam æqualem eſſe d f. Cum enim vtraque perpendicularis n u & a d per hypotheſin in planiciem Horizontis deſcendat, vterque triangulus n v r, & a d f fit ὀρθογώνιος. Et alter

acutorum r n v eſt æqualis alteri d a f. Quare cum perpendicularis n v ſit æqualis ipſi a d, per vigeſimamſextam primi Elementorum r n eſt æqualis d f inquiſitæ fluminis latitudini, quæ minimè latêre poteſt, cum r n facillimam in terra dimenſionem admittat. Cæterùm ſi nolimus totum r n metiri interuallum, etiam ex obſeruatione alicuius duntaxat partis, qualis hîc eſt t v quantitatem illius ratiocinari licebit. Extendatur enim ex n in t ſignum recta, loco radij viſiui, quæ circumferentiā inſtrumēti ſecet in r ſigno, & ſinum rectum p g arcus s p in l. Quo conſtituto, ſecta ſunt proportionaliter r n, & v n latera trigoni r n v à ſinu recto p g, per ſecundā ſexti Euclidis: quia cum vtraq; p g & t v ad rectos angulos in n v incurrant, etiā ſibi inuicē æquidiſtant. Per eandem verò ſecundā ſexti, eadem eſt ratio g l ad l p, quæ eſt v t ad t r. Quare per cōiunctam rationem, vt eſt g l ad totam g p, ita v t ad totā v r. Sed quantitates g l & l p per ſcientiam triangulorum, aut filo in quadrante facillimè inueniuntur. Conſtat igitur etiam ex dimenſione ſolius v t totam v r diſtātiam & æqualem hinc latitudinem d f inueniri poſſe. Cæterùm quod antegreſſa ratio, qua totam v r metimur, ſit omnium certiſsima, quantacunq; etiam offeratur diſtantia, manifeſtum eſt. Nam ſi in longa ac remota admodum latitudine d f radius viſiuus minus exquiſitè deprehendat angulum d a f, idem quoque fiet in dimenſione v r, vt omnino, quæ ſub æqualibus angulis videantur, inter ſe æquari ſit neceſſe.

PROPOSITIO CXL.

Qua metiendi ratione quantitatem ſcalarum, quæ à foſſa in urbis mœnia extenduntur, liceat explorare.

QVi antegreſſę propoſitionis demonſtrationem rectè intellexerit, facilè videbit, quomodo magnitudines ſcalarum, quę extenduntur à foſſa in vrbis mœnia, aut in aliam quamcunq; erectam ſuperficiem, liceat explorare. Sunt enim ipſe ſcalæ vice ὑποτεινούσης in trigono rectangulo, cuius baſin eodem modo, quo latitudinem fluminis metiemur: ſed alterum acutorum angulorum, ſi in baſin collocemus inſtrumētum, ac perſpiciamus ſub quanto circumferentię ſegmento cathetus appareat. Reliquū operis deinceps abſoluemus per 29 primi Regiomōtani. Vt autem res cui dētius intelligatur, ad demonſtrationem cōtexendam, figurā deſcribemus. Sit ergo triangulus ὀρθογώνιος d c b, & angulus c rectus, cuius ὑποτείνουσα b d magnitudinem ſcalarum, quæ à citeriori parte foſſæ b vſq; in extremitatem mœnium d extendūtur d c cathetus in mœnibus & b c baſis, ex cuius dimenſione cum angulo d b c quātitatē d b colligemus in hūc modū.

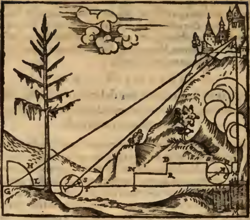


Iuxta præcedentem propoſitionem erigèmus in b ſigno perpendicularem a b,tum a cum c connexo,per Quadrantem offertur angulus c a b per quem conſtat ipſa b c.Deinde collocabimus inſtrumentum in b c, vt obſeruemus angulum d b c,quo conſtituto,per 29 primi Trigonorum inquiſitam b d magnitudinem ratiocinabimur.Eodem modo reliquarum omnium,quātæcunq; ſint, ſcalarum magnitudines inuenientur.

PROPOSITIO CXLI.

Quomodo inter fodiendum iter debeat inſtitui, ut certò inueniamus locum,qui ad perpendiculum conſiſtat ſub arce in monte conſtructa.

COnſiderabimus hic deinceps,qua ratione conſilium debeat inſtitui,quoties conſtitutum fuerit fodiendo per certum iter locum infra terram inueſtigare,qui ad perpendiculum conſiſtat ſub medio arcis in monte conſtructę. Id quod adiuti Geometricis dimenſionibus non difficulter abſoluemus magnetini indicis adminiculo, præſertim ſi rectum, hoc eſt, qui nullis ſit interruptis diuerticulis,meatum velimus excauare. Si enim ita rem ſimpliciter expedire placeat,per duas obſeruationes duntaxat,iuxta quartam ſecundi Regiomontani,& deinceps 29 primi eiuſdem totius longitudinem meatus & catheti altitudinem,qui ex præfixo loco in finem itineris deſcendit,ratiocinabimur. Cuius rei exemplum ſuperius in eiaculatione ſphærarum è tormento patefactum eſt.Sed tamen,vt res intelligatur euidentius, quando conſtitutus fuerit in radice montis inquiſiti meatus ingreſſus ſiue initium, per eandem rectam lineam inſtrumenti vſu retrocedemus ad qualemcunq; diſtantiam, vbi terræ planicies offeratur inſtituendis accommodata obſeruationibus. Prima igitur obſeruatione offeretur angulus,cui præfixus obtenditur cathetus in propiore acceſſu.Secunda obſeruatione,ſi recto hinc diſcedamus itinere, patefiet alter angulus in remotiore diſtantia,cui idem cathetus prætenditur.Vtriuſq; igitur obſeruationis locorū notato in planicie interuallo, metiemur hypotenuſam, quæ ſubtendit rectum angulum, qui fit ex concurſu catheti & inquiſiti meatus.Ac alter inſuper acutus angulus conſtat.His ita diligenter exploratis,cum innoteſcat totius meatus quantitas,facilè videbunt artifices, ne inter fodiendum à vera longitudine aberrent, hoc eſt, neue citra perpendiculum præfixi loci conſiſtant, aut vlterius excurrant. Nihil inde ſupereſt ad operis complementum,niſi, vt explorantes magnetis adminiculo prope meatus ingreſſum in quam mundi partem deflectat locus in arce pręfixus,vbiq; infra terram obſeruemus certum itineris ductum ac ſitum, donec perueniamus ad metam ex obſeruationibus collectam. Hæc quidem eſt ſimpliciſsima conſilij inſtituendi ratio,ſed nunc in itinere occurrentibus obſtaculis,quomodo ſit per diuerticula deflectendum,vt tamen hinc in rectam viam redeamus, operæpretium eſt, vt conſideremus.Hoc non difficulter expediemus per lineas parallelas & æquales, quas ex obſeruationibus rectorum angulorum conſtituemus. Cæterùm hæc cum oculis intuentium, expoſita facilius intelligantur, quàm multiplici verborum contextu, ad ſtructuram [illegible] progrediemur. Sit ergo præfixus in arce locus k, ex quo perpendicularis extracta per montem ad rectos angulos in inferiorem planiciem g m deſcendat in m ſigno; cuius pars in t infra terram occultata propter montis poſitionem deſignet hic totius meatus excauandi longitudinem, quam vt exquiſitè metiamur, extendatur eadem recta,per f vſq; in g & f,g ſigna connectantur cum k. His conſtitutis,primùm inſtrumento metiemur angulum k f m: eodem modo in g lo-



cum retrocedentes per circumferentiam in Quadrante h l explorabimus angulum k g m. Iam autem k f m angulo ex duobus rectis ſublato, reſtat angulus g f k. Cum ergo latus f g dimenſionem admittat in terra per quartam ſecundi Triangulorum f k hypotenuſam recti anguli f m k colligemus, & per vigeſimamnonam primi ex angulo k f m totum iter f m, ac cathetum k m ratiocinabimur. Totus autem meatus m t recta conſtat. Quare ſi auferatur ſegmentum f t ex f m remanebit certa meatus t m longitudo, quæ erat inquiſita. Nunc vlterius conſiderandum eſt, in quam mundi partem f m deflectat, vt fodiendo recta perueniamus ad perpendicularem k m. Cômodiſſimè id efficiemus ex obſeruatione loci k, ſi collocantis inſtrumentum indicis magnetini in f exploremus, quanto deflectat angulo ſuperficies ſub eodem plano cum triangulo k f m conſiſtens ab indice, quemadmodum hîc conſtituimus s f t. Si ergo hunc vbiq; inter fodiendum exquiſitè retineamus, manifeſtum eſt iuxta collectam t m longitudinem progreſſos, in m conſtitutum ac inquiſitum ſub arce ſignum incidiſſe. Nunc etiam videamus, quomodo ſi à recto itinere f m digrediendum fuerit, per diuerticula tamen eodem liceat reuerti. Fingamus igitur cum peruentum fuerit ex t in p digrediundum eſſe. Vt hoc commodius fiat, conſtituemus per Quadrantem in p ſigno angulum n p m rectum, ac p n rectam efficiemus fodiendo cuiuſcunque velimus quantitatis. Inde vſque in n digreſsi conſtituemus ibi ſimili modo in n angulum p n r rectum, tum excauantes iuxta ductum alterius lateris meatum n r, habebimus ipſum æquidiſtantem ipſi p m rectæ per 29 theorema primi Elementorum. Eadem ratione efficiemus angulum n r d rectum. Si hinc per rectam lineam digrediamur ex r in d erit ipſa r d parallela n p. Ita ſit parallela d s ipſi p m, s t, d r, t h, d s, ac p m. In ipſa t h etiam conſtituimus inſtrumentum magnetis, cuius index q deflectat à c, quantum s à t. Sic æquidiſtet h q ipſi s t, q i p m, & i m, n p, ita vt rectæ n p, d r, cui æquatur s t, & h q, coniunctæ ſint æquales i m, item n r, d s, t h, & q i connexę conſtituant magnitudinem p m. Hinc manifeſtum erit per diuerticula nos rectè in m ſignum rediiſſe, quod exquiſitè conſtat ad perpendiculum ſub k loco præfixo.

PROPOSITIO CXLII.

Quomodo ſitus alicuius urbis ſit explorandus, ut interiorum partium conſtitutionis & diſtantiarum ratio à ſingulis extra circumiacentibus locis exquiſitè innoteſcat.

EXplorabimus hîc quibus dimenſionum rationibus totius vrbis ſitus ita deprehendi poſsit, vt quarumuis interiorum partium collocationes & interualla, quibus non ſolùm à ſe inuicem verumetiam à ſingulis extra mœnia circumiacentibus locis diſtant, certiſsimè inueniantur. Manifeſtum eſt autem has diſtantiarum lineas magna ex parte ſub terra deliteſcere, cum interpoſitis ædificijs & mœnibus vbiq; ferè proſpectus intercipiatur. Sed tamen ne ſecretiſsimum quidem angulum inueniri poſſe, cuius altitudinis differentia, quam aliorum reſpectu locorum ſortiatur, diſtantiarum metæ, & quãto Horizontis circuli ſegmento ad certam mundi plagam ab eodem declinet, obſeruari nequeat, euidentibus demonſtrationibus oſtendemus. Quam multiplicem commoditatem ea res adferat, experientur illi, quibus aquæ ex fontibus in certas vrbis partes deriuandæ ſint, & qui caſtrorum obſidionis tempore à certis mœnium locis, aut turribus, è quibus ſphæras eiaculari debeant, diſtantias exploratas habere cupient. Etſi enim alibi demonſtrauerim, qua ratione ex turribus apparentium caſtrorum ſitus & interualla deprehendi poſsint, tamen cum huiuſcemodi occaſiones vbiq; non offerantur, licebit hîc non ſolùm tutius, ſed etiam expeditius eaſdem obſeruationes abſoluere. Ad totam huius negocij tractationem ſimpliciſsimè duo loca aſſumemus, quorum alterum extra vrbis mœnia, alterum intra conſtitutum eſſe oporteat. Ex accurata conſideratione ſituum, & interualli inter ea cõcluſi, reliquorum obſeruationes ſine omni difficultate expediemus. Vtq; hoc euidentius intelligatur, extra vrbis mœnia, vbi commodiſsimus apparuerit locus, ſignum aliquod conſtituemus, à quo per rectiſsimam viam progreſſus pateat in aliquam vrbis partem. Huius itineris longitudinem exquiſitiſsimis dimenſionibus explorare oportebit. His ita conſtitutis, cuiuſuis alterius loci diſtantiam ab eadem interiore vrbis parte, quibuſcunq; etiam fuerit obſtructionibus aut impedimentis intercluſa, in hunc modum obſeruabimus. Cum deſignata fuerit à conſtituto ſigno illius proceſſus, qui in præfixam vrbis partem extenditur, linea, Quadrante aſſumpto explorabimus quantitatem anguli, quo apparentis loci ſitus ab ea diſtiterit. Deinde non minus accurata dimenſione magnitudinem diſtantiæ inter hoc ſignum & præſcriptum locum interceptæ inquiremus. Qua inuenta, per 49 primi Regiomontani reliquum operis abſoluemus. Eadem ratione ad reliquorum apparentium locorum ab eadem vrbis parte diſtantias explorandas progrediemur. Quòd ſi aliqua in ſitibus altitudinum differentia fuerit, ex obſeruatione libellæ licet deprehendere. Cæterùm quo ſummam totius rei euidentius diſcentes percipiant, figuram ſubijciemus. Sit ergo in conſtituta vrbis parte locus a, ex quo recta pateat progreſſus extra mœnia vſq; in ſignum g. Intra eandem vrbem in alijs locis deſignentur c, b, d, f. Extra vrbem in circumiacentibus locis collocentur ſigna h, k, l, & m, ita vt proſpectus pateat ex g in h, h in k, k in l, l in m, m n, & n g. Sint autem primò exploranda interualla h, k, l, m, n, à ſola præfixa vrbis parte a, quæ conſtant hîc lineis a h, a k, a l, a m, & a n. Vt hoc operis abſoluamus, totius itineris ex a in g longitudinem exquiſitis dimenſionibus explorari oportere conſtituimus. Quo conceſſo, primùm ad obſeruationem h a rectæ progredimur. Cum enim ex g proſpe-



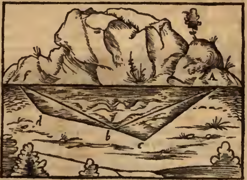
ctus pertingat in h, angulum a g h inſtrumẽto licet metiri. Sed & h g ſignorũ nteruallũ in terræ ſuperficie deprehendimus. Quare cum antea a g ſit per hypotheſin data per 49 primi Regiomontani reliquum latus a h, trianguli h a g cognoſcitur. Et cum per eandem inueniantur anguli h a g, & a h g manifeſte conſtabit, etſi tota ferè h a ſub interpoſitis mœnibus & ædificijs lateat, quanto circuli ſegmento ſit viſus radius reflectendus a g h recta, vt exquiſitè in eam mœnium partem dirigatur, quæ per eandem rectam in a tendat. Eodem modo in a patefiet, vbinam pars rectæ, quæ ex a in h procedit, conſignanda foret. Simili obſeruatione per dimenſionem quantitatis h k & anguli k h a, innoteſcit diſtantia k a vnà cum reliquis angulis a k h & h a k. Atq; hinc manifeſtum eſt, quomodo ex obſeruatione antecedentium linearum, proximè ſequentium magnitudines inueniantur. Nam iterum ex inuentis a k & k l ratiocinamur ipſam a l. Sic reliquas deinceps m a & n a. Non diſsimili obſeruandi ratione efficiemus, vt reliquarum interiorum partium, nimirum c, b, d, f, ab exterioribus ſignis h, k, l, m, n interualla innoteſcant. Sit enim, exempli gratia, inuenienda nobis diſtantia b ab h. Primò connectantur recta linea b & a puncta. Cum ergo paulò ante ſit inuenta quantitas a h & quanto ab ipſa a g angulo declinet facilè per inſtrumẽtum obſeruabimus angulum b a h, ſed ipſam b a rectam intra vrbem licet metiri. Quare per 49 primi Regiomõtani reliquum latus h b in lucem emergit, & per eandem ex angulo h b a verſus quam partẽ procedat illa portio ipſius b h, quæ intra vrbem deſignari poteſt, manifeſtè patet. Eodem modo ſi copulentur recta linea a & d cognoſcitur diſtantia ipſius d à reliquis omnibus circũiacentibus ſignis. Sic etiam cõſtat magnitudo interualli c n, producta c a recta. His ita cõſyderatis, ſine negocio apparebit, quęnã ſit ratio ſituũ, quę exiſtere poſsit ex differẽtijs altitudinũ, ſi loca ſingula cum alijs cõferre voluerimus. Sit enim, verbi gratia, nobis explorandũ quę ſit ratio altitudinis ipſius a loci ad ſingula, quę exterius eũ circumſtãt, h, k, l, m, n ſigna. Tum primò omniũ ex obſeruatione libellæ ſitũ ipſius a reſpectu g deprehendemus: deinde ſequentiũ omniũ punctorũ altitudines cũ eodẽ g cõferemus, ita etiam innoteſcit quã habẽt rationẽ in ſitu ad ipſum a. Si enim a fuerit infra ſitũ g, & g infra h vtrãq; differẽtiã cõiungemus, vt pateat totus exceſſus h ſupra a. Quòd ſi h fuerit infra g ex differẽtia altitudinũ, a & h conſequemur eundem ſcopũ. Ita poterimus cõferre ſitum k & ſequentiũ ad h, aut g. Nec diuerſa ratione explorabimus reliquorũ c, b, d, f ſitũ ad quæuis exteriora ſigna.

ſigna. Cum enim fuerit deprehenſus a & h ſitus, & experiri liceat ſitũ d ad a, etiam ad ipſum h patefiet. Idem ſentiendum eſt de ſitu interiorum omniũ partium ad quæuis exteriora puncta.

PROPOSITIO CXLIII.

Quomodo cum à recto itinere occurrentibus obſtaculis deflectendum fuerit, eodem liceat reuerti.

CVm ſæpenumero in recto itinere progreſſus occurrentibus aut montibus, aut fluminibus intercipiatur, non abs re fuerit, ſi aliquam hîc conſiderationem inſtituamus, qua certò liceat deprehendere, vt cum per diuerticula deflexerimus, in rectam viam reuertamur. Ad hoc in primis opus fuerit, vt in ipſo proceſſus loco angulum poſitionis eius metæ, in quam contendere velimus, exquiſitè conſtituamus. Qua ratione id efficiendum ſit, id alibi nobis explicatum eſt. Hoc ita conſtituto, obſeruabimus primùm in ea itineris parte à qua declinandum fuerit, quantitatem anguli ipſius digreſsionis. Dehinc in proceſſu totius diuerticuli longitudinem accuratè metiemur, vnà cum angulo reflexionis eius lineæ, quæ in rectam prioris itineris dirigitur. Quanta hæc futura ſit ex obſeruatione horum angulorum & dimenſione notæ declinationis lineæ per 4 ſecundi Triangulorum experiemur. Sed cum facilius exemplis hæc intelligantur, quàm longiore verborum contextu, figuram ſubijcere non pigebit. Sit ergo progreſſus inſtitutus ex a ſigno per rectam lineam in f, cuius verũ ſitũ reſpectu eiuſdem a per angulum poſitionis antea conſtare præſupponimus. Per hanc autem nullus pateat ingreſſus, niſi proximè per rectarũ linearum diuerticula, nimirũ a c, c b, b d, & d f. Connectantur ergo rectis lineis b f a ſigna, quæ ſint b a, & b f.



Primùm hîc deſignata propè a portione aliqua ipſius f a, per inſtrumentum obſeruentur anguli f a b, & b a c. Hinc cum vlterius inſtituitur proceſſus ex a in c, innoteſcit tota c a. & cum ex c fit reflexus in b deprehenditur angulus b c a. In vlteriori proceſſu obſeruatur longitudo c b. Quare dupliciter licet inuenire ipſam b a, nimirum aut ex duobus lateribus notis certũ b c a angulum comprehendentibus, per 49 primi Triangulorum, aut etiam ignorato vel neglecto b c latere, ex conſtitutis b c a, & b a c angulis inuento lateri c a inſidentibus, per 52 primi Triangulorum. His ita conſtitutis, cum peruẽtum fuerit in b ſignum, ex inſpectione a & f inſtrumento percipiemus angulum f b a. Similiter ergo per eandem 52 primi patefiet reliquum latus b f trianguli b f a. Ex eodem b puncto conſiderata diuerticuli b d magnitudine inueſtigabimus angulum f b d. Cum ergo detur latus f b, quod etiam triangulo d f b eſt commune, reliqua linea reflexionis ex d verſus f per 49 primi antea citatam in lucem prodibit. Quantus autem ſit reflexus ipſius d f à

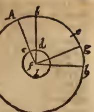
b d ex inquiſitione anguli f d b cognoſcetur. Conſtat igitur nos ex diuerticulis a c, c b, b d, & d f in rectam a f curſum reflexiſſe. Cæterùm quantum ſit interuallum f ab a ſigno ex datis f b & b a lateribus conſtitutum f b a angulum complectentibus, per eandem 49 primi inueſtigamus. Quòd ſi ex b nondum apparuerit locus f pro arbitrio, aut loci opportunitate ipſam f b reflectemus ab a b, obſeruatis tamen angulis f b a & f b d. Quare cum fuerit in d peruentum ex apparente f ſigno, offeretur angulus f d b. Hinc nota b d recta, reliquæ d f, & b f inuenientur, id quod demonſtratione conficiendum erat.

SECTIO SEPTIMA, DE OBSERVATIONIBVS GEOGRAPHICIS.

PROPOSITIO CXLIIII.

Quanta pars terræ ſingulis maximi circuli cæleſtis gradibus reſpondeat, certa dimenſione explorare.

IN hac vltima ſectione multiplices Geographicarum obſeruationum rationes ac modos explicabimus, quarum vſus non ſolùm peregrinantibus in terra verumetiam nauigantibus in Oceano vtiliſsimus erit. In qua tractatione operępretium fuerit, vt primùm omnium conſideremus, quibus obſeruationibus artifices magnitudinem ambitus ſphæræ terreſtris experiri ſoleant, cuius cognitio ad exquiſite numerãdas quorumuis locorum diſtantias neceſſaria eſt. vtq; rem ipſam penitius introſpiciant iuniores, nouerint ex ſententia Ptolemæi & omnium artificum conſentientibus teſtimonijs terræ molem cum aqua conglobatam ſecundum vniuerſas ſui partes ad ſenſum proximè ad figuram ſphęricam accedere. Verba Ptolemęi libro μεγάλης συντάξεως cap.3 ſunt hæc: ὅτι δὲ καὶ ἡ γῆ σφαιροειδής ἐστι πρὸς αἴσθησιν, ὡς καθ' ὅλα μέρη λαμβανομένη, μάλιστ' ἂν οὕτως κατανοήσαιμεν. τὸν ἥλιον γὰρ πάλιν καὶ τὴν σελήνην, καὶ τοὺς ἄλλους ἀστέρας ἔστιν ἰδεῖν, οὐχ ὑπὸ τὸ αὐτὸ πᾶσι τοῖς ἐπὶ τῆς γῆς ἀνατέλλοντάς τε καὶ δύνοντας, ἀλλὰ προτέροις μὲν ἀεὶ τοῖς πρὸς ἀνατολὰς οἰκοῦσιν, ὑστέροις δὲ τοῖς πρὸς δυσμάς. &c. Quo conſtituro, ſi alicuius duntaxat terreſtris circumſerentiæ ſegmenti quantitatem certa dimenſione exploratam habuerimus, iuxta exquiſitum circuli artificium totius ambitus abſoluemus magnitudinem. Eruditè autem huius dimenſionis rationem ex obſeruatione altitudinis poli ſupra duo loca, quæ ſub eodem Meridiano conſiſtant, extruxerunt artifices. Si enim locus primæ obſeruationis propius ad Aequatorem acceſſerit altero, per inſtrumentum explorata poli altitudo maior hîc inuenietur, quàm illic. Vtriuſq; verò altitudinis differentia indicat ſegmentum Meridiani circuli inter conſtituta loca intercepti, quod eandem conſeruat rationem ad totam circumferentiam, quam illorum diſtantia locorum ad totum ambitum terræ, qui eſt ſub eodem plano Meridiani circuli. Ex his magnitudinibus tres explorari poſſunt facillimè. Quare per canonem proportionis inſtitutam quæſtionẽ ſoluemus. Hoc conſtituto per artificium circuli colligemus etiam terræ centri à circumferentia, ſiue ſuperficie diſtantiam. Nam iuxta Archimedis demonſtrationem eadem eſt ratio totius circuli ad ſemiſſem dimetientis proximè, quæ 22 ad 7. Sed hæc in ſequenti ſchemate demonſtrata facilius intelligentur. Sit ergo



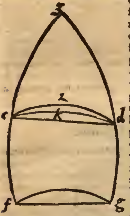
Meridianus circulus a g h ſuper f centro vniuerſi deſcriptus, qui intra ſe contineat ambitum terræ c d l ſub eodem plano. In eo ſumatur locus c, Auguſta Vindelicorum, qui iuxta experiētiam Petri Appiani cum d ſitu Erphordię ſub eodem Meridiano conſiſtit. Et ex f centro extendantur rectæ per c & d in a & b ſigna, quæ ſunt τῶν κορυφῶν. In e ſit polus mundi. Si nunc ab a numeres quadrantē in g & à b in h, in quę ex f rectas extēdas, erit f g Horizō loci c & f h loci d. His cōſtitutis, in d per inſtrumentū obſeruāti altitudinē poli offeretur arcus e h, ſed in c loco obſeruāti eandē offeretur e g. Eſt igitur vtriuſque differētia g h, cui ęquale dicimus eſſe ſegmētū a b. Cū enim a g ſit Quadrans, & b h eiuſdem circuli, vterque vt alteri adęquetur eſt neceſſe. Sed vtrique cōmunis eſt b g circūferentia, qua ſublata, relinquitur a b, ipſi g h ęquale. Cū igitur ex eodem cētro f deſignati ſint circuli c d l & a b h, ſegmentum c d eſt ſimile a b, ac eadē ratio c d ad c d l, quæ eſt a b ad totū a h b circulum. Conſtat aūt ex obſeruatione poli altitudinis a b, & ex dimenſione itineris c in d ſegmentū c d. Quare totus c l d ambitus non latebit. Sunt autem artificum hac de re variæ obſeruationes. Nam Eratoſthenes, Macrobius, & Theodoſius philoſophi conſtituunt ex ſuis obſeruationibus totum c l d ambitum continere 252000 ſtadia, ita vt vni ex 360 circuli ſegmentis cōueniant 700. Ex obſeruationibus Appiani idem ambitus complectitur 5400 miliaria Germanica. Si hinc velimus iuxta circuli artificium ratiocinari diſtantiam terræ centri à ſuperficie, collocatis in hunc ordinem numeris 22, 7, 5400, per canonem proportionis offeretur quantitas dimetientis 1719 $\frac{2}{}$, cuius ſemiſsis eſt 859 $\frac{1}{}$ Germanicorum miliarium. Velim autem, vt aman " tes veritatis repetitis " obſeruationibus rem ipſam diligentius explorent, nec aliorum artificum opinionibus hîc ſecurè confidant.

PROPOSITIO CXLV.

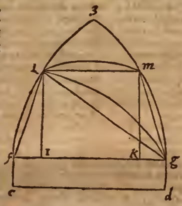
Ratio dimetiendi locorum diſtantias.

EXplicauimus alibi qua ratione locorum longitudines & latitudines inueniri debeant, quarum cognitio ad ſupputandas eorundem breuiſsimas diſtantias, quæ ſemper maximorum circulorum ſegmentis comprehenduntur, omnino neceſſaria exiſtit. Has diſtantias numerandi rationem viſum eſt hic copioſius pertractare, propterea quòd in Geographia non mediocrem ea res vtilitatem pariat. Primùm omnium ſcire licet locorum conſtitutiones, aut ſitus, quorum inquiruntur interualla, eſſe multiplices. Aut enim duo, quæ offeruntur loca in eandem mundi partem, nimirum Septētrionis vel Meridiei ab Aequatore declinant, aut altero conſtituto in Septentrione, alter in Meridiem deflectit. Iterum ſi in eadem mundi parte cōſtiterint, aut ſub eodem ſunt Meridiano, differentibus tamen latitudinibus, aut æquales ſortiuntur latitudines ſub differentibus Meridianis ita vt in eodem collocentur parallelo: aut loco differentes Meridianos & parallelos occupant. Eandem etiam varietatem de ijs locis, quæ vtrumque ab Aequatore in diuerſas partes declinant, non eſt difficile intelligere. His conſtitutis, manifeſtum eſt nullas locorum diſtantias expeditius inueniri poſſe, quàm quæ ſub eodem Meridiano conſtituuntur: ſiquidem antea certam maximæ terræ circumferentiæ dimenſionem demonſtrauerim, qua conſtat vni ex 360 æqualibus circuli partibus competere 15 miliaria Germanica. Exempli gratia ſub eodem Meridiano conſtituit Orontius Fineus Lutetiam Pariſiorum & Narbonam prouinciam. Latitudo Pariſienſis

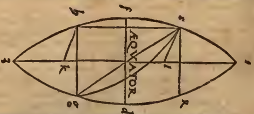
eſt 48 partium 30 ſcrupul. Narbonæ prouinciæ 42 partium. Quare hac ab illa ſubtracta, reſtat vtriuſq; loci differentia 6 part. 30 ſcrupul. quę reſpondent miliaribus Germanicis 97 cum ſemiſſe. Idem Petrus Appianus ſub eodem Meridiano collocat Auguſtam & Erfordiam, nimirum in longitudine 28 partiū, 31 ſcrupul. Latitudo Auguſtæ eſt 48 partium, 20 ſcrupul. Sed Erfordiæ 51 partium, 10 ſcrupul. differentia vtriuſq; latitudinis 2 part. 50 ſcrupul. quæ conuerſa in Germanica miliaria, conſtituit 42. Tanta eſt Auguſtæ & Erfordiæ diſtantia. Hinc viceuerſa facillimum fuerit diſtātiam cognitam in partes circuli conuertere: vt ex vnius cognita latitudine, alterius etiam latitudo ſine negocio innoteſcat. In præſenti exemplo diſtantia inuenta eſt 42 miliar. quæ reſtituit partes 2, ſcrupul. 50. Et cum vlterius in Septentrionem tendat Erfordia, cuius latitudo nota conſtituitur 51 part. 10 ſcrupul. quàm Auguſta, hæc differentia ab illius latitudine ſubtracta, reſtituit 48 partes, 20 ſcrup. aut notæ latitudini Auguſtanæ eadem differentia adijciatur, & prodibit Erfordienſis latitudo 51 part. 10 ſcrupul. His cognitis, videamus quomodo locorum interualla, quę ſub æquali poli altitudine ſita ſunt, inueniantur. Et hîc obſeruandum eſt huiuſcemodi locorum interſtitia ex ſegmento maximi circuli adminiculo dimetientis eius paralleli, quem locus vterq; poſsidet, inueſtiganda eſſe. Hoc quomodo fiat ex ſequenti ſchemate euidentius apparebit. Sint duo loca c & d in eodem parallelo c l d conſiſtentia, quorum diſtantia ex maximi circuli ſegmento c k d ſit inuenienda. Differētiam vtriuſq; longitudinis in Aequatore ſubtendit chorda f g. ducantur nunc ex ſignis f & g per loca c d Quadrantes, qui in b polo arctico cōcurrant. Conſiderandum eſt iam, quòd ſegmentum c d parallelę ſimile ſit ſegmento f g Aequatoris. Nam vtrumq; differentiā longitudinis, quæ inter duos Quadrantes Meridianorum intercipitur, comprehendit. Quare ſimilia ſegmenta ſubtendentes lineæ, ſimiles erunt & proportionales. Conſtat autem ſegmentum aliquod Aequatoris ſubtendentē ad ſimile ſegmentum paralleli ſubtendentem eam habere rationem, quam habet dimetiens illius ad dimetientem huius. Ergo recta f g ad rectam c d eam habet rationem, quam diameter Aequatoris ad diametrum paralleli dati. Ex his autem tres quantitates ſunt notæ: videlicet diameter Aequatoris, & chorda f g, quæ ſubtendit differentiam longitudinis, & duplum ſinus arcus complementi latitudinis, quod dimetientis locum ſubit. Ergo per regulam proportionum quarta quantitas, nimirum chorda c d innoteſcet. Atque hîc ſcire licet in operatione nobis eundem vſum præſtare ſinus, quàm chordæ. Nam eadem eſt ratio ſinuum inter ſe, quæ chordarum æqualia aut ſimilia ſegmenta ſubtendentium. Si multiplicaueris ergo ſinum ſemiſsis differentiæ longitudinum in ſinum complementi latitudinis, & productum in totum partitus fueris, ſinus diſtantiæ locorum exibit. Exempli gratia, conſtituit Appianus Viennam Auſtriæ & Auguſtam ſub latitudine 48 partium, 20 ſcrupu. Longitudo Viennæ eſt 35 partium, 8 minut. Auguſtæ 28 part. 31 ſcrupul. differentia vtriuſq; 6 partium, 37 minut. cuius ſemiſsis 3 part. 18 min. & ſinus rectus 5756 multiplicatur in ſinum latitudinis complementi 41 part. 40 ſcrupul. qui eſt 66479, tum productus in totum diuiſus, reddit 3826, cuius arcus 2 part. 12 ſcrupul.



ſcrupul.& duplum 4 part.24 ſcrupul.quæ conficiunt veram vtriuſque loci diſtantiam 66 miliar.Germanicorum.Eodem modo Lutetia Pariſiorum & Remenſis Campaniæ metropolis habent altitudinem poli arctici 48 part.30 minut. Longitudo Pariſienſis eſt 23 part.Remenſis 25.Quare differentia 2 partium,cuius ſemiſsis ſinus eſt 1745.Complementum latitudinis eſt 41 partium, 30 minut.& ſinus rectus 66262,qui ductus in primum conſtituit 115627190, & hic diuiſus in totum,reſtituit 1156,cuius circumferentia 40 ſcrupul.Ergo totius diſtantiæ arcus eſt vnius partis,20 ſcrupul.qui conficit 20 milia Germanica. Sequitur nunc deinceps,vt inquiramus modum, quo facillimè & certiſſimè inueniantur eorum locorum interualla,quæ ſub differentibus loco Meridianis & parallelis collocantur.Aſſumantur duo loca in ſignis l & g,quorum longitudinis differentiam in Aequatore ſubtendit c d recta, ex quo ducantur quadrantes Meridianorũ per ipſa loca in b polum arcticum, qui ſint a b & c b. Erit latitudo loci g circumferentia g d,& loci l circumferentia l c.Ducatur etiam recta vnà cum ſegmento maximi circuli ex l in g, quod hic diſtantiam locorum l & g comprehendit. Præterea ex ſignis g & l trahantur chordæ, quę ſubtendant in ſuis parallelis ſegmenta differentiæ longitudinum, & ſint g f,& l m. Differentiam vtriuſq; latitudinis cõprehendunt arcus l f & m g,quibus etiam chordæ ſuę ſubtendantur. Et ex ſignis l & m per 12 primi Elemẽtorum Euclidis demittãtur catheti in ipſam f g rectã,quam contingant in punctis i & k.Cõſtituuntur nunc ex hypotheſi locorũ l & g tam lõgitudines,quàm latitudines notę. Quare arcus differentiæ latitudinũ m g,& l f,qui ſunt ęquales,vnà cum ſuis ſubtẽſis dãtur. Inſuper oſtendimus ſuperius quomodo ex recta c d cognita inueniãtur chordę f g & l m in ſuis circulis ſimilia ſegmẽta ſubtendentes.Hinc quadrangulũ l m i k,per 29 primi Elementorũ demonſtratur eſſe parallelogrãmum: & oppoſita latera,nempe l i,ipſi m k & l m rectæ i k,per 34 primi Elementorum æqualia.His confirmatis,dicimus primum rectas f i & k g,quæ cõiunctę conſtituunt differentiam,qua f g excedit ipſam l m,æquales eſſe.Nam triãguli l f i quadrata laterũ l i & f i æqualia ſunt quadrato f l per penultimã primi Elementorũ,& per eandem triãguli m k g quadrata laterũ rectũ angulum ambientium m k & k g ęquãtur quadrato rectũ angulum ſubtẽdentis m g.Adhæc cũ l f recta ſit ęqualis ex hypotheſi m g:earũ quadrata neceſſaria erũt æqualia: & per cõmunẽ ſententiã,quę eiſdẽ ſunt ęqualia,etiã inter ſe ſunt æqualia. Quare ſequitur l i & i f ęqualia eſſe quadratis linearũ m k & k g.Et ex his cũ etiã ſint ęquales l i & m k earũdẽ quadrata ſibi inuicẽ ęquãtur.vnde ſequitur quadratũ f i quadrato k g ęquari,& radicẽ f i radici k g.Quare vtraq; cõprehẽdit ſemiſſem differẽtię,qua f g ſuperat rectã l m:id quod oportebat demõſtrare.Praxis totius negocij abſoluitur hoc modo. Subducas rectã l m ex f g & remanẽtis differentię ſemiſſem iterũ ex tota f g tollas.Hinc tibi baſis orthogonij triãguli l i g conſurget.Præterea ſi inuentæ differentiæ ſemiſſem quadratè multiplicaveris,& productum ex quadrato f l chordæ ſubtraxeris, remanebit quadratũ

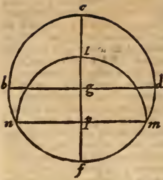


l i catheti, ex quo radix l i facilè innoteſcet. Iam in orthogonio triangulo l i g nota ſunt duo latera rectum angulum ambientia: quare per quadrageſimamſeptimam primi Elementorum latus l g rectum augulum ſubtendens non latebit. Tandem ex ſinuum tabulis ſegmentum diſtantiæ locorum l & g innoteſcet. Conſtituamus maioris euidentiæ cauſa Auguſtam Rhetiæ in l, Hieruſalem Iudææ, ſiue Paleſtinæ in g. Longitudo Auguſtæ eſt 28 part. 31 ſcrupul. latitudo 48 partium, 20 ſcrupul. Longitudo Hieruſalem eſt 66 partium, 0 minut. latitudo 31 partium 40 minut. Differentia longitudinis vtriuſq; 37 part. 29 ſcrupul. quam in Aequatore ſubtendit chorda c d. Differentia vtriuſque latitudinis, ſcilicet m g & l f 16 partium, 40 ſcrupul. cuius ſemiſsis eſt 8 partium, 20 ſcrupul. & ſinus 14493, qui duplicatus conſtituit chordam l f, aut m g 28986. His conſtitutis, progrediamur ad inueſtigationem chordarum l m & f g. Semiſsis differentiæ longitudinum eſt 18 part. 44 ſcrupul. cui ſubtenditur 32116 ſinus. Complementum 48 partium, 20 minut. eſt 41 part. 40 minut. & ſinus 66479, qui multiplicatus in præcedentem conſtituit 2135039564, & hic diuiſus in totum, reddit ſemiſſem chordæ l m 21350. Eſt ergo tota 42700. Complementum 31 part. 40 ſcrupul. eſt 58 part. 20 ſcrupul. & ſinus rectus 85111, qui multiplicetur etiã in 32116, & cõſurget 2733424876, qui diſtributus in totum, reſtituit medium chordæ f g 27334. Tota ergo f g eſt 54668. Si nunc ſubduxeris rectam l m ex recta f g, remanebit differentia 11968, cuius ſemiſsis 5984 adiecta l m, aut ſubtracta ex f g, producit ipſam i g 48684, & eadem ſemiſsis lineam f i patefacit, cuius Quadratum eſt 35808256. Hoc ſubtractum ex Quadrato f l, quod eſt 840188196, reſtituit Quadratum l i 804379940, & Quadratum i g, eſt 2370131856, ex quibus coniunctis naſcitur Quadratum l g per penultimam primi Elementorum 3174511796, cuius radix eſt 56341, & ſemiſsis huius 28170, cuius circumferentia inuenitur ex ſinuum tabulis 16 part. 22 minut. Duplum huius eſt 32 part. 44 minut. ſcilicet ſegmentum l g, quod reſpondet Germanicis miliar. 491. Sequitur deinceps, vt etiam illorum locorum, quæ in diuerſas ab Aequatore mundi partes declinant, diſtantias inueniendi rationem ſubijciamus. Ex his alia ſortiuntur æquales ab Aequatore latitudines, alia differentes. Quòd ſi nunc vtriuſq; loci detur inæqualis latitudo, non erit difficile ex præcedenti figura collatis ſegmentis parallelorum & ſubtenſis chordis trigoni rectanguli hypotenuſam ſegmentum diſtantiæ ſubtendentem inuenire. Cuius rei figuram nullam ſubijcimus, cum ipſa res per ſe ſatis manifeſta ſit. Sed ſi offerantur duo loca, quorum paralleli æqualiter ab Aequatore diſtiterint, chordam ſegmenti diſtantiæ inueniemus in hunc modum. Offerantur duo loca s & g



ſub Meridianis c s b & c d b, qui in polis mundi c & b concurrant. Et ex ſignis s & g ducantur chordæ s r & g h, quæ in ſuis circulis ſubtendunt differentiam longitudinis vtriuſque loci. Duplum vtriuſq; latitudinis ſubtendat chorda s h, ſegmentum diſtantiæ s g. Ex polo c in b deſignetur axis mundi c b.

c b, qui cum tranſeat per centrum Aequatoris f d, etiam tranſibit per centra datorum παραλλήλων, ſicut ex 22 tertij Triangulorum Regiomontani colligitur. Conſtituamus igitur centrum paralleli s r in l, & paralleli h g in ſigno k. Ex his ducantur ſemidiametri l s & k h. Demonſtrabimus hîc angulum h trianguli s h g eſſe rectum. Nam planæ ſuperficies parallelorum, quæ per g & s pũcta ducuntur, ſub Meridiano c f b, in rectum s l & h k diſſecantur. Quare cõmunes earundem ſectiones per decimamſextam vndecimi Elementorum ſunt parallelæ, & recta s l æquidiſtat, & æqualis eſt rectæ h k, cum ſint æqualium circulorum ſemidiametri. Iam verò parallelas & æquales rectæ lineæ ad eaſdem partes contingentes per trigeſimamtertiam primi Elementorum inter ſe ſunt æquales & parallelæ. Aequidiſtat igitur & æqualis eſt s h ipſi l k. Porrò axis l k in planas παραλλήλων ſuperficies πρὸς ὀρθὰς incidit, per octauam vndecimi Elementorum. Quare angulus h trigoni s h g rectus eſt, id quod oportebat demonſtrari. Si igitur chordas s h & h g quadratè multiplicaueris: naſcetur quadratum hypotenuſæ s g per penultimam primi Elementorum, ex quo deinceps extracta radix s g ſegmentum diſtantiæ vtriuſque loci ex ſinuum tabulis patefaciet. Sit, exempli gratia, vtriuſq; loci ab Aequatore f d diſtantia 15 partium, cuius complementum 75 part. & differentia longitudinis 10. Aſſumantur autem ex tabulis ſinuum pro chordis circumferentiarum ſinus recti: nam per quartam ſexti Elementorum eandem inter ſe rationem cuſtodiunt in triangulo s h g. ſemiſſes laterum, quas tota. Sinus rectus ſemiſsis differentiæ longitudinum eſt 8715, qui multiplicatur in ſinum complementi latitudinis; qui eſt 96592. Hinc conſurgit 841799280, qui diuiſus in totum, reddit 8417, nimirum ſemiſſem chordæ h g, qui ſi multiplicatur quadratè, exoritur 70845889. Sinus rectus 15 partium eſt 25881, cuius quadratum offertur 669826161. Ex coniunctis his quadratis emergit quadratum ſemiſsis rectæ s g, 740672050, cuius radix eſt 27215, cui in tabulis ſinuum prætenditur circumferentia 15 part. 47 ſcrup. Quare totum ſegmentum s g eſt 31 partium 34 ſcrupul. quæ conficiunt miliaria Germanica 473. Hactenus explicauimus omnium facillimas locorum diſtantias ſupputandi rationes, nunc ſi cui ſcire libet, quomodo eædem inueniantur ex trapezijs æquicrurijs iuxta traditionem Munſteri, ex ſequentibus obſeruet licebit. Aſſumpſit autem Auguſtam Rauracorum, cuius diſtantiam ab Hieruſalem Paleſtinæ ex dimetiente trapezij quadranguli inquirit. Cuius duo latera æquicruria conſtituunt latitudinum differentiæ, reliqua verò ſegmenta differentiæ longitudinum in parallelis. Neceſſarium eſt igitur, vt primò omnium quantitatem circumferentiarum, quibus in parallelis circulis longitudinum differentiæ conſtant, inuenire doceamus. Has non difficile fuerit inuenire, ſi demonſtrauerimus quemcunque maximorum circulorum, qui in ſphæra deſcribi poſſunt, ad datum quemlibet ipſi παράλληλον eam obtinere rationem, quam ſinus totus habet ad ſinum complementi diſtantiæ eiuſdem paralleli ab ipſo circulo maximo. Quod vt facilius intelligatur deſignetur circulus maximus, qui ſit alicuius loci Meridianus c b d f. ſemicirculus etiam b c d repræſentet Aequatorem. Nam ad planam Meridiani ſuperficiem πρὸς ὀρθὰς erectus intelligi poteſt, ita vt vtriuſque dimetiens in ſectione b g d ſit. Eidem æquidiſtet minor ſemicirculus n l m, cuius centrum p, & dimetiens n p m. Tranſmittatur etiam ex c per centra Aequatoris & paralleli g p axis mundi in f polum, qui ſit c f, & ad rectos angulos b g d ſectionis lineam in g diſpeſcat. Nam centra & poli omnium παραλλήλων circulorum in eadem recta ſunt linea, ſicut ex corollario vigeſimæſecundæ propoſitionis libri tertij Triangulorum Regiomontani manifeſtè patet. Conſtat igitur per ſinuum



definitionem b g eſſe ſinum maximum ſiue Quadrantis circuli, & n p ſinum rectum arcus n f, qui eſt complementum diſtantiæ paralleli ab Aequatore. Iam verò dimetientes circulorum, vel quæ ex centris ducuntur lineæ eam inter ſe cuſtodiunt rationem, quam ipſorum circuli inter ſe habent. Aequinoctialis igitur b c d ad παράλληλον n l m eam habet rationem, quam recta b g ad rectam n p. Eaſdem etiam rationes ſimilia ſegmenta circulorum, nimirum partes ad partem, & ſcrupulus ad ſimilem ſcrupulum conſeruant. Ex quatuor hiſce quantitatibus notæ ſunt 3, nempe ſinus totus b g, ſinus complementi diſtantiæ paralleli ab Aequatore, & circulus eiuſdem Aequatoris. Quare ex proportionum regula quarta quantitas innoteſcet. Conſtituamus, exempli gratia, diſtantiam paralleli n l m ab Aequatore partium 40, & propoſitum ſit inueſtigare quantitatem circumferentiæ n l quam habet reſpectu b c. Complementum 40 partium eſt 50, cuius ſinus rectus 76604, qui ducitur in 90 partes, & exurgunt 6894360, quæ diſtributæ in ſinum totum reſtituunt 68 partes 56 ſcrupul. 36 ſecund. Atqui tot partes habet circumferentia n l, quarum maximi circuli Quadrans habet 90. Eodem artificio ſequentes tabulæ conſtructæ ſunt, quarum exemplo in alijs etiam partibus eædem circumferentiæ ſupputari poſſunt.

TABVLA

TABVLA QVAE CONVERTIT PARTES CIRculorum parallelorum in partes Æquatoris: & aliàs dicitur tabula conuerſionum gradus extra Æquinoctialem in gradus Æquinoctialis.

Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.
0	30	59	59	0
1	0	59	59	1
1	30	59	58	1
2	0	59	57	1
2	30	59	56	1
3	0	59	55	2
3	30	59	53	2
4	0	59	51	2
4	30	59	48	2
5	0	59	43	3
5	30	59	43	3
6	0	59	39	3
6	30	59	36	3
7	0	59	33	4
7	30	59	29	4
8	0	59	24	4
8	30	59	20	5
9	0	59	15	5
9	30	59	10	5
10	0	59	5	6
10	30	58	59	6
11	0	58	53	6
11	30	58	47	6
12	0	58	41	7
12	30	58	34	7
13	0	58	27	7
13	30	58	20	7
14	0	58	13	8
14	30	58	5	8
15	0	57	57	8
15	30	57	49	9

Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.
16	0	57	40	9
16	30	57	31	9
17	0	57	22	9
17	30	57	13	10
18	0	57	3	10
18	30	56	53	10
19	0	56	43	10
19	30	56	33	11
20	0	56	22	11
20	30	56	11	11
21	0	56	0	11
21	30	55	49	12
22	0	55	37	12
22	30	55	25	12
23	0	55	13	12
23	30	55	1	13
24	0	54	48	13
24	30	54	35	13
25	0	54	22	13
25	30	54	9	14
26	0	53	55	14
26	30	53	41	14
27	0	53	27	14
27	30	53	13	15
28	0	52	58	15
28	30	52	43	15
29	0	52	28	15
29	30	52	13	16
30	0	51	57	16
30	30	51	41	16

Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.
31	0	51	25	16
31	30	51	9	17
32	0	50	52	17
32	30	50	36	17
33	0	50	19	17
33	30	50	1	18
34	0	49	44	18
34	30	49	26	18
35	0	49	8	18
35	30	48	50	18
36	0	48	32	18
36	30	48	13	18
37	0	47	55	19
37	30	47	36	19
38	0	47	36	19
38	30	46	57	20
39	0	46	37	20
39	30	46	17	20
40	0	45	57	20
40	30	45	37	21
41	0	45	16	21
41	30	44	56	21
42	0	44	35	21
42	30	44	14	22
43	0	43	52	22
43	30	43	31	22
44	0	43	9	22
44	30	42	47	22
45	0	42	25	22
45	30	42	3	22

Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.
46	0	41	40	23
46	30	41	18	23
47	0	40	55	23
47	30	40	32	23
48	0	40	8	23
48	30	39	45	24
49	0	39	21	24
49	30	38	58	24
50	0	38	34	24
50	30	38	9	24
51	0	37	45	24
51	30	37	21	25
52	0	36	56	25
52	30	36	31	25
53	0	36	6	25
53	30	35	41	25
54	0	35	16	26
54	30	34	50	26
55	0	34	24	26
55	30	33	59	26
56	0	33	33	26
56	30	33	6	26
57	0	32	40	26
57	30	32	14	27
58	0	31	47	27
58	30	31	21	27
59	0	30	54	27
59	30	30	27	27
60	0	30	0	27
60	30	29	32	27

Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.
61	0	29	5	28
61	30	28	37	28
62	0	28	10	28
62	30	27	42	28
63	0	27	14	28
63	30	26	46	28
64	0	26	18	28
64	30	25	49	28
65	0	25	21	29
65	30	24	52	29
66	0	24	24	29
66	30	23	55	29
67	0	23	26	29
67	30	22	57	29
68	0	22	28	29
68	30	21	59	29
69	0	21	30	29
69	30	21	0	29
70	0	20	31	30
70	30	20	1	30
71	0	19	32	30
71	30	19	2	30
72	0	18	32	30
72	30	18	2	30
73	0	17	32	30
73	30	17	2	30
74	0	16	32	30
74	30	16	2	30
75	0	15	31	30
75	30	15	1	30

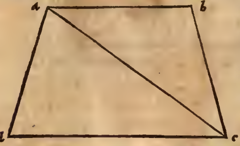
Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.
76	0	14	30	30
76	30	14	0	31
77	0	13	29	31
77	30	12	59	31
78	0	12	28	31
78	30	11	57	31
79	0	11	26	31
79	30	10	56	31
80	0	10	25	31
80	30	9	54	31
81	0	9	23	31
81	30	8	52	31
82	0	8	21	31
82	30	7	49	31
83	0	7	18	31
83	30	6	47	31
84	0	6	16	31
84	30	5	45	31
85	0	5	13	31
85	30	4	42	31
86	0	4	11	31
86	30	3	39	31
87	0	3	8	31
87	30	2	37	31
88	0	2	5	31
88	30	1	34	31
89	0	1	2	31
89	30	0	31	31
90	0	0	0	
0	0	0	0	

SEQVITVR

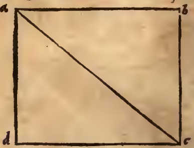
SEQVITVR TABVLA, QVAE CONVERTIT parteslongitudinum in circulis parallelis in miliaria Germanica.

Partes latitud.	Miliaria	Minuta.	Partes latitud.	Miliaria	Minuta.	Partes latitud.	Miliaria	Minuta.
1	14	59	37	11	59	73	4	23
2	14	59	38	11	49	74	4	8
3	14	58	39	11	39	75	3	51
4	14	58	40	11	29	76	3	38
5	14	56	41	11	19	77	3	22
6	14	55	42	11	9	78	3	7
7	14	33	43	10	58	79	2	52
8	14	51	44	10	47	80	2	36
9	14	47	45	10	36	81	2	21
10	14	46	46	10	25	82	2	5
11	14	43	47	10	14	83	1	50
12	14	40	48	10	2	84	1	34
13	14	37	49	9	50	85	1	18
14	14	33	50	9	38	86	1	3
15	14	29	51	9	27	87	0	47
16	14	25	52	9	14	88	0	31
17	14	21	53	9	2	89	0	16
18	14	16	54	8	50	90	0	0
19	14	11	55	8	38			
20	14	6	56	8	23			
21	14	0	57	8	10			
22	13	54	58	7	57			
23	13	48	59	7	43			
24	13	42	60	7	30			
25	13	36	61	7	16			
26	13	29	62	7	2			
27	13	22	63	6	48			
28	13	15	64	6	34			
29	13	7	65	6	20			
30	12	59	66	6	6			
31	12	52	67	5	52			
32	12	43	68	5	37			
33	12	35	69	5	16			
34	12	26	70	5	8			
35	12	17	71	4	53			
36	12	8	72	4	38			

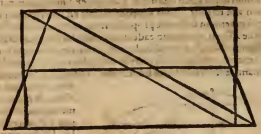
His cognitis ad exempli tractationem progrediamur. Auguſta Rauracorum iuxta ſententiam Ptolemæi in longitudine habet partes 28, minut.0, in latitudine partes 47, minut.20. Hieruſalem verò, vt ſuperius conſtituimus, habet partes longitudinis 66 minut.0, latitud. part. 31 minut.40. Deſcribamus nunc figuram trapezij Quadranguli, ex cuius dimetiente vtriuſq; loci diſtantiam inueniamus. Auguſtam conſtituamus in a, Hieruſalem in c. Segmẽtum differentiæ longitudinum in Auguſtano parallelo ſit a b, cui ſimile eſt ſegmentum d c paralleli Hieroſolymitani a d & b c ſunt æqualia ſegmẽta, quæ cõprehendunt differẽtiam latitudinum, quæ eſt 15 partium, minut.40. Ex ſuperioribus tabulis, cũ



differentia longitudinum ſit 38 partium, colligitur ſegmentum d c 32 part.2 min. & a b 25 part.45 min. Et cum hîc duo latera ſint inæqualia, neceſſarium fuerit, ſi voluerimus dimetiẽtem a c inuenire, vt ex hac figura Quadrãgulum rectangulum conſtituamus: id quod hac ratione licet expedire. Subducta recta b a ex d c remanẽtis differentiæ ſemiſſem adijcies a b, aut ſubtrahes ex d c. Nam ex vtroq; prodibit eadem quãtitas. Hinc habebis adæquatam a b ipſi d c. Tandem ex differentia latitudinum & æquato latere per penultimam primi Elementorum inuenies dimetientem a c. Vt autẽ ad exemplum redeamus, differentia ſegmentorum vtriuſque paralleli eſt 6 part.36 ſcrupul. cuius ſemiſsis 3 part. 18



ſcrupul. adiecta partibus 25, ſcrupul. 45, conſtituit 29 part. 3 ſcrupul. quarum eſt Quadratum 843. Differentia latitudinum multiplicata quadratè conſtituit 245 part.26 ſcrupul. Ex his duobus quadratis naſcitur quadratum a c 1088 part.26 minut. cuius radix eſt ferè 33 partium, quæ multiplicatæ per 15 conficiunt 495 miliaria Germanica. Tanta eſt rectiſsima prædictorum locorum inuenta diſtantia. Quòd ſi placuerit eandem a c magnitudinem expeditius ſine vſu quadratorum & extractione radicum ſolo circino deprehendere, faciliimè idipſum ex ſinibus Quadrantis efficies. Nam officio pręcedentium tabularum adæquatis trapezij quadranguli lateribus, dinumerabis ex centro in vno ſinuum numerum partium, qui reſpondeat lateri d c, in altero verò eum, qui conueniat a d, & notatis vtriuſq; numeri finibus ad eorundem diſtantias circini pedes expandes, quo facto, transferes ipſum in eodem ſitu in baſin, aut cathetũ Quadrantis, & ſtatim manifeſtè ipſius a c quantitas innoteſcet. Præterea, vt euidentius perſpicias, quomodo trapezium Quadrangulum Geometricè in ὀρθογώνιον transformetur, ſequentem figuram ſubiecimus.

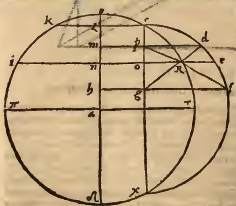


PROPOSITIO CXLVI.

Tertius modus eaſdem locorum diſtantias numerandi.

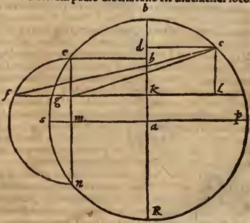
FAciliores locorum diſtantias ſupputandi rationes hoc modo deſcriptas habemus, quibus alias etiam æque certas licet paulò difficiliores, vt multiplicem ſinuum & triangulorum vſum, qui varietate delectantur, euidentius perſpiciant, ſubnectere placuit. Et quò rem ipſam ſtatim aggrediamur, prætermiſsis ijs locis, quæ eandem longitudinē, aut latitudinē habent, conſtituamus duo loca ſub diuerſis meridianis & parallelis, quæ tamē in eandem ab Aequatore partē declinant, inquirantur primò omniū ſinus recti & verſi latitudinū, item ſinus recti & verſi differētiæ longitudinū in parallelo: qua ratione id fieri debeat ex antegreſsis videre licet. His cognitis, ſubducas ſinū verſum minoris latitudinis ex ſinu verſo maioris, vt remaneat vtriuſq; differentia. Deinde conferēdus erit ſinus verſus differētię longitudinis, qui eſt in parallelo minoris latitudinis cū differentia ſinuū verſorū prius inuenta. & ſi ille minor fuerit, ex ea ſubtractus, relinquet partem, quam multiplicabis quadratè, quo facto, ſubduces ſinū rectū minoris latitudinis ex ſinu recto maioris & reſiduā portionem ſimiliter quadratè multiplicabis. Tertium quadratum conſtituet ſinus rectus differentię longitudinum in maiori parallelo, qui minorem etiam latitudinem habet. Ex his tribus quadratis naſcetur vnum quadratum, cuius radix chordam, quæ ſegmentum diſtantiæ locorum ſubtendit, in lucem producet. Conſtituamus iterum in eodem parallelo locum, cuius differentia longitudinis ab altero ſinus verſus maior ſit differentia ſinuum verſorum vtriuſq; latitudinis, hic erit ipſa differentia ex ſinu verſo longitudinis in parallelo ſubtrahenda, & reſiduæ partis erit quadratum primum, differentia ſinuum rectorum vtriuſq; latitudinis conſtituet ſecundum, & ſinus rectus differentiæ longitudinum in parallelo prædicto conficiet quadratum tertium. Ex aggregato trium huiuſce modi quadratorum emerget radix, ſiue chorda, quæ diſtantiam vtriuſq; loci inquiſitam ſubtendit. Aſſumamus etiam duo loca, quorum alter ab orbe medio in Septentrionem, alter in Auſtrum declinet. Hic iterum erit vſus inuentionis ſinuum rectorum & verſorum vtriuſq; latitudinis, & differentiæ longitudinum in altero παραλλήλων. Et ſi conſtituerimus locum Auſtrinum maiorem habere longitudinem & latitudinem, quàm Septentrionalis habeat, procedendum erit hoc modo. Sinum verſum latitudinis loci Septentrionalis ſubduces ex ſumma, quæ conflatur ex ſinu verſo latitudinis Auſtrinæ, & ſinu verſo, qui eſt differentiæ longitudinum in parallelo. ad eandem partem, & reſiduæ portionis quadratum dicetur primum. Quadratum ſecundum cōſtabit ex aggregato ſinuum rectorum vtriuſq; latitudinis. Tertium ex ſinu recto differen.

tiæ longitudinum in parallelo Auſtrino. Tandem ex ſumma horum triũ quadratorum non aliã ratione, quàm ſuperius tradita eſt, egredietur radix ſiue chorda, quæ ſegmentum diſtantiæ propoſitorum locorum ſubtendit. Ex his non eſt difficile aſſequi, quomodo eadem locorum diſtãtia inuenienda eſſet, ſi locus Auſtrinus eſſet Occidentalior, hoc eſt, minorem occuparet longitudinem, quàm Septentrionalis. Ne hîc interim difficultate rei laborent diſcentes, euidentiſsimam demonſtrationem ſubiecimus. Ducatur ex a centro Meridianus circulus π b τ x. Huius & Aequatoris cõmunis interſectio ſit in linea b δ ad rectos angulos. Cõſtituamus locum r, cuius latitudo ſit b r. Sit alter locus d, cuius latitudo b c, differentiam longitudinis vtriuſq; in parallelo c f x repręſentet c d, qui deſcriptus eſt centro s, cuius æqualis eſt ab Aequatoris plano diſtantia c l, qui ſinus rectus eſt b c, nempe latitudinis huius paralleli, & eiuſdem ſinus verſus b l: nam k c eſt duplum circumferentiæ b c. Sinus rectus latitudinis maioris eſt r n, & eiuſdem ſinus verſus n b. Ex d loco deſcendat perpendicularis in planũ circuli b τ δ. Erit ergo d p ſinus rectus arcus c d, & c p eiuſdem ſinus verſus m p, an ſit æquidiſtãs l c, & ad angulum rectum d p contingens, c g x diameter ad rectos angulos n r ſinum in o ſecat. Ducta iam ex p in r recta, erit linea p r ſubtendens rectũ angulum p o k. Chorda vtriuſque loci diſtantiæ eſt d r, quæ hîc inuenienda eſt. Primùm ex datis latitudinibus c b & r b dantur ſinus recti l c, r n, & verſi b l & b n. Subtracto nunc b l ex b n, relinquitur l n cui æquidiſtat, & ęqualis eſt c o. Lineæ verò c p & d p cognoſcentur hoc modo. Cum eandem rationem habeat b a ad c s, quam ſinus rectus differentiæ longitudinis in Aequatore ad ſinum rectum d p: nam c d eidem angulo prætenditur, & c s ſit rectus ſinus complementi c τ notus, d p latêre non poterit. Hinc etiam quam rationem habet ſinus rectus differentiæ longitudinum ad ſinum verſum, eandem obtinet d p ad c p. Quare ipſa etiam c p cognoſcetur. His inuẽtis ſubducto c p ex c o reſtat p o, & ſublato ſinu minoris latitudinis c l ex n r, ſupereſt o r. & per 47 primi Elementorum Euclidis inuenitur p r, ſcilicet ex radice Quadratorũ p o & o r. Et cum d p linea plano circuli b τ δ ad rectos angulos inſiſtat, per 18 vndecimi Elementorum erit angulus d p r rectus. Quare per penultimam primi Euclidis ex Quadratis linearum d p & p r extracta radix d r hypotenuſam patefaciet, cuius arcus eſt vera locorũ d & r diſtantia. Supereſt, vt exemplo rem ipſam experiamur. Cõſtituamus Auguſtam Rhetiæ in r, & Hieruſalem olim nobiliſsimam Syriæ vrbem in l. Longitudo Auguſtæ eſt 28 partium, 31 ſcrupul. & Hieruſalem 66 partium, 0 minut. differentia vtriuſq; 27 grad. 29 minut. Latitudo Auguſtę 48 grad. 20 minut. & Hieruſalem 31 grad. 40 minut. differentia 16 grad. 40 minut. Sinus rectus 48 gra. 20 minut. 74702, lineæ r n, complementum horum eſt 41 grad. 40 minut.



cuius

cuius ſinus rectus 66479 ex toto ſinu ſubtractus, relinquit 33521, nempe lineam b n. Sinus rectus 31 grad. 40 ſcrup. c b 52497 complementum huius c v 58 grad. 20 minut. & ſinus 85111, qui ex toto ſublatus, relinquit 14889 b l. Sinus rectus 37 grad. 29 min. qui conſtituunt differentiã longitudinis in Aequatore, 60853, qui multiplicatus in ſinum 85111 producit 5179259683, & hic diuiſus in totum 100000 conſtituit 51792, tanta eſt linea d p. Complementum 37. gr. 29 min. eſt 52 gr. 31 min. & ſinus rectus 79353, hic ſubtractis ex 100000 reſtituit 20647, per quem multiplicatus 51792 producit 1069349424, & hic diuiſus per 60853 facit 17572, partes lineæ c p. Inſuper ex b n, quę eſt 33521, ſubduxi b l 14889 & relictæ ſunt 18632, lineæ l n, ſiue o c. Ex hac iterum ſubtraxi c p, ſcilicet 17572 & remanebant 1060 lineę p o. Tandem ſinui recto maioris latitudinis ademi ſinum minoris, ſcilicet ipſis 74702, 52497, & reſtabant 22205 partes, quæ metiuntur lineam o r. Quadratũ lineę d p eſt 2682411264, o r 497503025, & p o 1123600. Ex his cõiunctis ſurgit quadratũ 3181037889, cuius radix 56400. Tanta eſt chorda, quæ ſubtendit arcum diſtantiæ r d. Semiſsis huius chordæ 28200, cuius arcus ex ſinuum tabulis inuenitur 16 part. 23 ſcrupul. qui duplicatus conſtituit 32 partes 46 ſcrup. Hinc ſequitur cum 1 gra. maximi terræ circuli conſtituat 15 miliaria Germanica, quòd producent 32 gr. & 46 ſcru. 491 miliaria Germanica & ſemiſsis vnius. Tanta eſt rectiſsima per mõtes, ſcopulos & paludes Auguſtæ Rhetiæ & Hieruſalem diſtantia. Iterũ in eodem ſemicirculo Aequatori parallelo c f x conſtituamus alium locũ remotiorem in f, cuius diſtantia ab r priori loco ſit inueſtiganda, & hanc ſubtendit chorda r f. Hic etiam ex differentia longitudinis & collatione ſinuum eodem modo quo paulò ante p d & c p, inuenientur f g & g c. l h ęquidiſtat, & æqualis eſt c g, cui adiecta b l linea, tota b h innoteſcit. Nota fuit etiam antea b n linea, qua ſubtracta ex b h, relinquitur n h, cui ęqualis & parallela o g. Etiã propter datas latitudines cognoſcuntur c l, & n r. Quare ſubducta minori ex maiori, reſtat o r. Iam in trigono rectangulo g o r inuenta ſunt duo latera g o & o r, quare tertium latus rectũ angulum ſubtẽdens, per 27 primi Regiomontani latere non poterit, & per eandem cum f g inuentus ſinus ſubiecto plano ad rectos angulos inſiſtat, r f rectũ r g f angulum ſubtendens manifeſta fiet, quam inuenire oportebat. Cæterùm paulò diuerſa ratio eſt inueniendi locorum interualla, quæ in diuerſas ab Aequatore partes declinant, quam ex ſequẽti figura non eſt difficile intelligere. Sit Meridianus circulus per locũ c ex a centro ductus n b c p. Huius & Aequatoris cõmunis interſectio b a r. eſt ergo latitudo loci c arcus b c, eiuſdẽ ſinus rectus d c & verſus b d. Dimetiens Meridiani & axis Aequatoris s a p. ſit alter locus ab Aequatore



in Meridiẽ declinans f in parallelo e f n, cuius latitudo b e, & ſinus rectus e h verſus h b, differentia longitudinis in parallelo e f, cuius ſinus rectus f g & verſus e g inueniũtur ex collatione ſemidiametrorum, ſicut antea oſtẽdimus. Iam inuentæ g e æquidiſtat & æqualis eſt h k. Quare b k tota conſtat. Item e h ęquidiſtat & æquatur g k, & d c ipſi k l. Quare ex coniunctis g k, & k l tota g l cognoſcitur. Sublato etiam ſinu verſo b d ex b k, reſtat d k, cui æquidiſtat c l. Inuentis hîc trigoni g l c rectanguli duobus lateribus g l & l c rectũ angulum ambientibus, ipſa etiam ὑποτείνουσα g c non latebit. Angulus etiam g trigoni f g c rectus eſt, cuius lateribus f g & g c inuentis, tertium f c per 26 primi Regiomontani non latebit. atqui hoc vtriuſq; loci diſtantiam ſubtendit. Igitur exempli gratia duorum c & f locorum diſtantiam, cui ſubtenditur f c chorda, inueniendam eſſe conſtituamus. Sit autem e in parte Septentrionali, f in Auſtrina: ita vt b r ſit Aequatoris diameter. Differentia longitudinum ſtatuatur 42 part. 23 ſcrupul. Sed declinatio e b Auſtrina ſit 20 part. b c Borealis 3 part. 20 ſcrupul. Eſt ergo ſinus e h 34202, & d c 5814, quibus adæquatur tota g l linea 40016. Sinus differentiæ longitudinum eſt 67408, qui multiplicetur in ſinum complementi Auſtrinæ declinationis, & productum diuidatur in totum, ex quo emerget f g linea 63342. Complementum longitudinis eſt 47 part. 37 minut. & ſinus 73865, qui ex toto ſublatus, relinquit ſinum verſum longit. different. 27135. Quare diſpoſitis in ordinem numeris 67408, 21635, 63342, poſt abſolutam operationẽ prodibit e g lineę quantitas 24558. Inſuper ſinus complementi e b circumferentiæ ex toto ſublatus, relinquit b h ſinum verſum 6031, Quare tota b k conſtat 30589. Complementum Septentrionalis declinationis eſt 86 part. 40 ſcrupul. cuius ſinus 99830 ex toto ſubtractus, relinquit b d ſinum verſum 170. qui ſublatus ex b k, reſtituit d k, cui adæquatur c l 30419. Inuentæ ſunt igitur magnitudines linearum f g, g l, & c l, ex quarum quadratis conflatur quadratum f c chordæ inquiſitæ. Quadratum c l, eſt 925315561, f g 4012208964 & g l 1601280256. Summa horum quadratorum conſtituit 6538804781, cuius radix offertur 80862. Tanta eſt f c chorda, cuius ſemiſsis eſt 40431, quæ ex tabulis educit circumferentiam 23 part. 51 ſcrupul. Duplum huius eſt 47 part. 42 ſcrupul. proximè, quod inuenire oportebat. Eadem ratione ſtellarum diſtantias, quarum tam longitudinis, quàm latitudinis loca conſtiterint, metiri licet. Eundem etiam ſcopum alia ratione, quàm nos, ex ſinuum tabulis Petrus Appianus aſſequi docet, quem, ſi qui varietate delectentur, hinc in promptu habere poſſunt. Primò cognitis vtriuſq; loci & longitudine & latitudine, inquiras differentiam longitudinum & complementa. Deinde ſinum complementi latitudinis minoris in ſinũ differentiæ longitudinis ducas, & productum diuidas in ſinum totum, arcus qui hinc exurgit, erit inuentum primum. Inſuper aſſumas huius inuẽti ſinum complementi, vnà cum ſinu latitudinis minoris, & minorem per totum multiplices, & productum in maiorem diuidas. Arcus hinc inuentus à maiori latitudine ſubtractus, relinquet inuentum ſecũdum. Poſtremò ſinus vtriuſq; complementorum primi & ſecundi inuenti in ſeſe multiplices, & productum in totũ partiaris. Hinc ſinus prodibit, cuius arcus è 90 ſubtractus, veram locorum diſtantiam patefaciet. Exemplum præcedens hîc repetamus, vt videas vtramq; ſupputandi rationem ad eandem metam pertingere.

Auguſta Rhetiæ longitudinem habet 28 grad. 31 ſcrup. & latitudinem 48 grad. 20 minut. Hieruſalem Iudææ ciuitas longitud. habet 66 grad. latitud. 31 grad. 40 minut. Differentia longitudinis eſt 37 grad. 29 minut. cuius ſinus eſt 60853. complementum huius 41 grad. 40 minut. & ſinus 79353, latitudo maior 48 grad. 20 minut. & ſinus 74702. Complementum 41 grad. 40 minut. &

ſinus

ſinus 96479, latitudo minor 31 grad. 40 ſcrupul. ſinus 52497. Cõplementum 58 grad. 29 minut. ſinus 5111. Ducam igitur ſinum complementi latitudinis minoris, ſcilicet 5111 in ſinum differentiæ longitudinis 60853 & productum diuidam in totum. Hinc proueniunt 51792 quarum partium arcus 31 grad. & 12 minut. ſcilicet inuentum primum. Huius complementum eſt 58 grad. 48 minut. & ſinus 85536, in quem diſtribuo ſinum latitudinis minoris 52497 per totum multiplicatum & prodeunt in Quotiente 61374. Harum partium arcus ſcilicet 37 grad. 52 minut. à maiori latitudine ſubtractus relinquit inuentum ſecundum. Tandem ſinus complementorum vtriuſq; arcus inuẽti, ſcilicet 98336, & 85536 in ſeſe ducti, & hinc in ſinum totum diſtributi conſtituunt 84113 ſinum cuius arcus 57 partium 16 ſcrupul. è 90 ſublatus, relinquit 32 grad. 44 minut. diſtantiæ Hieruſalem & Auguſtæ. Quòd ſi contigerit alterum locorũ habere latitudinem Septentrionalem, alterum Auſtrinam, duces ſinum complementi latitudinis Septentrionalis in ſinum differentię longitudinis, & productum in totum diuides. Hinc exorietur inuentum primum, cuius ſinum complementi cum ſinu latitudinis Borealis conferas, minorem ex his per totum multiplicatum in maiorem diuidas, & Quotientis circumferentiam adijcias Auſtrinæ latitudini. Hinc tibi conſurget inuentum ſecundum, cum his duobus procedes eadem via, quæ ante præſcripta eſt.

PROPOSITIO CXLVII.

Quomodo angulus poſitionis (ut uocant) ex data longitudine & latitudine duorum locorum inueniatur.

HInc ſequitur, vt etiam explicemus, quomodo cognitis duorum locorum, tam longitudinibus, quàm latitudinibus, in quam mundi partem alter ab altero declinet, inueniatur. Quãdo cognita fuerit duorum locorum diſtantia, aut ex præcedenti modo ſupputata, ducas ſinum complementi latitudinis minoris in ſinum differentiæ longitudinis, productum diuide in totum, & Quotiente cum ſinu diſtantiæ locorum collato, minorem ducas in totum, & productum in maiorẽ diuidas. Hinc arcus egredietur, qui angulum poſitionis oſtendet, ſcilicet quantum locus alter à Meridie verſus Orientem vel Occidentem, ſimiliter à Septentrione verſus ortum vel occaſum deflectat. Hinc cognoſcimus, vt etiam indice eorum locorum ſitus oſtendamus, quæ nunquam viderimus. Exemplum retineamus idem. Diſtantia Hieruſalem & Auguſtæ inuenta eſt 32 part. 44 ſcrup. Multiplices nunc ſinum differentiæ longitudinis 60853 in ſinum complementi latitudinis minoris 85111 & productum in totum diſtribuas. Hinc fit 51792, quem, cum ſit minor, in totũ ducas, & productum in ſinum diſtantiæ inuentæ partiaris, prodibit hinc ſinus 95783, cuius arcus 73 partes 18 ſcrup, diſtantia Hieroſolymæ à Meridiano verſus Orientem.

PROPOSITIO CXLVIII.

Si alterius duorum locorum conſtet longitudo ac latitudo, & ab altero diſtantia cum angulo poſitionis huius quoq; longitudinem ac latitudinem colligere.

HVic propoſitioni ſubnectit aliam, qua duobus locis propoſitis, quorum alterius tantùm latitudo vnà cũ longitudine cognoſcatur, alterius vtraq; ignoretur, ſed angulus poſitionis, vnà cum diſtantia ab altero conſtet, eleuatio poli & longitudinis differentia inueniatur. Ducitur ſinus diſtantiæ in ſinum anguli poſitionis, & productum diuiditur in totum, ex quo prodibit ſinus arcus primi, cuius complementi ſinum, ſi minor extiterit ſinu complementi di-

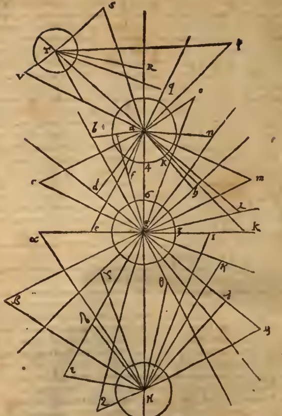
ſtantiæ locorum in totum ducas, & productum in ſinum complementi diſtantiæ diuidas. Ex contrario etiam contrarium ſequitur Quotientis ſinus arcum ex 90 ſubducas, & reſiduus ex nota latitudine ſublatus, relinquit arcum ſecundum. Sed ſi locus ignotus Borealior extiterit, reſiduo latitudinem cognitam adijcies, & hinc etiam habebis arcum ſecundum. Inſuper ducitur ſinus arcus ſecundi in ſinum complementi arcus primi, & productum in totum diuiditur. Sinus hinc prodeuntis arcus latitudinem ignoti loci quæſitam patefacit. Deinde propoſito ſinu complementi inuentæ latitudinis, & ſinu arcus primi, minorem ducas in totum, & productum diuide in maiorem. Sinus hinc exeuntis circumferentia differentiam longitudinis producit. Nunc ſi in Orientem tendat ignoti loci ſitus, inuentam differentiam cognitæ longitudini adijcies, ſi in Occidentem vergat ab eadem ſubduces, ita tibi vera ignoti loci longitudo innoteſcet. En longitudo Meridiani per Auguſtam Rhetiæ ducti, ab illo qui per Canarias inſulas tranſit, eſt 28 partium, 31 ſcrupul. latitudo loci antea conſtituta eſt 48 part. 20 minut. diſtantia Hieruſalem & Auguſtæ numeratur 491 miliar. Germanicorũ. Hinc inuenienda eſt tam longitudo quàm latitudo Hieruſalem. Sinus diſtantiæ 53975 in ſinum anguli poſitionis 73 grad. 18 minut. 95783 ductus, cum diuiditur in totum conſtituit 51792, cuius arcus 31 grad. 12 minut. dicitur primus. Iterum ſinum complementi diſtantiæ 84113 per totum multiplicatum in ſinum complementi arcus primi partiaris. Hinc egreditur ſinus 98336, cuius arcus 79 grad. 32 minut. 90 gradibus ademptus, relinquit 10 grad. 28 minut. quibus ſubtractis ex nota latitudine, quæ vlterius in Septentrionem extenditur, ſuperſunt 37 partes 52 ſcrup. arcus ſecundi. Inſuper ſinus arcus ſecundi 61374 per ſinum arcus primi multiplicetur, & productus diuidatur in totum, hinc prodibit 52497 ſinus arcus 31 grad. 40 minut. altitudinis poli ipſius Hieruſalem. Deinde ſinum rectum arcus primi 51792 per totũ multiplicatum in ſinum complementi latitudinis inuentæ diuidas, & egredietur ſinus 60853 cuius arcus 37 grad. 29 minut. indicat differentiam longitudinis Auguſtæ & Hieruſalem, quam ſi adieceris longitudini Auguſtanæ 28 partiũ, 31 ſcrupul. prouenient 66 partes longitudinis Hieroſolymitanæ. Quare ſemper ad Meridianum huius loci duabus horis & 30 ſcrup. citius pertingit Sol, quàm ad Auguſtenſem. Diligenter hîc attendas, quoties angulus poſitionis extiterit 90 partium à Meridie, vt ducas ſinum complementi intercapedinis in ſinum latitudinis notæ, & productum in ſinum perfectum diſtribuas, atque ſinus hinc inuentus arcum ignotæ latitudinis producet. Deinde ſinum complementi huius inuentæ latitudinis cum ſinu intercapedinis conferas, & minorem ex his in ſinum maximum ducas, & productum per maiorem diuidas. Hinc tibi ſinus rectus arcus differentiæ longitudinis egredietur.

PROPOSITIO CXLIX.

Ratio dimetiendi uerum ſitum & conſtitutionem omnium partium cuiuſcunque ſuperficiei terreſtris, ad cuius exemplar ſimilis deſcriptio in alio plano conſtitui poſsit.

EXplicabimus hîc deinceps commodiſsimam rationem dimetiendi veros ſitus & conſtitutiones in quauis terræ ſuperficie apparentium locorum, quam artifices regionum deſcriptionem appellare ſolent. Differt autẽ à Chorographia, ſiue Topographia, quòd non tantùm particularia quædam loca ſeorſim & abſolutè conſideret, verumetiam eorundem ad ſe inuicem proportionem intueatur, ita vt omnium etiam minutiſsimarum partium, velut vrbiũ, villarum, portuum, fontium, riuulorum, & aliorum, quæ huc referuntur, ſitus & diſtantias exquiſitiſsimè obſeruet ac deſcribat. Quantum verò in huiuſcemodi

modilocorum deſcriptionibus imperiti pictores, qui rationem dimenſionis ignorant,& proportionum conſyderationem in his omnibus negligunt, à ſcopo aberrent,ſatis experientia atteſtatur. Quamuis autem variæ & multiplices huiuſmodi dimenſionum rationes extent,nulla tamen inter omnes ſimplicior ac certior inueniri poteſt,quàm illa, quæ quadrantis vſu abſoluitur. Nam ſi per angulos poſitionum hoc opus tentaueris,offerentur multæ difficultates & errandi occaſiones,præſertim in obſeruatione lineæ Meridianæ, quam per magnetem non ſatis exquiſitè licet inuenire. Cōſtituemus hîc igitur primùm ſimpliciſsimam rationem,qua ſine vlla cœli aut diſtantiarum obſeruatione exquiſitiſsimè locorum deſcriptiones abſoluantur. Primò quoties hoc operis aggredieris,locus aliquis ſublimior,ex quo reliqua circumiacentia loca commodiſſimè videantur,inquiri debet. Quo inuento, per quadrantem duorum locorum, ſumpto vbicunque volueris initio,circularem diſtantiam, non aliter quàm ſtellarum in cælo obſeruātur interualla,dimetieris. Eodem modo reliquorum omnium circumiacentium locorum diſtantias per circumferentias obſeruabis. Et inuentis omnium interuallorum arcubus in plana alicuius tabulæ vel chartæ ſuperficie,conſtituto in ea centro, quod loci tuæ obſeruationis vicem gerat,iuſtæ magnitudinis circulum duces,in cuius circumferētia, quæ ſit iuxta vulgarem Mathematicorum rationem in 360 partes diſtributa adſcriptis ſingulorum locorum no.ninibus,eorundem obſeruatas diſtantias numerabis, & per extremitates obſcuras lineas,quæ poſtea deleri poſsint,extendes. Hoc facto,in aliquem locorum ex his,quæ iam obſeruaſti,digredieris, & initio ſumpto à loco præcedentis operationis iterum circumſtātium locorum interualla per circumferentias eodem modo.quo antè obſeruabis. Dehinc in linea huius ſecundi loci punctum aliquod,cuius diſtantiam à centro prioris circuli, quantamcunque volueris,aſſumere licet, deſignabis, quod nimirum ſecundæ operationis loco ſtatuatur. Ex hoc delineabis circulum cuiuſcunque magnitudinis, in cuius circumferentia ſecundæ obſeruationis omnes inuentas locorum diſtantias iuxta modum præcedentem iterum numerabis : & ex centro per fines harum ſectionum protractis rectis lineis,harum contactus cum lineis primæ operationis diligenter notabis. Hinc manifeſtè videbis locorum omnium, quæ bis ſub aſpectum venerunt quam habeant ſecundum veram ſymmetriam conſtitutionem. Ex hoc loco,nimirum ſecundæ obſeruationis in alium progredi licebit, vbi ex ſimilibus obſeruationibus reliquorum apparentium locorum ſitus & collocationes exquiſitè deprehendes. Tātum hîc memineris, vt totius ſuperficiei loca ſingula, quæ deſcribere volueris, bis in conſpectum veniant, ſiue hoc ex duobus, ſiue pluribus locis fieri poſsit, hîc nihil refert. Ex huiuſcemodi obſeruationibus ſæpè repetitis etiam magnæ regionis tota conſtitutione,& in hac fluminum proceſſus & ſinus fontium & riuulorū ductus ſitus minutiſsimarum etiam partium ſecundum veram proportionem exactiſsimè deſcribemus. Vt autē induſtrius lector huiuſcemodi deſcriptionis aliquod exemplar habeat,ſequentem figuram ſubiecimus. Noueris etiam in præſenti figura locorum ſitus non in ſectionibus,ſed in mutuis contactibus linearum, quæ literis ſignantur à nobis conſtitui. Porrò vnde conſtet hanc locorum deſcriptionem eſſe certam non difficile eſt intelligere : cum enim ex vno loco tanquàm centro alia duo conſpiciantur, ſemper intelligimus ex his trigonum rectilineum conſtitui,cuius angulorum ex prima obſeruatione nobis vnus innoteſcit,alter ex ſecunda. Vnde tertius per 32 primi Elemētorum Euclidis latêre non poteſt. Quando inſuper duorum locorum interuallum in plana alicuius tabulæ ſuperficie per rectam lineam deſignatur,cui aliæ duę ſecundum obſeruatas angulorum quantitates applicantur, neceſſariò per 7 primi Elemento-



rum in vno puncto conuenient. Conſtat ergo huiuſcemodi triangulum in tabula deſignatum ęquales angulos cum eo quod in ſuperficie terræ ex trium locorum connexis rectis lineis conſtitutum intelligitur, obtinere. Etenim cum triãgulus omnes treis habeat angulos duobus rectis ęquales, conſequitur omnium triangulorum collectos angulos æquales eſſe. Quoties igitur vnius trigoni duo anguli fuerint ęquales duobus angulis alterius, cõſtituimus per communem animi notionem reliquum angulum reliquo adæquari. Hinc per quartam ſexti Elementorum æqualium angulorum latera eaſdem inter ſe rationes cuſtodiunt. Non dubium eſt igitur, quin triangulus in tabula ex huiuſcemodi obſeruationibus conſtitutus, eaſdem rationes laterum, angulorum, & diſtantiarum obtineat, quas trium locorum reſpondentia interualla inter ſe cuſtodiunt. Manifeſtum eſt igitur in tabula trium locorum ſigna rectè eſſe collocata. Quod autem de tribus locis demõſtratum eſt, de reliquis omnibus eodem modo intelligendum eſt, cùm ſemper ex tribus punctis trigonus rectilineus conſtituatur. Præterea quamuis terræ ſuperficiem non planam, ſed ſphericam

eſſe

eſſe conſtet, tamen hic locorum triangulos ex rectis lineis conſtare aſſeuera mus, ideo quòd in tanta locorum diſtantia, quantam viſus in terra cõſequi poteſt, nullam inter ſphæricos & rectilineos trigonos differentiam ſenſus percipiat. Sit, exempli gratia, conſtitutum trium locorum a,g,k ſitus ſecundum veram ſymmetriam deſcribere. Ex prima obſeruatione innoteſcit angulus g a k, ex ſecunda a g k. Ducas ergo in plana ſuperficie cuiuslibet magnitudinis lineam, quę locorum a & g diſtantiam repræſentet. Et deſcriptis ex a & g centris duobus circulis, angulos diſtantiarum per obſeruationem deprehenſos in ijs dinumeres. Sit autem primæ obſeruationis, per quam inſpexeris ex a g & k ſigna, circumferentia 4 b. Secundæ verò 6,3, qua conſpecta ſint a & k loca. Tandem ex a & g centris per fines harum circumferentiarum, ſcilicet r & 3 extendantur rectæ lineæ in eam vſq; partem, vbi vtraq; concurrat, quæ nobis hic in k conſtituitur. Tria igitur puncta a,g, k rectè collocata eſſe per antegreſſam demonſtrationem concludimus. Eodem modo, reliquorum omnium loco rum, quæ ſuis characteribus hic ſunt conſignata, veras conſtitutiones in eadem ſuperficie abſolues. Secundus modus hinc non diſsimilis eſt, quo ex obſeruationibus in vno loco factis & dimenſionibus diſtantiarum circumiacentium omnium locorum deſcriptionem abſoluere licet. Fit autē hac ratione. Inuento editiori loco, ex eo tanquam centro omnium apparentium locorum, quæ deſcribere volueris, diſtantias circulares, non aliter quàm ſuperius præſcriptum eſt, per quadrantem obſeruabis. Deinde cum ſingulorum interualla in terrę ſuperficie à centro loci obſeruationis exquiſitè dimenſus fueris, circulum ad quamcunque magnitudinem in tabula deſignabis, cuius centrum repræſentabit locum, ex quo factæ ſint obſeruationes. Et diuiſa tota circumferentia in ea ſegmenta, quæ ex operatione fuerint inuenta, per fines ſingulorum extendes rectas lineas ad quantitatem interuallorum, quibus ſingula loca ab obſeruationis centro diſtiterint, hoc eſt, vt ſint in tot æquales partes diſtributæ, in quot ipſæ locorum diſtantiæ fuerint diuiſæ. Atq; hinc manifeſtè concludimus in finibus partium locorum ſitus eſſe conſtituendos. Tota verò huius rei demonſtratio conſiſtit in ſexto theoremate ſexti Elementorum Euclidis. Conſtituimus enim hic duo triangula, quorum vnius duo latera eãdem inter ſe rationem cuſtodiunt, quam duo alterius, & anguli ſub his lateribus comprehenſi ſunt æquales, vnde æquiangula erunt ipſa triangula, & æquales habebũt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. Atq; hinc manifeſtum eſt trigonon in tabula, qui ſit hoc artificio deſignatus, eandem rationem laterum, angulorum, & diſtãtiarum obtinere, quam re ipſa tria loca in terræ ſuperficie conſtituta inter ſe habent. Huiuſcemodi deſcriptionis figuram habes talem.

Singula, quæ hic deſcribenda ſunt loca, ſuis literis cõſignauimus. Sed exempli gratia, ſtatuamus hic per vnam obſeruationem deſcribendam eſſe trium locorum a, m l conſtitutionem. Per inſtrumentum inſpicienti m & l ſigna offeretur circumferentia φ τ, ſiue angulus m a l. Deinde ex a centro ducantur rectæ a m & a l, quas intelligimus in tot ęquales ſectiones eſſe diſtributas, quot reſpondeant partibus, quibus loca m & l ſignis notata ab a loco diſtiterint. Quare præmiſſa demonſtratio hanc ſignorum m a l collocationem rectam eſſe confirmat. Idem de reliquis omnibus locis intelligas.



PROPOSITIO CL.

Quomodo particulares locorum deſcriptiones generalibus mundi tabulis ſint intexendæ.

POſtquàm particulares locorum deſcriptiones ita nobis ſint explicatæ, non inutile fuerit, ſi breuiter hîc perſtringamus, quomodo cõmodiſsime generalibus mundi tabulis eaſdem liceat intexere, vt quantum fieri poſsit, exquiſitius loca ſingula ſuis Meridianis & parallelis diſtinguantur. Vt hoc commodius efficiamus, neceſſarium fuerit iuxta Coſmographicum artificium tabularum ſtructuram ante oculos conſtituere. Atque hîc eam rationem ſequemur, qua per rectas lineas maximè congruentes ſphærici corporis ſymmetriæ deſcriptiones abſoluuntur. Id quod euidentius experiemur, ſi rectæ lineę, quibus longitudinum differentiæ comprehenduntur, ad Meridianas lineas, quæ vtrinq; à lateribus ſignantur, eam rationem habuerint, quàm ſegmenta τῶν

παραλλήλων

παραλλήλων ad Meridianos circulos quibus includuntur. Hoc ita conſtituto, ſi ęquidiſtantes longitudinũ lineas ad quantitatẽ interceptæ latitudinis ſegmenti recta diſiungamus, quę in puncto ſectionum, quibus in ſemiſſes diſtribuuntur, πρὸς ὀρθὰς eas contingat, & reliquas deinceps extremitates alijs connectamus, abſolutam tabulæ ſtructuram habebimus. Quæ ſit autem ratio ſegmentorum longitudinis in parallelis ad Meridianum, aut quemuis maximorũ circulorum, id alibi explicatum reliquimus. Cum ergo nobis conſtet, qua ratione tabulæ fabrefieri debeant, non difficile fuerit, conſtituta iuxta veram ſymmetriam regionis loca ijſdem includere. In hunc vſum obſeruabimus duo loca inter quæ maxima fuerit ab Oriente in Occidentem diſtantia, vt hinc vtriuſque longitudinis differẽtia innoteſcat. Dehinc ex obſeruatione maximi interualli ab Auſtro in Septentrionem differentiam latitudinis, quæ in hac deſcriptione remotiſsima loca complectitur, colligemus. Tum per extrema hęc loca rectas παραλλήλας ducemus, quibus iuxta obſeruatam longitudinum differentiam ſuas magnitudines ex tabula, quæ conuertit gradus & ſcrupul. τῶν παραλλήλων in partes Aequatoris aſsignabimus. Has ita extremis Meridianorum lineis includemus, vt non ſolùm per ea loca, inter quæ maxima longitudinum diſtantia intercesſerit, extendantur, ſed etiam vtrobique ad æquidiſtantes lineas interius æquales inclinationum angulos efficiant. Quo abſoluto, ſi longitudinum παραλλήλοις, & à lateribus Meridianis lineis, ſuos numeros per partes & ſcrupulos adſcripſerimus, reliquorum omnium, quę in tabula collocata fuerint, locorum longitudines & latitudines conſtabunt. Id quod manifeſtè apparebit, ſi per ipſa loca & ſimiles partes longitudinum in parallelis rectas tranſmiſerimus. Supereſt, vt hoc ſubiecto ſchemate manifeſtius demonſtremus. Sit ergo no-



bis inſtrumento obſeruatus ſecundum exquiſitam ſymmetriam ſitus locorum a,b,c,d,f,g,k, quæ rectis lineis hic connexuimus, vt ipſa deſcriptionis ratio euidentius appareret. Et conſtitutum ſit ea generali tabulæ includere, vt ſingulorum & longitudinis & latitudinis diſtantiæ innoteſcant. Intelligatur locorum a & k inter Orientem & Occidentem maxima diſtantia, quorum longitudines, vt alibi demonſtratum eſt, ex ☾ motu obſeruandas eſſe dicimus. Inter loca c & g maxima latitudinis differentia intercedat, quã non difficile fuerit. vt alibi explicauimus, obſeruare. Hanc nobis deſignet recta e g, quę parallelas p q, & φ z per loca c & g tranſeuntes, diſiungit, quarum magnitudines ex differentia longitudinum a & k, & latitudinibus q & z colligimus. Has ita ordi-

nabimus, vt meridiana linea p φ, quæ per k deducitur, ſub eodem angulo inclinetur ad παραλλήλους p q, & φ z, quo q z meridianus, qui per a tranſit ad eaſdem inflectitur. Dehinc in ſimiles portiones diſtribuemus p q & φ z adſcriptis numeris. Sed p φ & q z inæquales. Hoc abſoluto, reliquorum omnium locorum, qui conſtituta nobis deſcriptione comprehenduntur, longitudo & latitudo, ſine vlterioribus obſeruationibus conſtabit, ſi per ſingula rectas lineas, quæ diſtent ſimilibus partibus παραλλήλων ab ipſis p φ & q z meridianis extendamus. Vt exempli gratia, in hac figura inuenienda nobis ſit longitudo, ac latitudo loci b, ducemus per ipſum b, rectam x l, ita vt finis x ſimili diſtantia, quæ eſt x q, abſit à q, qua l a z. Eadem ratione deprehendimus longitudines ac latitudines d & k locorum, vt ex ipſa figura manifeſtum eſt.

PROPOSITIO CLI.

Quorumlibet locorum ſuperficies, per libellam metiri.

QVoniam ſuperficies terreſtrium locorum non vbiq; Horizontis plano ęquidiſtant, opus erit artificioſa dimenſione, ſi illas ad libellam voluerimus adæquare. Tunc verò intelligimus ſuperficiem ad libellam conſtitutā eſſe, quando loca ſingula in finitoris plano exquiſitè conquieſcunt, aut eidem æquidiſtant. Cum igitur fuerit oblata ſuperficies montibus, aut collibus interrupta, aut in alteram partem decliuis, facillimè eandem adæquabimus, ſi quantitates altitudinum, quibus loca ſeſe inuicem excedant, dimenſi fuerimus. Hoc autem ſatis exactè per quadrātem expediemus, quando aſſumptis duobus locis, perpendiculum ex centro dimiſſum ita in terram inciderit, vt alterū inſtrumenti latus exactè contingat, per alterum verò radius viſus in conſtitutum locum deferatur. Conſtat enim in huiuſcemodi ſitu (ſicut alibi demōſtrauimus) ſuperius latus inſtrumēti finitoris planæ ſuperficiei æquidiſtare. Erit igitur magnitudo perpendiculi, quæ ex centro in terram deſcēdit, æqualis altitudinis locorum differentiæ. Quòd ſi plura loca fuerint oblata, tantùm ſimiles operationes repetantur. Atq; hinc manifeſtè patet, quomodo altiſsimorum etiam montium ſupra valles altitudines metiri poſsimus. Et quo res melius intelligatur, conſtituamus ſuperficiem ad libellam ęquandam a b c d f, in qua dimetienda



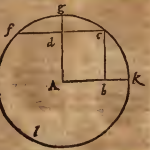
ſit altitudo a ſupra f, nimirū linea a k, quam ex quatuor obſeruationibus in locis b c d f deprehendemus. Nam ex b loco, cum viſus per k g procedit in a, perpendiculum k b metitur lineā a l. Nam vtriuſq; eſt eadem magnitudo per 33 primi Element. Eodem modo c k adęquatur l m & k d ipſi n m & k f ipſi n k. Cum igitur ſingulæ partes partibus lineæ a k æquentur, etiam per cōmunem animi notionem totum toti æquale cōſtituitur. Ex coniunctis igitur obſeruationum

ſeruationũ lineis reſultat magnitudo, quæ ſit ipſi a k æqualis. Hoc quidem artificio cõmodiſsimè dimetimur exceſſus altitudinũ in illis ſuperficiebus, quæ ſunt in eodem Horizonte terreſtri, nimirũ quæ tantum extẽduntur ad duo aut tria miliaria. Diligentiſsimè verò hoc obſeruandum eſſe in ducendis fontibus, aut riuulis non ignorant artifices. Quòd ſi locorum diſtantia fuerit valde magna, non inueniemus certius aut facilius altitudinum differentiã, quàm ex ſegmento maximi circuli, quibus illa diſtiterint: idq́ adminiculo ſinuum tabularum, ſicut ex ſequenti propoſitione licet perſpicere.

PROPOSITIO CLII.

Quanta ſit differentia altitudinum in diuerſis locis reſpectu ſummi terræ puncti, quod inter illa intercipitur.

QVantus ſit vſus tabularum ſinuum hic euidentius videre licet. Cæterùm, vt ad inſtitutum veniamus, ſciendum eſt neceſſariò illa loca, quæ magno diſtant interuallo, aliam dimẽſionis rationem poſtulare, quàm ea, quæ proximè ſunt coniuncta. Cuius rei cauſa eſt manifeſta, quod terræ ſuperficies ex ſententia Ptolemæi & omnium Mathematicorum, vt alibi etiam mentionẽ fecimus, proximè ad figuram circuli accedat: id quod in exiguo ſpacio non ita poteſt deprehendi, ita vt aſpectus indicet eſſe planam. Hoc conſtituto, inueniemus eleuationum differentiam in locis multum diſtantibus ex ſinu verſo mediæ partis eius circumferentiæ, qua conſtituta loca diſtiterint. Vt autem exemplo rem certius intelligant ſtudioſi, aſſumamus Danubium, qui inter Vlmam fontibus ipſius proximam & Byzantium Thraciæ, iuxta cuius longitudinem, ſeu Meridianum ferè in Pontum Euxinum exoneratur. Horũ locorum diſtantia ab artificibus eſt inuenta 300 miliarium Germanicorũ. Tam ingentem terræ conuexitatẽ ſuperat ac tranſcendit, quæ à recta linea tanquam ſubtendente circũferentiam in extremitate terræ inter hęc duo loca interceptam eleuatur ferè 14 miliaribus Germanicis, hoc eſt plus viceſimaquarta parte totius interualli, quod eſt inter Vlmam & Byzantium. Qua ratione hoc ratiocinemur, ex ſubiecta figura manifeſtum eſt. Conſtituamus in ſuperficie terrę maximum circulum f k l ex centro terræ a, qui in ſigno c tranſeat per fontes Danubij, & per eiuſdem oſtia in f. Et quoniam horum locorum interuallum conſtat 300 milia erit circumferentia f c 20 partium, quarũ totus circulus habet 360. Hanc verò ſubtendit recta f c, cui ex centro a ad rectos angulos occurrit a d recta in d ſigno, eaq́ producta, attingit circumferentiam in g ſigno. Manifeſtum eſt igitur d g metiri ſummam altitudinem conuexitatis terræ, quæ eſt inter fontes & oſtia Danubij. Atque hæc eſt nobis inueuienda.



Ducatur ergo ex ſigno c recta c b, ita vt æquidiſtet d a. Quare circumferentia c g f ſecta eſt in ſemiſſes in g ſigno per 3 & 30 tertij Elementorum, & recta d a per 34 primi æqualis rectæ c b, quæ per eaſdem eſt ſemiſſis rectæ ſubtendentis duplum circumferentiæ c k. Porrò ſegmentum g c k quadrans eſt totius circumferentiæ circuli, cum angulus g a k ſit rectus. Et cum circumferentia f g c conſtituta ſit 20 partium, ſemiſsis ipſius g c erit earundem partium 10 & complementum c k 80. Igitur ex ſinuum tabulis, quæ

ſemidiametro aſsignant 100000 partes, ſimilium inuenietur e b 98480. Si iam conſtituerimus totam a g conſtare 859 miliaribus Germanicis per regulam proportionis in hunc modum conſtitutis numeris 100000, 1984801859, prodibit numerus pro a d linea 845,& reliqua d g, quæ inuenitur ex ſubtractione d a ex g 2,14 miliarium Germanicorum ſicut ante conſtituimus. Vel ex ſententia Ptolemæi, qui ſemidiametrum terræ conſtituit 28636 ſtadiorum, & ſingulis maximi circuli partibus 500 adſcribit, talium d a erit 28201,& reliqua d g 435 ſtadiorum,& totum itineris ſpacium ferè conſtat vna myriade ſtadiorum. Conſtat igitur, ſi idem in reliquis locis experiri velimus, totum negocium abſolui, ſi diſtantiæ totius mediam circumferentiam ex quadrante ſubtraxerimus,& complementi ſinum rectum ex toto. Hinc enim ſinus verſus remanebit.

PROPOSITIO CLIII.

Ratio, qua dimetiamur in quibus mundi plagis ſingula finitoris loca ſint conſtituta.

DEmonſtrauimus quidem alio in loco quomodo inuenta Meridiei linea ex Solis vmbris, ſingula, quæ intra Horizõtem appareant, loca in certas mundi plagas ſint diſtinguenda: verùm is modus, cum vbiq; non poſsit quouis tempore vſurpari, vel propter nubiloſum aerem, qui ſubinde nobis abſcondit Solis ſplendorem, vel temporis anguſtiam, vt eiuſdem magnitudinis vmbræ,& ante & poſt Meridiem non poſsint obſeruari, viſum eſt hîc aliam rationem explicare, qua magnetis adminiculo Meridiei linea conſtituta, quolibet tempore, tam in marinis quàm terreſtribus locis verum ſitum & conſtitutionem omnium φαινομένων reſpectu mundi partium extemplo deprehendamus. Ad huiuſmodi obſeruationes faciendas quarta circuli pars nobis omnino ſatisfaciet, ſi modò circum idem punctum, aut centrum eam duxeris, donec in eundem locum reſtituta fuerit. Quod autem ad inuentionem Meridianæ lineæ attinet, quæ in primis hîc requiritur, ſcire licet indicem illum in compaſſo, qui magnetis idiotropiam gerit, ferè nouem partibus à Meridiani plana ſuperficie declinare, vna quidem cuſpide verſus Occidentem, altera verſus Orientem. Quare ſi per quadrantem huius rei periculum facere volueris, operam dabis, vt magnetis index lineam illam, quæ ex centro in nonam circumferentiæ partem extenditur, tam exquiſitè poſsideat, vt ab eadem in neutram partem deflectat. In hoc ſitu manifeſtum eſt quadrantis baſin, quæ nimirum ad eam partem eſt, vbi initium partium deſignatur, Meridiei lineam occupare, alteram verò quæ nonageſimæ partis finem claudit, communem Horizontis & Aequatoris ſectionem. Primùm igitur conſtituamus quadrantem hoc artificio vt exquiſitè ſit in occidua mundi plaga, quę in Auſtrũ vergit, tum circumducta mobili regula, ſi per pinnacidia cõſpexeris inter media loca, quę in eadem finitoris parte fuerint, ſtatim circumferentiæ, quibus à Meridie & Occidente diſtiterint, apparebunt. Deinde circũduces inſtrumẽtum, vt latus illud, quod Occidentis lineã occupabat, transferatur in illam Meridianæ lineę partem, quę in Septentrionem tendit. In huiuſcemodi cõſtitutione per ſimiles obſeruationes videbimus ſitus omniũ locorũ, quę inter Occidentẽ & Septentrionem fuerint intercepta. Ex hoc loco circũuolues inſtrumentũ in illã mũdi partẽ, quę eſt inter Septentrionẽ & Orientẽ, & hinc iterum in vltimã partem, quę eſt inter Orientẽ & Meridiem, in quibus eadem planè obſeruãdi ratione, quę paulò ante eſt pręſcripta, locorũ ſitus deprehendes. Neq; verò neceſſariũ eſt, vt ſemper à Meridie in Occidentẽ inſtrumentũ circũducas, verũ à qualibet mũdi parte pro tuo arbitrio initiũ ſumas: nos tantũ docẽdi gratia rẽ hoc modo propoſuimus.

propoſuimus. In obſeruationibus cœleſtium φαινομένων, quomodo hinc circulos verticales, in quos ſtellæ fuerint delatæ, & earum diſtantias à Meridiano colligamus, cuiuis mediocriter ingenioſo, non eſt obſcurũ intelligere. Qui in fodinis metallicis laborant, circumferentiam totius circuli ferè ſemper in duodecim partes diſtribuunt, neq; exactiorem diſtributionem requirunt. Qui mare nauigant in eundem vſum pyxidem habent, in qua magnetis index orbi adhærens dependet, quem in 12 aut 16, aut ad ſummum 32 cuſpides diuiſerunt. Nos verò longè exactiores faciemus obſeruationes, cum circumferentiam circuli in 360 ſectiones diſtributam habeamus. Vt autem manifeſtius rem intelligant diſcentes, figuram adijciemus.



Conſtituamus igitur ex r centro inueniendos eſſe ſitus locorum a b c & f g h, cum latus inſtrumenti l r poſsideat lineam Meridianam, neceſſariò ſpectat m r Occidentem. Quare ſi per pinnacidia inſpexeris locum a, circumferentia l d oſtendet ferè 29 partes, quibus à Meridie locus ille diſtat, b verò 44, & c 60. Si harum circumferentiarum ſingulas ex 90 partibus ſubtraxeris, remanebunt eorundem locorum à vero Occidente diſtantiæ. Vt locus a diſtat ab Occaſu 61 partibus, b 46, c 30 exactè. Ex hoc loco circumduximus inſtrumentum in partem mundi, quæ eſt inter Septentrionem & Orientem, vbi per ſimiles obſeruationes ſitus locorum f, g, h, deprehendes. Et cum tota res per ſe facillima ſit, ad ſequentium tractationem progrediemur.

PROPOSITIO CLIIII.

Qua ratione nauium à littore interualla, tam diei tempore, quàm in denſiſsimis noctis tenebris per faces ardentes exquiſitiſsimè liceat explorare: & uiciſsim naucleri, qua ratiocinatione quolibet tempore in Oceano, aut mari apparentium inſularum, ſcopulorum, aut littorum diſtantias à naui ex obſeruationibus deprehendere poſsint.

HActenus varias ac multiplices dimẽſionum rationes explicauimus, quarum obſeruationes in terra duntaxat abſoluuntur: nunc etiam videamus

qua ratione conſilium ſit inſtituendum, ſi nauigantes in mari vel Oceano per dimenſiones explorare debeamus cuiuslibet apparentis, ſiue in medijs fluctibus, ſiue in terra loci à nauigio diſtantiam. Item quomodo certiſsimè, qui ſunt in littore, nauium, inſularum, ac ſcopulorum, qui modò ſint in conſpectu ab eo deprehendant interualla. Aſſumptis igitur obſeruationibus & extructa demonſtratione manifeſtè conſtabit hîc citra omnem difficultatem rem expediri poſſe ad quantamcunq; diſtantiam radius viſiuus locum aliquem poſsit apprehendere, diurno quidem tempore per obſeruationem trium locorum, ſed in medijs noctis tenebris per faces ardentes, quæ diuerſis in locis conſtitutæ, exquiſitiſsimum nobis exhibebunt triangulum, cuius exploratis duobus angulis ac vno latere, per quartam ſecundi Regiomont. reliqua licebit ratiocinari. Conſideremus ergo primùm, quis ſit operandi modus, ſi in littore velimus experiri alicuius inſulæ, ſcopuli aut nauis interuallum. Quòd ſi de die fuerit nauis in conſpectu, aſſumemus in littore ſpacium aliquod rectilineũ, quod ſit ſexdecim, aut viginti ſtadiorum, in cuius altero fine ſignum aliquod, vt euidenter conſpiciatur, conſtituendum eſt. Eodem modo collocabitur ſignum apparens in principio dicti ſpacij, ſiue itineris, vbi nimirum eſt locus obſeruationis, cuius à nauigio inquiritur diſtantia. Hoc conſtituto, eodem temporis momenro per inſtrumentum iuxta vtrumque conſtituti itineris finem, explorare oportebit angulum diſtantiæ nauis & alterius ſigni. Deinde per ratiocinationem, quantacumque etiam fuerit, nauis diſtantia ab vtroque ſigno colligetur. Nocturno tempore lóco ſignorum, quæ ſunt iuxta vtrumque finem itineris, collocabimus faces ardentes, ex quarum conſpectu ſimilem obſeruationem repetentes eundem ſcopum attingemus, ſi tertia fax in nauigio accenſa apparuerit. Huiuſcemodi obſeruationes, quæ per conſpectum ignis abſoluuntur, ſine dubio conſtat eſſe omnium exquiſitiſsimas. Nam radij viſui in flamma vtrobique coeunres, exactiſsimum conſtituunt angulum, cuius ratiocinatione inquiſitum latus trianguli colligitur. Nullam quoq; certiorẽ dimenſionis rationem inueniri poſſe conſtat, quàm ſi latus vnum trianguli in planiciem terræ inclinemus, præſertim in explorando longiori interuallo. Si enim aſſumptum in littore ſpacium fuerit viginti ſtadiorum, certum eſt nullum in Horizontis planicie corpus, tam remotè apparere poſſe, quin eius diſtantia euidentiſsimam ad illud ſpacium rationem ſortiatur. Nam ſi fieri poſſet, vt oculorum proſpectus in plana Horizontis ſuperficie ad ſpacium decem miliarium Germanicorum pertingeret, cum 125 paſſus vnius ſtadij abſoluant magnitudinem & 5000 paſſus conſtituant miliare Germanicum, manifeſtum eſt ſpacium in littore viginti ſtadiorum vigeſies multiplicatum, tam longi itineris, vt ſunt decem miliaria longitudinem exactiſsimè patefacturum. Hîc autem lubet admonere veritatis amantes, vt cum terræ molem aquæ cõiunctam ſecundum vniuerſas ſui partes ſphæricam eſſe conſtet ad ſenſum, atque ideo fiat, vt cum à quouis angulo ad alium nauigamus verſus littora ac montes altiores, paulatim eorum magnitudines ſenſui increſcere videantur, tanquam è mari emergerent, cum anteà (vt Ptolemæus loquitur) διὰ τὴν κυρτότητα τοῦ ὕδατος ἐπιφανείας latuiſſent, diligentius explorent in locis maritimis per huiuſcemodi obſeruationes, quid maximè conſentiat experientiæ. Macrobius Eratoſthenem ſecutus, vni ſegmento cœleſtis circuli ex 360 æqualibus aſsignat 700 ſtadia: ex quo Geometricè demonſtrari poteſt oculorum proſpectum in planicie vltra 4 $\frac{1}{2}$ miliaria ferri non poſſe. Sed tamen vtrum hæc ſententia ad rei veritatem proximè accedat artificis eſt diligentius explorare. nos hîc rem indicaſſe ſatis eſt. Nunc ad inſtitutum redeamus, vt conſideremus quomodo viciſsim nauigantes in Oceano, aut mari commodiſsimè experiantur quantum

tur quantum itineris abſunt à littore, ſcopulo, aut inſula apparenti. Eiuſdem quidem ἀποδείξεως vſum ad hanc operationem aſſumemus, ſed difficiliore negocio trianguli conſtituendi baſin metiemur in pelago. Duas igitur huius baſeos explorandæ rationes extruemus. Prima eſt, ſi duæ naues in æquore vnà curſum teneant, ac eodem tendant, vt eo tempore, quo inſula, aut littus fuerit in conſpectu, eiectis anchoris vtraq; nauis firmetur ad quantamcunq; diſtantiam, & aſcendat aliquis in ſummitatem mali, qui exploret inſtrumento angulum, cui prætenditur interuallum vtriuſq; nauis, tum per 29 primi Regiomontani, ſi cognita fuerit ipſius mali longitudo, inquiſitum patefiet interuallum. Eodem momento in vtraq; naui conſtituatur ſignum, à quo in alterum proſpectus pateat. Dehinc obſeruantes in vtroq; ſigno alterius à littore conſpecto diſtantiam per circumferentiam Quadrãtis, experientur duos trigoni angulos, ex quibus per eandem quartam ſecundi Regiomontani inquiſitum ratiocinabimur interuallum. Secunda ratio eſt, vt ſi vnica duntaxat nauis in pelago fuerit, per quam placeat eandem loci apparentis colligere diſtantiam, certo in loco proram conuertamus claui adminiculo verſus aliquem mundi angulum, in quem ad longitudinem cuiuſcunq; itineris recto curſu contendere velimus. Quo conſtituto, in puppi aſſumpto inſtrumento obſeruabimus apparentis loci ac proræ angulum diſtantiæ. Ex hoc loco recto itinere nauigantes vſque ad illud locorum interuallum, quod pro arbitrio conſtitutum fuerit, ſimilem obſeruationem repetentes, explorabimus in prora quanto circumferentiæ ſegmento puppis à conſpecto loco diſtare videatur. Abſolutis hiſce obſeruationibus, innoteſcunt duo anguli conſtituti trigoni. Sed latus illud quod emenſa nauis eſt, à loco primæ obſeruationis vſque ad locum ſecundæ explorabimus iuxta rationem Vitruuij, quam explicat libro 10, cap. 14. Dehinc per quartam ſecundi Regiomontani reliqua trigoni latera colligemus. Cæterùm ne quicquam hîc deſideret ſtudioſus lector, verba Vitruuij adſcribere non pigebit. Nauigationibus verò ſimiliter paucis rebus commutatis eadem ratione efficiuntur. Nanque traijcitur per latera parietum axis, habens extra nauem prominentia capita, in quę includuntur rotæ diametro pedum quaternum & ſextantis, habentes circa frontes affixas pinnas aquã tangentes. Item medius axis in media naui habet tympanum cum vno denticulo extanti extra ſuam rotunditatem. Ad eum locum collocatur loculamentum habens incluſum in ſe tympanum peræquatis dentibus quadringentis conuenientibus denticulo tympani, quod eſt in axe incluſum: præterea ad latus affixum extantem extra rotunditatem alterum dentem. Vnum inſuper in altero loculamẽto cum eo confixo incluſum tympanum planum ad eundem modum dentatum, quibus dentibus denticulus, qui eſt ad latus fixus tympano, quod eſt in cultro collocatum, in eos dentes, qui ſunt plani tympani ſingulis verſationibus ſingulos dentes impellendo in orbem, planum tympanum verſet. In plano autem tympano foramina fiant, in quibus foraminibus collocabuntur calculi rotundi. In theca eius tympani (ſiue loculamentum eſt) vnum foramen excauetur, habens canaliculum qua calculus liberatus ab obſtantia, cum ceciderit in vas æreum, ſonitum ſignificet. Ita nauis cum habuerit impetum aut remorum, aut ventorum flatum, pinnæ, quæ erunt in rotis, tangentes aquam aduerſam vehementi retrorſus impulſu coactę, verſabunt rotas. Eę autem inuoluendo ſe agent axem, axis verò tympanum, cuius dens circumactus ſingulis verſationibus ſingulos ſecundi tympani dentes impellendo, modicas efficit circuitiones. Ita cũ quatercenties ab pinnis rotæ fuerint verſatæ, ſemel tympanum planum circumagent impulſu dentis, qui ad latus eſt fixus tympani in cultro. Igitur circuitio

tympani plani quotieſcunque ad foramen perducet calculos, emittet per canaliculum. Ita & ſonitu & numero indicabit miliaria ſpacia nauigationis. Hęc ille. His præmiſsis ad ſtructuram [illegible] progrediemur. Sit igitur, exempli gratia. in pelago nauis b, quę ex locis a & c in littore videri poſsit, quæ ſigna rectis lineis connectantur, vt fiat triangulus c a b, cuius c b latus eſt in planicie Horizontis iuxta littus, a b, & c b radij viſiui. Si ergo fuerit dies, facillimè negocium per cõſpectum horum ſignorum abſoluetur, ſed nocturno tempore in locis c, a, & b, collocentur faces ardentes. Hoc conſtituto, ſi eodem temporis momento quo aliquis in c per inſtrumentũ ex conſpectu a & b metiatur angulum diſtantiæ a & b, alius eandem obſeruationem experiatur in a ex conſpectu c & b, manifeſtum eſt, duos trigoni c b a angulos offerri, nempe a c b, & c a b, qui cum noto ſpacio rectilineo in littore a c incumbant. per quartam ſecundi Regiomõtani colligemus a b & c b latera, quæ erant inquiſita.



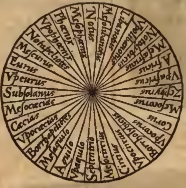
Nunc vice verſa conſideremus quomodo naucleri in mari experiantur alicuius inſulæ aut littoris apparentis interuallum à nauigio: id quod iuxta dictam rationem primò efficiemus per duas naues. Sit igitur inſula in f, nauis vna in h, & altera in g, quibus in locis eiectis anchoris ad abſoluendas operationes vtraque firmetur, iam ſigna f, h, & g rectis lineis connectantur, vt f h & f g ab vtraque naui deſignet interualla, & illarum diſtantiam g h Quo conſtituto, oportebit eodem momento in h ex conſpectu f & g obſeruari angulum f h g, & in g alterum f g h. Deinde in h aut g ſi fuerit erectus iuſtæ magnitudinis malus per vigeſimamnonam primi Regiomõtani (vt ſæpius alibi oſtendimus) licebit metiri interuallum h g. Quare per quartam ſecũdi Regiomontani, vt antea h f & g f diſtantiæ inquiſitæ patefient. At nunc fingamus vnicam duntaxat eſſe nauem in h, cuius adminiculo placeat eandem h f diſtantiam inueſtigare. Cum ergo fuerit puppis in h, dirigatur clauo ipſa prora k, qui poſtea retineatur in emetiendo itinere immotus, ad certum aliquem mundi angulum, qualem hic conſtituimus g, tum in h ex conſpectu f & k obſeruetur angulus f h g, ſiue f h k, qui eſt idem. Si ergo k fuerit conuerſa ad g, & clauus retineatur immotus, à recto itinere h g non deflectet nauigium, ſi remorum, aut impetu venti impellatur. Vt tamen certiorem habeamus rationem in hoc itinere ſequendo, ſubinde licebit explorare magnetis angulum poſitionis in h conſtitutum. Eſto igitur, vt prora peruenerit in g, & puppis in l, tum in g ex conſpectu l & f offeretur angulus f g l, qui idem eſt cum f g h propter eandem recti curſus lineam h g, cuius quantitate obſeruata per rationem Vitruuij paulò ante explicatam ex quarta ſecundi Regiomontani, vt antea, licebit h f & g f facillimè ratiocinari.

PROPOSITIO CLV.

Quomodo liceat tam in maritimis, quàm terreſtribus locis, quiſnam uentus quolibet momento ſpiret, obſeruare.

Qui

QVi rectè fuerit aſſecutus eam propoſitionem, qua docetur magnetini indicis adminiculo, qua ratione obſeruare liceat in quo mundi cardine quilibet locus in Horizontis planicie conſpectus, conſiſtat, ex quonam mundi angulo ventus quilibet ſpiret non difficulter videbit. Ac, ne res prolixior fiat, tabellam ſubijciemus, quæ 32 ventos, quibus vtuntur naucleri ſuis nominibus deſcriptos complectatur, deſignatis etiam mundi cardinibus, à quibus ſingulorum diſtantias intueamur. In hac depictam Meridiei lineam obſeruationis tempore per magnetem ipſi Meridiano applicabimus, vt verum ſinguli in mundo ſitum venti obtineant. Deinde ſuper centrum deſignati circuli erigemus volubile flabellum obſeruantes in quam partem impellatur à vento. Sed cum nulla ſit huius rei difficultas, figuram ante oculos conſtituemus.



PRÔPÒSITIO CLVI.

Quæ ſit ratio ingrediendi per ſubterraneos meatus, ut ubiq; conſtet, ſub quibus terræ locis conſiſtamus.

SEquitur deinceps, vt conſiderationem aliquam inſtituamus, qua manifeſtè conſtet, ſi per ſubterraneos meatus ingrediamur, ſub quibuſdam terræ locis vbiq; conſiſtamus. Id quod magnetini indicis adminiculo expeditiſsimè fieri poſſe demõſtrabimus. Ac, quo rem euidentius explicemus, ſcire licet prę-cipuè nos in hoc incubituros, vt ex accurata ſuperioris terræ plani deſcriptione conſtituamus, qua ratione in profundioribus cauitatibus illa loca deprehendantur, quæ ad perpendiculum exterioribus terræ partibus ſubijciantur. Hinc colligemus diſtantiarum magnitudines, rationem ſituum, qua in certas mundi plagas loca ſingula diſtribuuntur, non minori facilitate ac certitudine in altiſsimis meatibus, quàm clara luce in apparenti terræ ſuperficie. Ergo in primis operam dabimus, vt in ſuperiore meatus parte, qua in terram ingreſſus pateat, conſtituto ſigno, tanquam centro, apparentium in exteriori ſuperficie locorum verum ſitum & conſtitutionem iuxta exquiſitam ſymmetriam eo, quem alibi explicauimus, modo deprehendamus. Atq; hîc diſtantiarum quantitates certis definitas menſuris annotare commodiſsimum fuerit. His conſtitutis, obſeruata magnetis officio Meridiei linea, ſi ad perpendiculum ſub conſtituto ſigno in inferiorem terræ cauitates deſcenderimus, aſſumptam exterioris plani deſcriptionem eidem exquiſitè accommodabimus. Ex ſequẽti ſchemate euidentius hæc intelligentur. Sit ergo meatus ad perpendiculum in terram deſcendens a m, cuius ſuperior pars a, tanquam centrum conſtituitur,



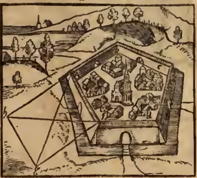
vt eius intuitu tota capacitas exterioris ſuperficiei, quæ clauditur circulo h l c g, explorata ac deſcripta inferiori, & eidem exquiſitè iuxta perpendiculares lineas ſubſtitutæ, nimirũ x ẏ p t inſeruiat & accõmodetur. In illa igitur primò per magnetini indicē deſignetur Meridiana linea h a c, cui inferius in m exquiſitè ſubeſt x m p. Et conſtituantur in circumferentia ſigna b,l,k,g,f,d, vt eorum à c & h punctis interualla per obſeruationes ſint nota. Collocauimus autem in ijſdem dimetiētibus facilitatis cauſa, b g, l f, & k φ d ſigna. Singulis horum pũctorum in inferiori ſuperficie alia ſupponantur, nimirum ipſi b, o, l, n, k φ, y ϵ, g t, & f s, quæ deductis etiã perpendicularibus cõnectantur. His ita conſtitutis, dicimus ſingula hæc, quę in altiori ſuperficie infra terram intelligũtur ſigna, & eorũ ab m interualla deprehendi poſſe. Nam primò conſtituimus iuxta exquiſitam ſymmetriam exteriorem ſuperficiem obſeruationibus exploratã eſſe. Quare cum ſingula inferiora ſigna eundem inter ſe cuſtodiant ſitum, & æqualia ſuperioribus interualla, ſequitur, vt deprehenſa Meridiei linea x m p, ipſa loca o, n, y, & t iuxta obſeruatam ſuperius deſcriptionem inueniãtur. Exempli gratia, in inferiori plano inueniendum nobis ſit ϵ ſignum, quod perpendiculariter ſub φ cõſiſtit. Obſeruabimus hìc primum angulum h a k, cui ęqualem ſtatuemus x m y, inde ſi ab m per ipſam m y rectam eouſq; proceſſerimus, vt interuallum ab y ſuperſit æquale φ k, aut ab m ipſi a φ manifeſtè conſtabit in ϵ peruentum eſſe. Hinc etiã manifeſtum eſt, quomodo viceuerſa deſcriptionem inferioris ſuperficiei ſuperiori, ſi ea fortè non fuerit explorata, accommodare liceat. Nam verſus quemcunq; locum proceſſerimus ex m, obſeruata diſtantia & Meridiei linea, exterius intra Horizontis circuli planum quonam iter ſit inſtituendum, vt perpendicularem inferioris loci inueniamus, per ſimiles antegreſſas obſeruationes certò deprehendetur. Cæterùm hæc cum per ſe ſatis euidentia ſint, longiorem hìc demonſtrationē cõtexere ſuperſedebimus.

PROPOSITIO CLVII.

Quibus obſeruationibus totum alicuius urbis ambitum in terra ſine numerorum adminiculo liceat deprehendere.

COnſyderabimus inſuper quibus rationibus totũ alicuius vrbis ambitum etiã ex locis remotioribus duntaxat in terra liceat explorare. Quod operis non difficulter abſoluemus, ſi partibus illis ſigillatim aſſumptis, quæ in eadem recta linea conſiſtunt, ad quantamcunq; diſtãtiam æquales in plana terrę ſuperficie magnitudines cõſtituerimus. Duabus ad hoc obſeruationibus conſpectorum finium & duorum, quæ ijs ex aduerſo deſignentur, ſignorum vtemur. Nimirum, vt ex loco alterius ſigni præfixæ magnitudinis fines, ac aduerſum ſignum exquiſitè appareant ſub recto angulo, & econuerſo, ita tamen, vt etiam particulares anguli, ſub quibus aſpicientur conſtitutæ quantitatis fines, & alterius horum ab aduerſo ſigno diſtãtia, vtrobiq; ſint ęquales. His ita conſtitutis,

ſtitutis,manifeſtum erit nobis rectangulum παραλληλόγραμμον deſignatum eſſe, cuius ea, quæ ſunt ex aduerſo latera,eandem obtinere magnitudinem eſt neceſſe. Eſt igitur ſignorum interuallum ex quibus obſeruationes factæ ſunt, æquale magnitudini inquiſitæ. Eodem obſeruandi modo ſequentem magnitudinem & deinceps reliquas omnes,quibus integer ambitus abſoluitur, in plana ſuperficie licet metiri. Sequitur nũc, vt deſignato ſchemate euidentius rem ipſam diſcentibus ob oculos conſtituamus. Sit ergo ambitus alicuius vrbis a b c d f,in quibus ſignis,vt manifeſtum eſt,duæ magnitudines ad certum angulum cõcurrunt. Primùm ex his metienda nobis ſit f a : idq; in hunc modum. Ex remotiori h loco appareat ſignum g cum finibus f & a ſub angulo recto g h a. e conuerſo ex g conſpiciatur ſignum h & ijdem f & a fines ſub eodem angulo. Ac ea ratione,vt particulatim angulus a g f ſit æqualis ipſi f h a. Hoc conſtituto,dicimus g & h ſignorũ interuallum inquiſitæ f a magnitudini exactè adæquari.



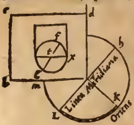
Etenim in trigono rectangulo g h a æqualis eſt angulus h g a alterius trigoni h g f angulo g h f. Nam ex vtroq; recto g & h ablati ſunt ęquales f h a & a g f anguli. Sunt ergo hi duo trigoni iſogonij, quibus eadem baſis,videlicet h g ſubſternitur. Quare per 26 primi Elementorum æqualis eſt h a ipſi g f,& eædem ſunt parallelę,quia ipſi g h ad rectos angulos inſiſtunt. Ergo per 33 primi Euclidis æqualis eſt g h ſignorum interuallum ipſi f a inquiſitæ magnitudini. Atq; ita manifeſtum eſt g h a f eſſe rectangulum parallelogrammum : ſicut alibi quoq; demonſtratum nobis eſt. Eadem verò ratione licebit explorare magnitudines f d,d c,c b,& b a. Conſtat igitur totũ ambitum ex parallelis & æqualibus in aduerſis locis exquiſitè poſſe deprehendi. Cæterùm hîc ſcire licet haſce magnitudines per alia trigonorum genera etiam explorari poſſe,quorum vſus potiſsimum tunc adhibebitur, quando exterior ſuperficies terræ non ſatis plana fuerit, quo minus conſtitutis hîc obſeruationibus congruat. Sed qua ratione conſilium tunc inſtituendum ſit, induſtrio artifici expendendum relinquimus.

PROPOSITIO CLVIII.

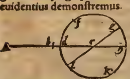
Quomodo uerus ſitus ſuperficierum in ædificijs aut mœnibus urbium explorandus ſit, ut conſtet quanto ad certam mundi plagam inclinet angulo.

INueſtigabimus hîc deinceps quibus obſeruandi modis vera cõſtitutio alicuius ſuperficiei in ædificijs,aut alijs corporibus explorari poſsit, vt exquiſitè conſtet, quanto Horizontis circuli ſegmento à certa mundi plaga diſtet, ſiue quanto ad Meridiani planum angulo inclinet. Cuius rei cognitio ipſis architectis non mediocriter conducit,ſi quando conſtitutum fuerit ſuperficiem ad certã mundi plagam dirigere,aut ſitum alterius explorare. Sed hîc vulgus non parum à ſcopo aberrat. Præterea demõſtrabimus non tantùm quomodo

in proximioribus locis hoc negocij expedire liceat, verumetiam ex remotioribus interuallis, ſi modò partes aliquę ſuperficiei commodè videri poſsint, vt etiam diſcentes intelligant, qua ratione ſitus mœnium alicuius vrbis exactè queant deprehendere. Primùm ergo videamus quomodo res abſolui poſsit in alicuius ædificij ſuperficie, qualem hîc deſignauimus a b c d. Hæc ipſi b a



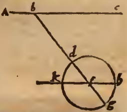
ad perpendiculum inſiſtit, cuius ſitum vt inueniamus, deſignetur ad punctum a Meridiana linea h a l, quam vel obſeruatione indicis magnetini, vel vmbræ ſolaris deprehendemus. Hinc cõſtituto in a centro, deſcribemus ſegmentum circuli h k l m, videlicet vt in ipſam b a rectam deſinat. Deinde ex a in k ducta ſemidiametro, ſecabimus arcũ l h in ſemiſſes l k & h k, quorum vterq; exiſtit quadrans circuli, quia recta l h per centrum a extenditur. Et ipſum l k in 90 æqualia ſegmenta partiemur. His conſtitutis, non tãtùm innoteſcet in quam mundi plagam vergat a b cum tota ſuperficie incumbente, verumetiam quanta circumferentiæ parte diſtet à ſingulis Horizontis locis. Cum enim h a l ſit linea Meridiana, deſignabit a k ortum æquinoctialem. Quare ſegmentum m l complectitur diſtantiam inquiſitã ſuperficiei à Meridiano, & m l k ab ortu Aequatoris. Si ergo m l minor fuerit circuli quadrante, cõſtabit ſitum ſuperficiei eſſe inter Meridiem & occaſum Aequatoris. Vt autem hoc innoteſcat, exceptam circino m & l diſtantiam transferemus in ſectum l k quadrantem. Ibi ſtatim apparebit quãtitas ſegmenti l m, quod coniunctũ ipſi l k quadranti, totam m l k, nimirũ diſtantiam ab Oriente patefaciet. Ex his non difficile fuerit eiuſdem ſuperficiei ab Occidente & Septentrione interualla metiri. Videamus etiam quomodo in altiore loco huius ſuperficiei eũdem ſitum poſsimus explorare. Ac deſignemus in ea rectam r p, quę παράλληλα ſit ipſi b a. Vt ergo ſitum huius inueniamus, licebit hîc officio indicis magnetini conſtituere lineam Meridianam f g, quæ ſecat ipſam r p in ſigno t. Hoc conſtituto, aſſumemus t tanquam centrum, circum quod ducemus circulum g r f p. Erit igitur ſegmẽtum g r diſtantia partis t r à Meridie, & p f ipſius t p ſuperficiei partis interuallum à Septẽtrione. Porrò facilè metiemur hæc ſegmẽta, ſi vnum ex quadrantibus in 90 partes (vt paulò ante admonuimus) diſtribuerimus. Cęterũ eundem ſitum & aliarum deinceps ſuperficierum pluribus modis placet deprehendere. Et primùm id efficiemus, ſi ex cõſtituta ſuperficie rectam lineam duxerimus per planam aliquam ſuperficiem in libella conſtitutam, aut Horizonti parallelam euſq;, vt cõgruentem obſeruationi longitudinẽ ſortiatur. In hac conſtituto vbicunq; voluerimus cẽtro, circulum deſignabimus quem tranſmiſſa per cẽtrum Meridiei linea partiemur in ſemiſſes. Hîc iam eodem modo, quo antè apparebunt ſegmenta, quibus à ſingulis mũdi plagis producta ſuperficiei linea diſtiterit. Sed hęc per exemplum euidentius demonſtremus. Sit ergo baſis erectę ad perpendiculum ſupęrficiei, cuius velimus explorare ſitum, a b. Vt hoc efficiamus, extendenda nobis erit a b per ſuperficiem terrę, ſi fuerit ad libellam ęquata, aut planam aliquam tabellam: quod hîc fiat vſq; in h punctum. Nunc iam in recta b h conſtituto



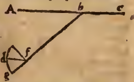
in c centro ad quantitatem c h circumducemus circulum h l d g. Hoc conſtituto, aut per magnetẽ, aut per vmbram in eo

circulo

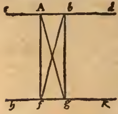
circulo explorabimus Meridiei lineam, quę ſit g l. Hæc cum per centrū c extendatur, diſpeſcit figurā in ſemiſſes, qui rurſum in ęqualia ſegmenta diſtributi puncta ortus & occaſus Aequatoris oſtendunt, qualia nobis hîc ſunt f & k. In quo puncto recta b h circulum ſecat, conſtituatur nobis d ſignum. Si nūc intelligamus ortum in k, & occaſum in f, ſtatim patefiēt ſegmenta, quibus d & h ſigna à qualibet mundi plaga diſtant. Nam l d erit diſtātia d à Meridiano, & d f complementum eiuſdem ab occaſu, h g ipſius h à Septētrione &c. Cum ergo nobis exploratum ſit, quanto ſub angulo ſecet Meridiei linea g l rectam h d, quæ vlterius producta excurrit per b in a, etiam manifeſtū eſt, quomodo ſecet eandem rectam in b & a ſignis, per 29 primi Element. Nam meridianæ lineæ, quæ procedunt per b & a ſigna, ſunt ipſi g c l parallelæ. Per eandem 29 primi Element. adhuc alia via attingemus eundem ſcopum, ſi conſtitutę ſuperficiei in plano Horizonti æquidiſtante, aut libellam occupante exquiſitæ parallelam traxerimus, quam deinceps per obſeruatam Meridiei lineam ſecemus. Deinde conſtituto in ſigno ſectionis centro circulum deſcribamus (vt ſuperius oſtendimus) & complementum operis eadem ratione abſoluamus. Vtq; rudioribus ingenijs ſuccurram, exemplum ſubijcere non pigebit. Deſignemus ergo in oblata ſuperficie rectam a c, quę conſiſtat in libella. Huic in aduerſo plano parallelam cōſtituamus k h, cuius inuento ad mundi plagas ſitu, illius etiam ſitus non latebit. Secet ergo Meridiei linea d f g per dictas rationes obſeruata, ipſam k h in f ſigno, tum deſignato ſecundum quantitatem f h circulo h g k d, ſegmentum g h verum ipſius f h ſitum euidentiſſimè patefaciet. Atq; hunc eundem eſſe cum ſitu ſuperficiei a c aſſerimus. Vt hoc demonſtrare liceat extendatur Meridiei linea g f d, vſq; in ſuperficiem a c cui occurrat in b ſigno. Hoc conſtituto, dicimus angulum d b c æqualem eſſe g f h, per 29 primi Euclidis. Nam ex hypotheſi parallelæ ſunt a c & k h rectæ, in quas incidit eadem Meridiei linea g d b. Quare ſi in b conſtituto centro ſuper rectam a c ſemicirculum duceremus ſegmentum, quod ſubtenderetur angulo d b c, ſimile eſſet ipſi g h. Si ergo deprehenderimus ſitum alicuius lineæ oblatæ ſuperficiei æquidiſtantis, etiam ſitus huius non latebit.



Eiuſdem propoſitionis adminiculo, nonnihil variata ratione per quadrantem eundem finem cōſequemur, ſi deſignatam in plano Meridiei lineam vſq; in oblatam ſuperficiem extenderimus, & in illam huic parallelam deducamus. Nam facilè admoto quadrante experiemur, ſub quanto hæ angulo concurrant. Exempli gratia, in ſuperficiem a c ex aduerſo incurrat Meridiei linea g b, in quam deducatur ipſi a c parallela d f per 31 primi Element. Conſtituto nunc cētro quadrantis in f per ſegmētum ipſius d g apparet angulus d f g. Sed per antegreſſam ἀπόδειξιν æqualem huic eſſe conſtat angulū a b f. Cū ergo deprehenderimus per ſegmentū d g ſitū ipſius d f, etiā æquidiſtātis huic a c ſitus non latebit. Supereſt nunc, vt etiā ex remotioribus interuallis apparentiū ſuperficierū ſitus explorari poſſe domonſtratione ſtabiliamus. Hanc nos potiſsimū ex fundamēto 29 primi Euclidis, vt superiores extruemus, ſi primū in cōſtituto locorū ſpacio pręfixę ſuperficiei parallelā deſignari poſſe cōcluſum fuerit. Vt igitur hoc operis abſoluamus, in cōſtituta



ſuperficie duo ſigna in eadem altitudine conſtituta notabimus, quod facilè nobis hinc conſtabit, ſi per inſtrumentum intuentibus ex æqualibus interuallis ſub eodem circuli ſegmento apparuerint. Hoc conſtituto, ſubinde repetitis obſeruationibus inueſtigabimus in terra illud locorum ſpacium, ex cuius vno fine viciſsim alterum cum prędictis ſignis ſub integra quadrantis circumferentia liceat intueri. Hoc dicimus conſpectæ ſignorum diſtantiæ parallelum eſſe. Quare per antegreſſas propoſitiones vtriuſq; ſitus eadem obſeruatione cognoſcetur. Sequitur, vt hæc demonſtratione euidentius explicemus. Igitur



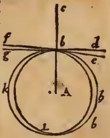
in apparenti ſuperficie c d, ſiue ſit in mœnibus vrbis, ſiue in remotiore ædificio, conſpiciantur ſigna a & b. Ex horum obſeruatione in longiore diſtātia deſignanda ſit parallela f g. Vt hoc negocij abſoluamus, ſtatuendum nobis eſt ex f puncto a b & g ſigna ſub tota Quadrantis circumferētia apparere, & viciſsim ex g a b & f ſub eadem conſpici, ita vt etiam angulus a f b ſit æqualis ipſi a g b, & b f g ipſi a g f. Hoc conſtituto, parallela erit f g ipſi a b. Etenim in trigonis f a g & f b g cōſtituti ſunt per obſeruationes anguli a f g & f g b recti, & a g f & b f g acuti æquales in eadem baſi f g. Quare cōſtat rectas f a & g b eſſe parallelas & ęquales. Cum ergo fines earum connectat recta a b per 33 primi Elementorum ęquidiſtat a b ipſi f g, id quod demonſtrandum erat. Per antegreſſas igitur ἀποδείξεις, in quibus vſi ſumus 29 primi Euclidis, ſi obſeruauerimus quanto ſub angulo Meridiei linea ſecet rectam f g, ipſius a b lineæ & eiuſdem ſuperficiei ſitus, conſequenter non latebit.

PROPOSITIO CLIX.

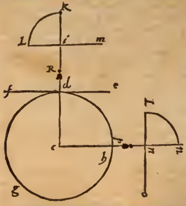
Quomodo ſuperficies planæ collocentur, ut Horizonti æquidiſtent.

SAepenumero in obſeruationibus τῶν φαινομένων, ſicut etiam in multis propoſitionibus annotauimus, requirit vſus, vt planę ſuperficies corporum ſic collocentur, vt exactè Horizontis plano ęquidiſtent. Hoc quidem ſimpliciter quomodo per quadrantem experiamur, antea explicatum eſt: ſed hic locus etiam poſtulare videtur, vt quoniam non omnes huius rei cauſam & demōſtrationem intelligāt, copioſiorem tractationem inſtituamus. Non eſt alia certior huius rei obſeruatio, quàm illa, quæ per vſum perpendiculi abſoluitur. Hanc etiam non oſcitanter vulgus fabrorum in ædificijs extruendis obſeruat, vt Horizonti quàm fieri poſsit exquiſitiſsimè (nam idem vtriuſq; artificiū eſt) ad rectos angulos inſiſtant. Eodem modo Claudius Ptolemæus lib. 1. Magnæ conſtructionis cap. 10, vbi rationem obſeruandæ inclinationis planorum Aequatoris & Zodiaci tradit, procedendum eſſe ſcribit. Vult enim, vt circulus per quem fiet obſeruatio erectus ſit ad planum Horizontis, ſuprą columnā eidem plano æquidiſtantem. Cuius verba ſi quis requirat, hæc ſunt: ὃν δὴ καὶ ἐναρμόσαντες ἀσφαλῶς ἐπὶ τῆς παρ᾽ ἕκαστα χρείας, ἐπὶ συλίσκου συμμέτρου, καὶ καταστήσαντες ἐν ὑπαίθρῳ τὴν τοῦ συλίσκου βάσιν ἐν ἀκλινεῖ πρὸς τὸ τοῦ ὁρίζοντος ἐπίπεδον ἐδάφει, παραφυλάξομεν ὅπως τὸ ἐπίπεδον τῶν κύκλων πρὸς μὲν τὸ τοῦ ὁρίζοντος ὀρθὸν ᾖ, τῷ δὲ τοῦ μεσημβρινοῦ παράλληλον. τούτων δὲ τὸ μὲν πρότερον διὰ καθετίου μεθοδεύεται, κρεμαμένου μὲν ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐσομένου σημείου, τηρουμένου δὲ ἕως ἂν ἐκ τῆς τῶν ὑποθεματίων διορθώσεως, ἐπὶ τὸ κατὰ διάμετρον ποιήσηται τὴν πρόσνευσιν. id eſt: Hunc quidem ad ſingulos vſus accōmodabimus: ſi enim

enim ſupra mediocrem columnam ſub dio, cuius baſis in pauimento nihil ab Horizontis plano declinante conſiſtat, poſuerimus. Deinde obſeruemus, vt plana ſuperficies circulorum ad Horizontis planum erecta ſit, & Meridiano æquidiſter. Horum prius ita expedietur, ſi perpendiculum ab eo ſigno, quod nobis verticale futurū ſit, ſuſpenſum tantiſper obſeruemus, donec iuxta commune vtriuſq; planum dependens, diametri centrum attingat. Hæc ille. Ita eadem opera vna ſupérficies ad rectos angulos ſupra finitorem erigitur, & altera eidem æquidiſtans conſtituitur. Vitruuius etiam aliquot librationum modos, & præcipuè illum, qui per chorobaten fit, lib.8, cap.6 diligenter annotauit. Quidam in hunc vſum ex ligno aut ferro triangulum iſoſceles fabricantur, & ab angulo, qui ab æquicrurijs lateribus comprehenditur, biſariam ſectò perpendicularem ad baſin dimittunt, quę eandem in duas æquas partes diſpeſcit. Hinc annexo perpendiculo ſuperiori angulo, aut paulò inferius ipſi catheto, obſeruant idem tantiſper, donec nihil à perpendiculari deflectat, quo ſuperficies Horizonti parallelas explorant. Nihil tamen obſtat, quominus per quadrantem idem operis eadem facilitate & certitudine abſoluamus. Nam quando duo quadrantis ſemidiametri rectum angulum exquiſitè comprehendant, neceſſariò ſequitur, vt cum perpendiculum ſuperiori lateri rectè adhæret, inferius Horizontis plano æquidiſtet. Conſtat igitur, quando baſis quadrantis in hoc ſitu exquiſitè planam alterius corporis ſuperficiem attingit, ipſam quoq; Horizontis plano æquidiſtare, & cum perpendiculum ab erecto ſinu declinat, etiam ſubiectum fundamentum declinare. Sed nunc cauſas huius rei contemplemur. Principiò aſſumimus ſententiam Ptolemæi, quæ eſt primo libro Magnæ conſtructionis, cap.6, vbi dicit: omnia grauia corpora natiuo impetu ipſum terræ centrum petitura eſſe, niſi à ſuperficie ipſius ſuſtinerentur, quia & recta linea ad centrum tendens, ad rectos exiſtit angulos ei plano, quod ſphęram terræ tangit in puncto, quo eadem linea ſecat terræ conuexum: cuius rei nobis talem reliquit demonſtrationem Theon Alexandrinus. Conſtituatur ſphæra terræ, ad quam graue quiddam natiuo motu & abſque vlla deflexione delatum, in ſublimi quidem rectam e b deſignet, ſed in conuexa terræ ſuperficie b punctum. Intelligatur etiam per punctum planum ad rectam c b immobile ſphæram terrę contingens, cuius centrum a ſtatuatur, & copuletur recta b a per quam deductum planum ſectione ſua in extremitate ſphæræ circulum per primam Theodoſij conſtituet, ſed in plano illo ad c b rectam immobili efficiet rectam lineam per tertiam vndecimi Elementorum. Deſignetur ergo circulus in ſphæra b k l, & in plano recta g b d. Et cum planum non ſecet ſphæram, nec recta in eo ſecat circulum. Quare recta g b d circulum b k l continget, & recta a b ipſi g d lineæ ad rectos incidit angulos. Iterum aliud planum per rectam a b ductum efficiat in extremitate ſphæræ circulum b l h, & in plano ad rectam c b immobili rectam lineam f b e. Quare per eadem iterum vt antè recta a b ad rectos angulos exiſtit f b e. Quoniam igitur recta a b duabus rectis g d & f e ſeſe interſecantibus exiſtit ad rectos angulos ſuper communi ipſarum ſectione b, ideo & ad planum per ipſas ductum erecta eſt. Quod quidem planum eſt illud ipſum, quod ad e b eſt immobile, ideo & a b ad idem planum eſt erecta. A ſigno igitur b in vtramq; partem eidem plano ad rectos angulos incidunt rectæ



a b & b c. Quare a b c eſt vna eademq́; recta linea. Proinde niſi graue illud in b ſigno excuteretur à ſoliditate terræ, per rectam lineam b a natiuo impetu ad terræ centrum delaberetur, vt locum ſibi maximæ proprium occuparet. Ex hoc manifeſtè conſtat punctum verticis centrum Horizontis, & centrum terræ vbique locorum in eandem rectam coire lineam. Cum iam demonſtratum ſit perpendiculum ſuſpenſum in linea, quæ ad rectos angulos per centrum Horizontis ad centrum vniuerſi tendit, cōſiſtere, manifeſtum eſt quamcumq; planam ſuperficiem ad eoſdem angulos contigerit, eandem exquiſitè Horizonti æquidiſtare. Hoc ex ſequenti figura facillimè perſpicietur. Sit terra circulus d g h ex c vniuerſi centro deſignatus, planum Horizontis f d e. In ſublimi quadrantis inſtrumentum k l i, cui ex k ſupremo puncto annexum eſt perpendiculum k r, lateri k i adhærens, & in recta conſiſtens, quæ ex k per d Horizontis centrum in c tendit, l i m plana ſuperficies, cui baſis quadrantis incumbit. Iam vterq; angulorum k i l, & k d f eſt rectus. quare per vigeſimamoctauam primi Elementorum l i m ipſi f d e lineæ æquidiſtat, & hinc etiam ſuperficies, in quibus conſiſtunt, fiunt parallelæ. Idem etiam experieris ad quamcunq; circumferentiæ partem inſtrumentum collocaueris, velut hîc à latere in p.



FINIS.

BIBLIOTECA NAZ. VITT. EMANUELE

BASILEAE.

PER HENRICHVM PETRI, ET PETRVM PERNAM, ANNO SALVTIS HVMANAE, M. D. LXI.